תוכן עניינים לחיץ

לחץ על נושא כדי לעבור ישירות לעמוד המתאים

חוברת מתוקנת עם תוכן עניינים בעברית וקישורים פנימיים

תחום אי וודאות

נושא לימוד	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות וקישוריות לתחומים פנים מתמטיים וחוץ מתמטיים

כיתה ז

סטטיסטיקה: איסוף וארגון נתונים בטבלה, ברשימה , מגוון דיאגרמות ודרכים ויזואליות נוספות. שכיחות של נתונים.	**מיון וסיווג** **מידול מתמטי** **מעבר בין ייצוגים שונים** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **חשיבה כמותית ולוגית** **חשיבה ביקורתית** **אוריינות מתמטית** הכרת מושג משתנה ושכיחות המשתנה. **שכיחות** היא מספר הפעמים שפריט מופיע בקבוצה. ארגון הנתונים מבוסס על מיון תוך קיום שלושה עקרונות: א. קביעת קריטריון משמעותי למיון ב. הקבוצות הממוינות זרות זו לזו ג. הקבוצות הממוינות ממצות את כל מגוון האפשרויות שבנתונים הגולמיים. יש ללמוד את הנושא גם בהקשר של נתונים שמיים (לא מספריים).	1.  גלגל המשחק שלפניכם הוא משחקו החדש של סער. מתוך 600 סיבובים, כמה פעמים בערך יש לצפות לכך שהמחוג ייעצר בגזרה האדומה? א 30 ב 40 ג 50 ד 60

1

נדרשת קריאה והבנה של נתונים המוצגים בדרכים שונות .
נדרשת יצירה עצמאית של הייצוגים השונים (עבור אוסף נתונים סטטיסטיים) כחלק מההמרה של דרך ייצוג אחת באחרת .
המרה בין דרכי ייצוג שונות.
העיסוק בנושא זה צריך להיעשות לאורך כל השנה בנושאים שונים ובהקשרים שונים.

.2

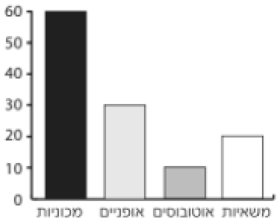
ארבעה תלמידים צפו במשך שעה בתנועת כלי-הרכב שעברו ליד בית-ספרם.

הטבלה הבאה מציגה את תוצאות התצפית:

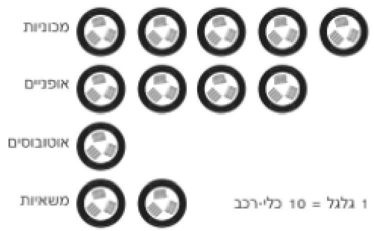
סוג כלי-הרכב	מספר
מכוניות	60
אופניים	30
אוטובוסים	10
משאיות	20

כל אחד מהתלמידים שרטט תרשים להצגת התוצאות. איזה מבין התרשימים מציג את התוצאות בצורה נכונה?

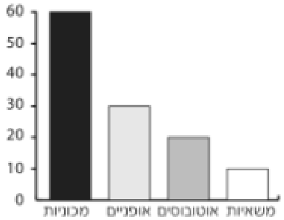
א



ב



ג

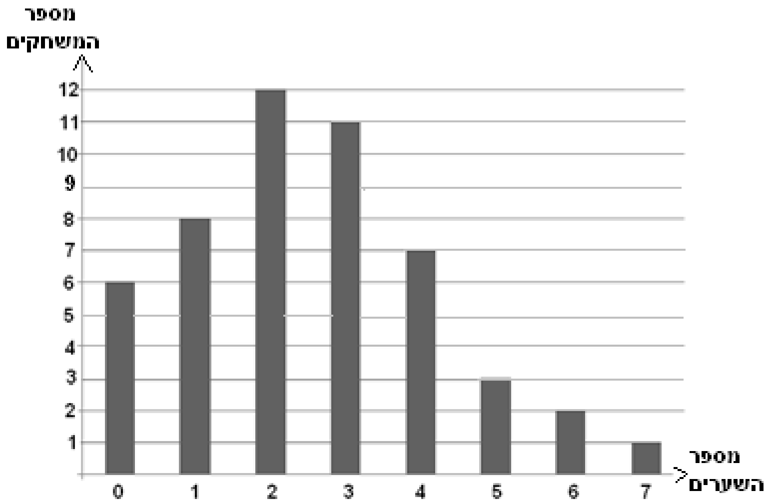


ד

2

3. בעונת המשחקים נערכו מספר משחקי כדורגל.

לפניכם דיאגרמת עמודות המתארת את תוצאות המשחקים:



תארו את הנתונים בדיאגרמת העמודות באמצעות טבלת שכיחויות.

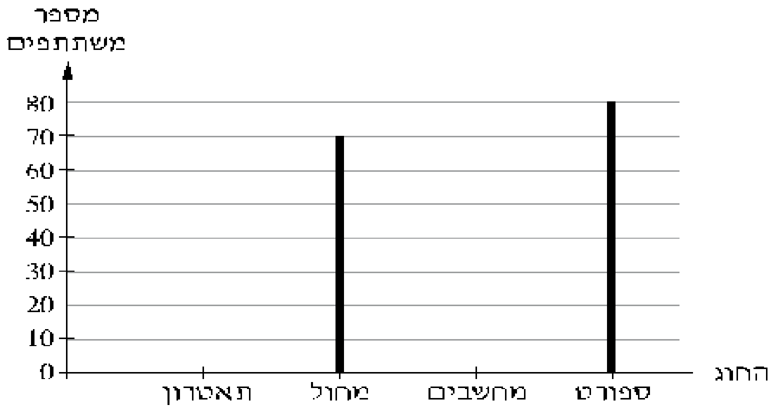
3

4. לתלמידי כיתות ח' מוצעים ארבעה חוגים: תיאטרון, מחול, מחשבים וספורט.
כל אחד מהתלמידים משתתף בחוג אחד בלבד.
אלעד וחן הציגו את התפלגות המשתתפים בחוגים בדרכים שונות.

חן הציגה נכון את התפלגות המשתתפים באחוזים באמצעות הטבלה הבאה, והשמיטה בטעות את אחוז המשתתפים בחוג מחול:

החוג	**תיאטרון**	**מחול**	**מחשבים**	**ספורט**
אחוז המשתתפים מתוך כלל המשתתפים	10%		15%	40%

אלעד הציג נכון את מספר המשתתפים בחוגים באמצעות דיאגרמת המקלות הבאה, והשמיט בטעות את מספר המשתתפים בחוגים תיאטרון ומחשבים:



א. השלימו את התא הריק בטבלה של חן.

ב. סרטטו בדיאגרמת המקלות של אלעד את המקלות החסרים.

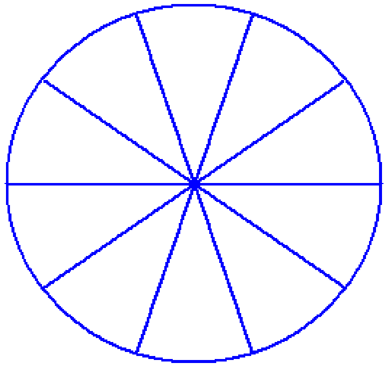
ג. כמה תלמידים יש בשכבת כיתות ה'?

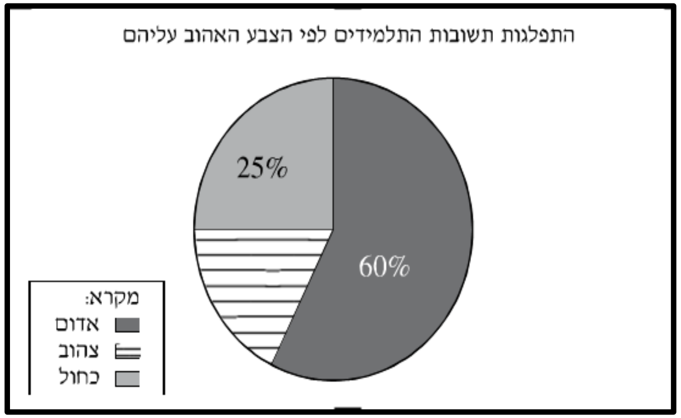
5

5. בני משפחת כהן החליטו לספור במשך חודש כל חיוג לחברת טלפונים "חברת קשר" ולרשום את התגובה. מתברר שב- 250 חיוגים נוצר קשר תקין והתקיימה שיחה, ב- 100 חיוגים לא הייתה תשובה, ב- 125 חיוגים הקו היה מקולקל, וב- 25 חיוגים הקו היה תפוס.

א. סדרו את הנתונים בטבלה שמייצגת שכיחות של כל תגובה.

ב. לפניכם דיאגרמת עיגול, המחולקת ל- 10 חלקים שווים. היעזרו בחלוקה הזו וייצגו את התגובות בדיאגרמת עיגול זו.

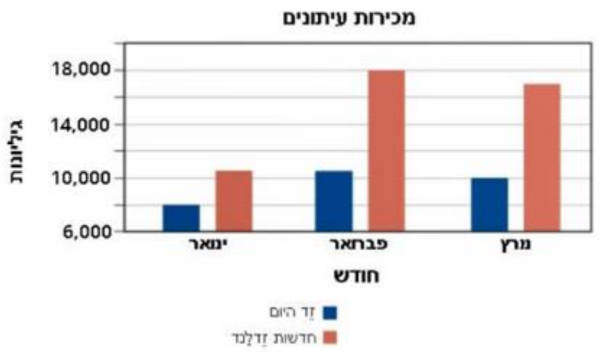


6. בשכבת כיתות ח' בבית הספר "נופים" ערכו סקר, ובו ביקשו מהתלמידים לבחור את הצבע האהוב עליהם מבין שלושת הצבעים האלה: צהוב, כחול ואדום. הדיאגרמה הבאה מתארת את התפלגות התשובות של התלמידים (באחוזים).  א. מה אחוז תלמידי השכבה שאוהבים צבע צהוב? ב. מספר התלמידים בשכבת כיתות ח' בבית הספר "נופים" שבחרו בצבע כחול הוא 75 . כמה תלמידים יש בשכבת כיתות ח' בבית הספר "נופים"?		

7

7. מתוך TIMSS

הדיאגרמה שלפניכם מציגה את נתוני המכירות של שני עיתונים במדינת זַדלַנד במשך שלושה חודשים.



שרון טענה שבכל חודש נמכרים יותר מפי שניים גיליונות של "חדשות זַדלַנד" מאשר של "זַד היום".

הסבירו מדוע הטענה של שרון **אינה נכונה.**

8

8. **תכניות טלוויזיה מועדפות על תלמידים**

הדיאגרמה שלפניכם מציגה את סוג תכנית הטלוויזיה המועדפת על 240 תלמידים.

מהו מספר התלמידים שבחרו "היסטוריה"?

א. 20
ב. 30
ג. 40
ד. 60

9. תלמידי שכבת ז' בבית הספר "אופק" החליטו להוביל מיזם ירוק לאיסוף בקבוקי פלסטיק למחזור. המטרה היא להפחית את כמות הפסולת הנשלחת להטמנה ולגייס כספים לשיפור חצר בית הספר .בכל יום במהלך שבוע המבצע, "נאמני הסביבה" של השכבה ספרו את כמות הבקבוקים שנאספו במיכל המרכזי.

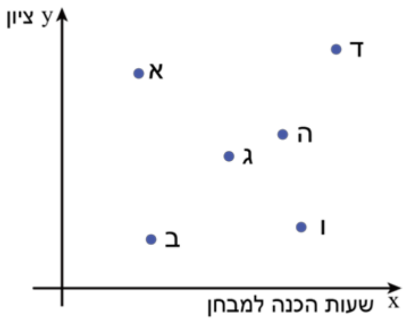
להלן הנתונים שנאספו:

		• יום ראשון 45 :בקבוקים • יום שני 60 :בקבוקים • יום שלישי 30 :בקבוקים • יום רביעי 75 :בקבוקים • יום חמישי 50 :בקבוקים 1. ארגנו את הנתונים בטבלת שכיחויות מסודרת. 2. בנו דיאגרמת עמודות (מקלות) המתארת את כמות הבקבוקים שנאספו בכל יום. 3. לדעתכם, מה מייצג יותר טוב את הנתונים: טבלה או דיאגרמת עמודות?

10

10.

הגרף הבא מתאר נתוני שעות הכנה למבחן במתמטיקה של ששה תלמידים והציונים שהם קיבלו בו.



א. איזה תלמיד למד הכי הרבה שעות?
ב. איזה תלמיד קיבל את הציון הכי נמוך?
ג. לאיזה מהתלמידים הכי מתאימה האמירה: "למרות כל מה שהשקעתי, לא כל כך הצלחתי"?
ד. לאיזה מהתלמידים הכי מתאימה הטענה: "הצלחתי מבלי ללמוד הרבה"?
ה. על מי יהיה נכון להגיד "ככל שלמדו יותר למבחן זה, כך הצליחו יותר"? הסבירו כיצד ניתן לראות זאת בגרף.

(מכון ויצמן)

דוגמה לשאלות אורייניות מסכמות (מתוך PISA)

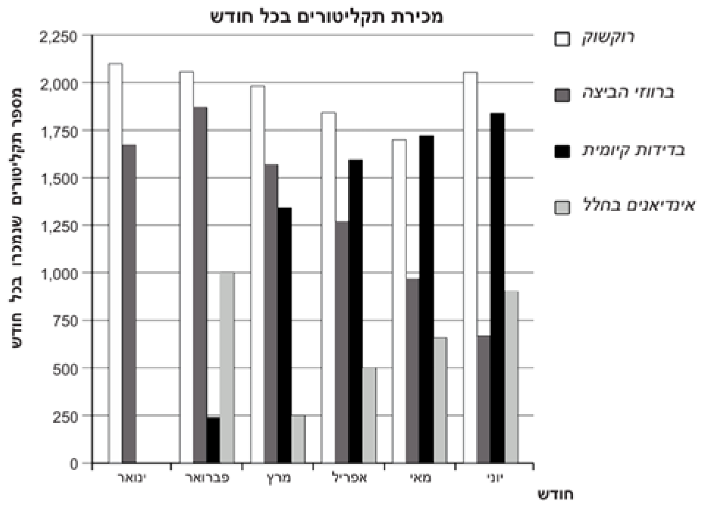
"מצעד הלהיטים"

שאלון לתלמיד

הערה: את הסעיף 3 אפשר ללמד בפרק של אקסטרפולציה בסוף כיתה ח.

מצעד הלהיטים

בחודש ינואר יצאו תקליטורים חדשים של הלהקות *רוקשוק* ו*ברווזי הביצה*. לאחר מכן, בחודש פברואר, יצאו תקליטורים של הלהקות *בדידות קיומית* ו*אינדיאנים בחלל*. התרשים שלפניכם מציג את המכירות של התקליטורים האלה מינואר עד יוני.



1. כמה תקליטורים מכרה הלהקה *אינדיאנים בחלל* בחודש אפריל?

א. 250
ב. 500
ג. 1,000
ד. 1,270

2. באיזה חודש בפעם הראשונה מכרה הלהקה *בדידות קיומית* יותר תקליטורים מהלהקה *ברווזי הביצה*?

א. בשום חודש
ב. במרץ
ג. באפריל
ד. במאי

3. המפיק של *ברווזי הביצה* מודאג מפני שמספר התקליטורים שהלהקה מכרה ירד מפברואר עד יוני.

העריכו את היקף המכירות שלהם בחודש יולי, אם מגמת הירידה הזאת תימשך.

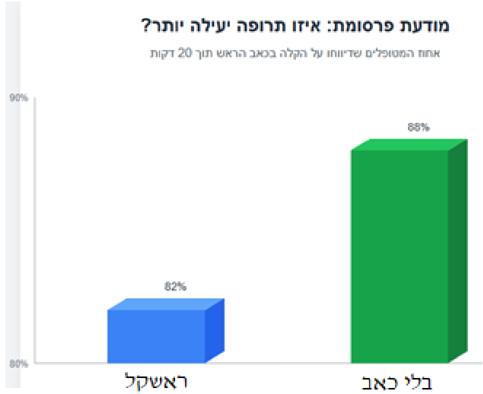
א. 70 תקליטורים
ב. 370 תקליטורים
ג. 670 תקליטורים
ד. 1,340 תקליטורים

שאלה אוריינית – חשיבה ביקורתית (אוניברסיטת חיפה)

מלחמה בכאב ראש 💊

חברת תרופות פיתחה שתי תרופות חדשות לשיכוך כאבי ראש: "ראשקל" ו"בלי כאב". החברה ערכה מחקרים כדי לבדוק את יעילותן ופרסמה את התוצאות. אנחנו, בתור צרכנים נבונים וביקורתיים, נבחן את הנתונים ואת דרך הצגתם.

חברת התרופות פרסמה בעיתון את המודעה הבאה המציגה את אחוז המטופלים שדיווחו על הקלה בכאב הראש תוך 20 דקות מנטילת התרופה.



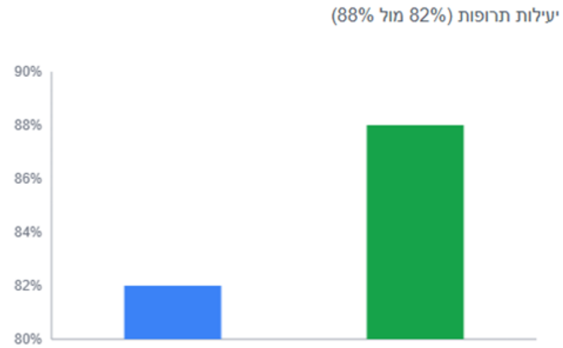
1. התבוננו במודעה. איזו תרופה נראית יעילה **באופן משמעותי** יותר מהשנייה?
2. בכמה בערך נראית העמודה של "בלי כאב" גבוהה יותר מהעמודה של "ראשקל"? (פי 2? פי 3?)
3. כעת, התבוננו בנתונים המדויקים שעליהם התבסס הגרף:
   - **ראשקל:** 82% דיווחו על הקלה.
   - **בלי כאב:** 88% דיווחו על הקלה.

האם הרושם הראשוני שקיבלתם מהגרף תואם את הנתונים המספריים? הסבירו מדוע נוצר פער בין הרושם לבין המציאות. (רמז: שימו לב לפרספקטיבה התלת-ממדית ולנקודת המבט על הגרף).

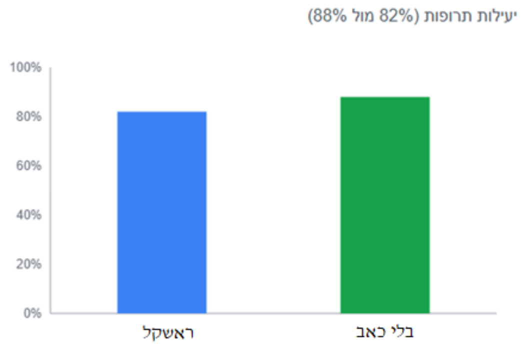
בעיה להעמקת הבנה

הבעיה: מנהלת השיווק של החברה קיבלה את אותם נתוני יעילות (ראשקל: 82%, בלי כאב: 88%) והתבקשה להכין שתי גרסאות של גרפים עבור שתי מצגות שונות:

- **מצגת למשקיעים:** כדי להדגיש את היתרון של "בלי כאב" החדשה.
- **מצגת לוועדת האתיקה הרפואית:** כדי להציג את הנתונים בצורה האובייקטיבית ביותר.



גרף I



גרף II

שאלות:

1. **ניתוח דרכי פעולה:**
   - איזה גרף (I או II) תבחר מנהלת השיווק עבור המצגת למשקיעים? נמקו מדוע גרף זה משרת את מטרתה טוב יותר.
   - איזה גרף היא תבחר עבור ועדת האתיקה הרפואית? נמקו מדוע גרף זה נחשב לייצוג "הוגן" או "אמין" יותר של הנתונים.
2. **הערכת אסטרטגיות:**
   - תארו במילים שלכם מהי ה"טקטיקה" הגרפית שבה השתמשו בגרף שבחרתם למשקיעים כדי להעצים את ההבדל בין התרופות.

הֶתקֵן זיכרון נייד

הֶתקֵן זיכרון נייד (כונן USB) הוא אמצעי קטן ונייד לאחסון מידע ממוחשב.

לאילן יש התקן זיכרון נייד שמאוחסנים בו מוזיקה ותמונות. להתקן הזיכרון הנייד יש נפח של 1 ג'יגה־בייט (1 GB), שהם 1,000 מגה־בייט (1,000 MB). הדיאגרמה למטה מראה את המצב הנוכחי של התקן הזיכרון הנייד של אילן.

הֶתקֵן זיכרון נייד

אילן רוצה להעביר אלבום תמונות בגודל 350 מגה־בייט (350 MB) אל התקן הזיכרון הנייד שלו, אך אין דַי מקום פנוי בהתקן. הוא אינו רוצה למחוק תמונות שכבר נמצאות בהתקן, לעומת זאת הוא מוכן למחוק שני אלבומי מוזיקה לכל היותר.

בהתקן הזיכרון הנייד של אילן מאוחסנים אלבומי מוזיקה בגדלים האלה:

אלבום	גודל
אלבום 1	100 MB
אלבום 2	75 MB
אלבום 3	80 MB
אלבום 4	55 MB
אלבום 5	60 MB
אלבום 6	80 MB
אלבום 7	75 MB
אלבום 8	125 MB

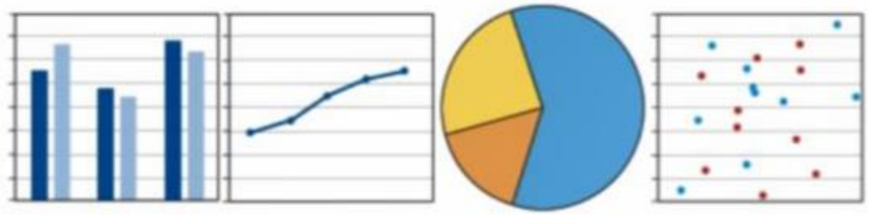
אם ימחק שני אלבומים לכל היותר, האם יוכל אילן לפַנות דַי מקום בהתקן הזיכרון הנייד שלו כדי להעביר אליו את אלבום התמונות? הקיפו **כן** או **לא** והציגו את החישובים שלכם כדי לנמק את תשובתכם.

תשובה: כן / לא

לירן רוצה ליצור שלושה תרשימים המציגים מידע על העיר שלו.
כותרות התרשימים מוצגות בטבלה שלמטה.

איזה סוג תרשים הוא המתאים ביותר לכל כותרת?

גררו ומקמו סוג אחד של תרשים מתחת לכל כותרת.



אוכלוסיית העיר לאורך זמן	מספר הבנות והבנים שנולדו בעיר בכל שנה	סוגי העיסוקים של עובדים בעיר

מתוך משימות מאור:

מושבת הפינגווינים באי פטרוס

מדענים מתחום **הזואולוגיה** עוקבים אחר מושבת פינגווינים מזן "פינגווין אדלי" באנטארקטיקה. כדי להבין את בריאות המושבה, המדענים ספרו כמה גוזלים בקעו בהצלחה באזורים שונים של האי במהלך עונת הקיץ האחרונה.

האי מחולק לארבעה אזורים:

- אזור הצוקים : באזור זה בקעו 30 גוזלים
- אזור החוף המערבי :באזור זה בקעו 45 גוזלים.
- אזור המפרץ השקט :באזור זה בקעו 60 גוזלים.
- אזור הקרחון :באזור זה בקעו 15 גוזלים.

א. ארגנו את הנתונים בטבלת שכיחויות מסודרת. בטור הראשון ציינו את "אזור האי" ובטור השני את "מספר הגוזלים שבקעו."

ב. מהו מספר הגוזלים הכולל שבקעו בכל האי?

ג. איזה חלק (שבר) מהווה כמות הגוזלים שבקעו ב**אזור המפרץ השקט** מתוך כלל הגוזלים באי?

ד. אם נרצה להציג את הנתונים בדיאגרמת עמודות (מקלות), באיזה אזור העמודה תהיה הגבוהה ביותר ובאיזה אזור היא תהיה הנמוכה ביותר?

ה. המדענים גילו שבאזור הקרחון (בו בקעו הכי פחות גוזלים) הטמפרטורות היו נמוכות מהרגיל בגלל סופות שלגים חזקות. האם לדעתכם יש קשר בין הנתון המתמטי (15 גוזלים) לבין המידע הביולוגי על הסופות? הסבירו.

17

סטטיסטיקה –שכיחות יחסית (ללא אחוזים).	**מיון וסיווג** **מידול מתמטי** **מעבר בין ייצוגים שונים** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **חשיבה כמותית ולוגית** **חשיבה ביקורתית** **אוריינות מתמטית** שכיחות יחסית מתקבלת כאשר מחלקים את השכיחות במספר הכולל של הפריטים הנדונים. 1. יש להשתמש בשברים פשוטים ובשברים עשרוניים לתיאור של שכיחות יחסית. 2. שכיחות יחסית היא מושג בסיסי בלימוד הסתברות בהמשך השנה. נדרשת קריאה והבנה של נתונים המוצגים בדרכים שונות . נדרשת יצירה עצמאית של הייצוגים השונים (עבור אוסף נתונים סטטיסטיים) כחלק מההמרה של דרך ייצוג אחת באחרת .	1. לפניכם רשימת ציונים של תלמידי הכיתה: 80, 82, 63, 56, 76, 82, 90, 56, 44, 72, 70, 80, 68, 76, 78, 80, 78, 82, 90, 85, 44, 72, 80, 82, 63, 70, 70, 80, 82, 82, 90, 90. א. ארגנו את הציונים בטבלת שכיחות. ב. המורה שקלה האם להעלות לכל תלמידי הכיתה את הציון ב-5 נקודות, או להוסיף לכל תלמיד עשירית מהציון. מה יהיה טווח הציונים בכל אחד מהמקרים? 2. העמקת הבנה – "מי הכיתה הספורטיבית ביותר  "? בבית הספר "אלונים" נערכה תחרות "הכיתה הספורטיבית". המדד לניצחון הוא מספר התלמידים בכל כיתה העוסקים בספורט באופן קבוע (חוגים או נבחרות) אחר הצהריים. נציגי מועצת התלמידים אספו את הנתונים משתי כיתות ז' והציגו אותם למנהלת: • כיתה ז'1 : בכיתה ישנם 40 תלמידים. מתוכם 20, תלמידים עוסקים בספורט. • כיתה ז'2 : בכיתה ישנם 25 תלמידים. מתוכם 15, תלמידים עוסקים בספורט. נציג ז'1 טען: "אנחנו ניצחנו! אצלנו יש 20 ספורטאים ואצל ז'2 רק 15, 15 < 20. ולכן אנחנו הכיתה הספורטיבית יותר."

	יש להבין מהו המידע הגלום בשכיחות ומהו המידע הגלום בשכיחות יחסית. יש לדון ביתרונות השונים של מגוון הייצוגים של כל אחד מהם. יש לטפל בשכיחות ושכיחות יחסית של נתונים כמותיים ושמיים. יש להציג את השכיחות, את השכיחות היחסית בכל דרכי הייצוג השונות של הנתונים (ללא שימוש באחוזים בשלב זה). יש להשתמש בשברים פשוטים ובשברים עשרוניים לתיאור של שכיחות יחסית. לצד התרגול הפרוצדורלי יש לשלב משימות המפתחות תובנה ומקדמות מיומנות של שיח מתמטי וחשיבה ביקורתית, כולל אומדנים.	א. האם אתם מסכימים עם הטענה של נציג ז'1? הסבירו במילים שלכם מדוע ההשוואה על בסיס השכיחות (20 לעומת 15) עלולה להיות לא הוגנת במקרה זה. ב. חשבו את השכיחות היחסית של התלמידים העוסקים בספורט בכל כיתה. ג. על בסיס חישוב השכיחות היחסית – איזו כיתה היא "ספורטיבית" יותר באופן יחסי לגודלה? נמקו את תשובתכם. ד. כמה תלמידים ספורטאים היו צריכים להיות בכיתה ז'1 כדי שהשכיחות היחסית שלהם תהיה שווה בדיוק לזו של כיתה ז'2?

שאלה מסכמת

דילמת הצומת העמוס

מועצת העיר מתכננת לשפץ צומת עמוס ליד בית הספר. יש תקציב להוסיף נתיב אחד בלבד, והוועדה מתלבטת בין שתי אפשרויות:

1. **הרחבת הכביש למכוניות פרטיות.**
2. **בניית נתיב מיוחד לאוטובוסים (נתיב התחבורה הציבורית).**

כדי לקבל החלטה, תלמידי כיתה ז' ביצעו ספירה של כלי הרכב שעברו בצומת במשך 10 דקות בשעת השיא (8:00 בבוקר). סך הכול נספרו 50 כלי רכב.

להלן הנתונים: מכוניות פרטיות: 25, אוטובוסים: 10, אופנועים: 5, משאיות: 10.

א. חשבו את השכיחות היחסית של כל סוג רכב (כשבר עשרוני).

- מכוניות פרטיות_______ :
- אוטובוסים_______ :
- אופנועים_______ :
- משאיות_______ :

ב. נציג הנהגים טוען: "חייבים להרחיב את הכביש למכוניות! הנתונים מוכיחים שהשכיחות היחסית של כלי הרכב הם מכוניות פרטיות היא 0.5, והשכיחות היחסית של האוטובוסים היא רק 0.2. הרוב קובע"! כדי לבדוק את הטענה, המהנדסת הראשית ביקשה לחשב לא רק כלי רכב, אלא כמות אנשים משוערת.

- בכל מכונית פרטית יש בממוצע **2** אנשים.
- בכל אוטובוס יש בממוצע **40** אנשים.

מהי השכיחות היחסית של **הנוסעים באוטובוס** מתוך סך הכול האנשים שעברו בצומת?

20

ג. אילו הייתם חברי המועצה, באיזו אפשרות הייתם בוחרים (נתיב מכוניות או נתיב אוטובוסים)? נמקו את החלטתכם תוך שימוש בהבדל שבין "ספירת רכבים" ל"ספירת אנשים."

ד. תלמידה מהכיתה העירה: "הסקר שלנו נערך רק במשך 10 דקות בשעה 8:00 בבוקר. זה לא מספיק כדי לקבל החלטה שעולה מיליונים." הציעו שתי סיבות מדוע התלמידה צודקת.

סטטיסטיקה: שימוש באחוזים לתיאור של שכיחות יחסית.

מידול מתמטי
מעבר בין ייצוגים שונים
הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי
חשיבה כמותית ולוגית
חשיבה ביקורתית
אוריינות מתמטית

יש לטפל בשכיחות ושכיחות יחסית של נתונים איכותיים או כמותיים.

יש להשתמש באחוזים, בשברים פשוטים ובמספרים עשרוניים לתיאור של שכיחות יחסית.

נדרשת קריאה והבנה של נתונים המוצגים באחוזים ובדיאגרמת עיגול.

נדרשת קריאה והבנה של נתונים המוצגים בדרכים שונות, ולתרגם אותם לאחוזים.

נדרשת יצירה עצמאית של הייצוגים השונים (עבור אוסף נתונים סטטיסטיים) כחלק מההמרה של דרך ייצוג אחת באחרת .

הקלע המצטיין

לקראת משחק הגמר, מאמן נבחרת בית הספר צריך להחליט מי יזרוק את זריקות העונשין המכריעות בדקות הסיום. המאמן בדק את הביצועים של שני השחקנים המובילים, עידו ונועם, בחמשת המשחקים האחרונים.

הנתונים שנאספו:

- עידו :זרק לסל 20 פעמים, וקלע 12 פעמים.
- נועם :זרק לסל 10 פעמים, וקלע 7 פעמים.

המאמן מתלבט: עידו קלע יותר סלים בסך הכול, אבל נועם טוען שהוא "מדויק יותר."

א. העתיקו את הטבלה למחברת והשלימו אותה:

השחקן	**סה"כ זריקות (השלם)**	**סה"כ קליעות (החלק)**	**שכיחות יחסית כשבר**	**אחוז הצלחה (%)**
עידו	20	12		
נועם	10	7		

22

		ב. מי מהשחקנים בעל אחוז ההצלחה הגבוה יותר? ג. בכמה אחוזים גבוה אחוז ההצלחה של השחקן המוביל מזה של השני? ד. המאמן אמר: "עידו קלע כמעט פי 2 סלים מנועם (12 לעומת 7), ולכן אתן לו לזרוק." האם המאמן צודק בשיקול הדעת שלו? נמקו את תשובתכם באמצעות האחוזים שחישבתם. ה. במשחק הבא, נועם זרק שוב 10 זריקות. כמה סלים הוא היה צריך לקלוע כדי להגיע בדיוק לאותו אחוז הצלחה כמו של עידו במשחקים הקודמים?

הסתברות ברמה אינטואיטיבית בהקשר של שכיחות יחסית כפי שבאה לידי ביטוי בסטטיסטיקה.	**מידול מתמטי** **מעבר בין ייצוגים שונים** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **חשיבה כמותית ולוגית** **חשיבה ביקורתית** **אוריינות מתמטית** העיסוק בהסתברות צריך להיות מושתת על תובנה בסיסית. השלב הראשון בלימוד צריך להתמקד בקשר שבין ערך ההסתברות ובין מידת ההיתכנות שאנחנו מייחסים לתוצאה לא-ודאית. לתוצאה ודאית הסתברות 1 . לתוצאה שברור שלא תתממש הסתברות 0. יש לדעת לאמוד את ההסתברות לתוצאה על סמך הערכה ראשונית עד כמה קבלת התוצאה קרובה לוודאות, עד כמה קבלת התוצאה קרובה להיות בלתי אפשרית, ועד כמה סיכוי לקבלת התוצאה קרוב לסיכוי לאי קבלתה . אומדן להסתברות לקבלת תוצאה יכול להתקבל באמצעות בדיקת השכיחות היחסית של אותה תוצאה כשחוזרים על אותו ניסוי מספר רב של פעמים.	חיי יומיום תחום כלכלי פיננסי מדעים מדויקים מדעי החברה 1. א. 2 כרטיסים שהוכנו להגרלה ממוספרים במספרים טבעיים עוקבים מ-1 עד 72. הכרטיסים הזוכים הם אלו עם המספרים מ-1 עד 9 ומ-46 עד 72. הכרטיסים הנותרים ללא זכייה. עדה היא הראשונה למשוך כרטיס אחד. בחרו את התשובה הנכונה מבין אלה שניתנו. ההסתברות שעדה תמשוך כרטיס **ללא זכייה** שווה ל- D. $\frac{36}{72}$ C. $\frac{35}{72}$ B. $\frac{27}{72}$ A. $\frac{26}{72}$ ב. האם לדעתך ההסתברות לבחור כרטיס זוכה שווה/גדולה/קטנה מההסתברות לבחור כרטיס ללא זכיה . נמקו את תשובתכם.

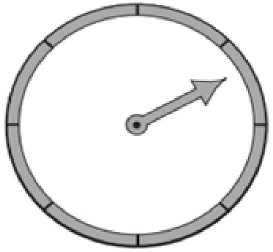
קיים קשר בין שכיחות יחסית ובין הסתברות. הנטייה של תוצאה להתקבל בשכיחות יחסית מסוימת היא פירוש נוסף להסתברות .

כשפעילות יכולה להניב כמה תוצאות, השכיחות היחסית של כל תוצאה היא אומדן להסתברות לקבלת אותה תוצאה .

יש ללמוד להסיק הסתברות מתוך מגוון ייצוגים של שכיחות או שכיחות יחסית.

יידרש נימוק בעל פה לגבי תוצאת הסתברות.

2.



.

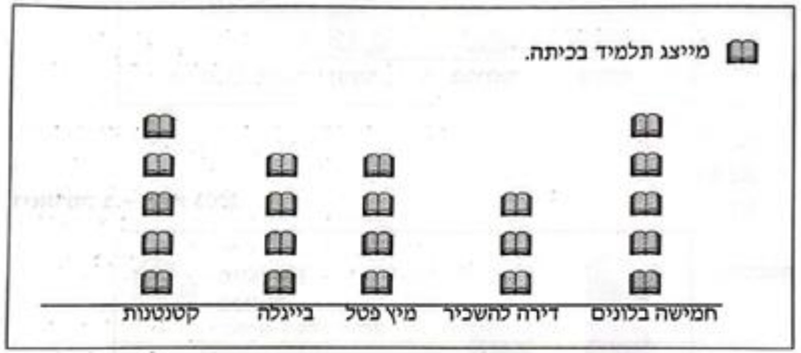
גלגל המשחק של רוני מחולק לשלוש גזרות בעלות צבעים שונים: כתום, סגול וירוק. רוני מסובב את המחוג 1000 פעמים. בטבלה למטה מצויין כמה פעמים המחוג נעצר בכל גזרה.

צבע	מספר עצירות
כתום	510
סגול	243
ירוק	247

מתח קווים בגלגל המשחק, כך שיווצרו שלש גזרות בגדלים שנראים לך מתאימים. סמן את צבעי הגזרות - כתום, סגול וירוק.

3. מתוך TIMSS בשקית יש 24 גולות, חלקן שחורות וחלקן לבנות. הוציאו גולה אחת באקראי, רָשמו את צבעה והחזירו אותה אל השקית. כך עשו 120 פעמים, וב– 70 פעמים יצאה גולה לבנה. כמה גולות לבנות סביר שיש בשקית? א 7 ב 10 ג 12 ד 14		

4. תלמידי כיתה א׳ בחרו את ספר הקריאה האהוב עליהם.
הם הציגו את הנתונים לאחר עיגולם בתרשים הבא:



א. כמה תלמידים בכיתה?
ב. מהם הספרים האהובים ביותר?
ג. כמה תלמידים לא בחרו בספר ״חמישה בלונים״?
ד. איזה חלק מהתלמידים בחרו בספר ״קטנטנות״?
ה. הציגו את הנתונים בדיאגרמה אחרת.
ו. מהו אחוז התלמידים שבחרו בספרים ״דירה להשכיר״ או ״בייגלה״ כספרי הקריאה האהובים עליהם?
ז. מהי ההסתברות לבחור מהכיתה תלמיד שאוהב לקרוא ספר ״בייגלה״?

כיתה ח'

סטטיסטיקה – טווח נתונים ומדדי מרכז (שכיח, חציון וממוצע)	**מיון וסיווג** **מידול מתמטי** **מעבר בין ייצוגים שונים** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **חשיבה כמותית ולוגית** **חשיבה ביקורתית** **אוריינות מתמטית** יש לטפל בנתונים כמותיים בדידים. שכיח הוא ערכו של הנתון (המשתנה), שעבורו מתקבלת שכיחות מרבית. שכיח הוא תמיד אחד מהערכים בקבוצת הנתונים. טווח מוגדר כהפרש בין ערך המשתנה הגדול ביותר בקבוצה לבין ערך המשתנה הקטן ביותר. הגדלת/הקטנת כל הנתונים בקבוע איננה משפיעה על הטווח. כפל כל הנתונים בקבוע מגדילה את טווח פי אותו קבוע.	חיי יומיום תחום כלכלי פיננסי מדעים מדויקים מדעי החברה 1. הממוצע החשבוני של ארבעה מספרים a, b, c, d שווה ל-9, והממוצע החשבוני של שני מספרים e ו-f שווה ל-6. בחר את התשובה הנכונה: א. בכמה סכום המספרים a, b, c, d גדול מסכום המספרים e ו f. A. 3 B. 24 ב. הממוצע החשבוני של המספרים a, b, c, d, e, f שווה ל- C. 8 D. 7.5 2. ממוצע הקליעות למשחק של שחקן כדורסל מסוים במהלך 11 משחקים הוא 30 נקודות. במשחק ה- 12 הוא קלע 6 נקודות בלבד. א. האם לדעתכם הממוצע יעלה, ירד או יישאר אותו הדבר?

	יש להציג את טווח הנתונים כאומדן גס לפיזור הנתונים. יש להציג את טווח כמדד קל לחישוב (פשטות) אך תלוי בערך הגדול ביותר ובערך הקטן ביותר. חציון מוגדר עבור נתונים כמותיים בלבד. כאשר מספר נתונים הוא אי זוגי, חציון הוא ערכו של הנתון האמצעי כאשר הנתונים מסודרים בסדר עולה. כאשר מספר הנתונים הוא זוגי, יש שני נתונים אמצעיים וחציון יכול לקבל כל ערך בין ערכי הנתונים האלה, אך מקובל לבחור את הממוצע של שני הערכים האמצעיים כחציון. כפל כל הנתונים בקבוע משנה את כל החציון פי אותו קבוע . יש לדון בהשתנות החציון כתוצאה משינוי נתונים בצד אחד של החציון או בשני צדי החציון. ממוצע הוא ערך המתקבל מחלוקת סכום הערכים של כל הנתונים במספר הנתונים בקבוצה. סכום הסטיות של הנתונים מהממוצע שווה לאפס .	הסבירו. ב. מהו ממוצע הקליעות של השחקן בכל 12 המשחקים? 3. בבית מלאכה מועסקים 9 פועלים ומנהל. שכרם של 4 פועלים הוא 5,000 ₪ ושכרם של 5 פועלים נוספים הוא 5,200 ₪. שכרו של המנהל הוא 9,000 ₪. א. מצאו את השכר השכיח, את החציון ואת ההכנסה הממוצעת בבית המלאכה. ב. המנהל קיבל תוספת של אלפיים ₪ לשכרו. מהו השכר השכיח, מהו החציון ומהי ההכנסה הממוצעת בבית המלאכה, לאחר העלאת משכורתו של המנהל? 4. באחד מאגפי מפעל ייצור עובדים שישה אנשים ששכרם הרגיל הוא: 4,800 ₪, 4,900 ₪, 5,000 ₪, 5,050 ₪, 5,050 ₪, ו- 5,200 ₪. לקראת החגים, וכגמול על תפוקה מרובה, קיבלו כולם תוספת חד-פעמית של 50% משכרם הרגיל. א. מהו השכר הממוצע של ששת העובדים באופן רגיל, ומה היה שכרם הממוצע בעקבות התוספת החד-פעמית? ב. מהו חציון השכר של ששת העובדים באופן רגיל, ומה היה חציון שכרם בעקבות התוספת החד-פעמית? ג. מהו השכר השכיח של ששת העובדים באופן רגיל, ומה היה השכר השכיח בעקבות התוספת החד-פעמית?

	יש לפתור שאלות מילוליות העוסקות בממוצע באמצעים חשבוניים ואלגבריים ובמגוון הקשרים . יש להראות שהממוצע הוא המדד הרגיש ביותר לשינויים בנתונים שבשולי ההתפלגות . הממוצע מושפע מכל הוספה של נתון יחיד, השונה מהממוצע עצמו. יש לעסוק בחישוב ממוצע מתוך טבלת שכיחות, רשימת נתונים ומהייצוגים אחרים . בתוכנית חציון וממוצע, מוגדרים עבור נתונים כמותיים בדידים. שכיח, מוגדר בנוסף גם עבור נתונים שמיים . כל שלושת מדדי המרכז הם ערכי ביניים, כלומר אינם יכולים להיות גדולים מהנתון המרבי, ואינם יכולים להיות קטנים מהנתון הקטן ביותר. הגדלה/הקטנה של כל הנתונים בקבוע מגדילה/מקטינה את כל שלושת מדדי המרכז באותו קבוע . כפל כל הנתונים בקבוע משנה את כל שלושת מדדי המרכז פי אותו קבוע.	ד. בכמה אחוזים גדל הממוצע? 5. חוקר קופים רשם משקל של 5 קופים בגן חיות. במקום לרשום את משקל כל אחד מהקופים, הוא כתב את המידע הבא על משקלם: ההפרש בין קצוות טווח הנתונים = 30 ק"ג השכיח = 74 ק"ג החציון = 80 ק"ג הממוצע = 85 ק"ג א. כמה שוקל כל אחד מחמשת הקופים שהוא חקר? הסבירו. ג. אם בעוד שנה כל אחד מהקופים יוסיף למשקלו בדיוק 10 ק"ג, כיצד ישתנה כל אחד מן המדדים הנתונים (טווח, שכיח, חציון וממוצע)? הסבירו.

6. בכיתה קטנה של 15 תלמידים, נערך מבחן קצר בביולוגיה בנושא "מבנה התא". הציון המקסימלי במבחן היה 10. המורה ריכזה את ציוני התלמידים וגילתה התפלגות מעניינת: • **ציון 6 :** תלמיד 1 • **ציון 7** : 3 תלמידים • **ציון 8**: 7 תלמידים • **ציון** 9: 3 תלמידים • **ציון 10**: תלמיד 1 א. הסביר מדוע הממוצע והחציון שווים. **ב. זיהוי סימטריה :**הסבירו מדוע התפלגות זו "סימטרית". סרטטו דיאגרמת מקלות. ג. הציעו קבוצת נתונים אחרת בת 5 ערכים בלבד (למשל ציונים של 5 תלמידים) שבה הממוצע, החציון והשכיח יהיו כולם **7**. ד. האם בהתפלגות סימטרית – הממוצע, החציון יהיו שווים גם לשכיח? אם התשובה היא לא, תנו דוגמה.	יש לדון ביתרונות ובחסרונות של כל אחד מהמדדים, כמייצגים את קבוצת הנתונים . בהתפלגות סימטרית, החציון והממוצע מתלכדים. יש לדון באומדן של חציון ושל ממוצע. לצד התרגול הפרוצדוראלי, יש לשלב משימות המפתחות תובנה ומקדמות מיומנות של שיח מתמטי וחשיבה ביקורתית. בין היתר יש להתייחס לשאלות שבהן על התלמיד לבדוק אם התשובה שלו הגיונית. לפתרון חלק מהשאלות התלמידים יצטרכו לפתור משוואות מהמעלה הראשונה, אך ללא משתנה במכנה.	

31

7. להלן רשימת הציונים של 10 תלמידים: 6, 6, 7, 7,7, 7, 8, 9, 9, 9. כל התלמידים שקיבלו ציון 9 ערערו, וציונם הועלה ל- 10. א. מצאו מה היה הציון השכיח מלכתחילה, ומה היה הציון השכיח לאחר קבלת הערעור על הציון. ב. מצאו מה היה הציון הממוצע מלכתחילה, ומה היה הציון הממוצע לאחר קבלת הערעור על הציון. ג. מצאו מה היה חציון הציונים מלכתחילה, ומה היה חציון הציונים לאחר קבלת הערעור על הציון. 8. תלמידים קיבלו את תוצאות המבחן שלהם בחקר נתונים, וממוצע ציוניהם היה 7.6. תלמיד תשיעי קיבל את הציון באיחור, ואז התברר שממוצע הציונים של כל 9 התלמידים שווה לממוצע הציונים של 8 התלמידים הראשונים. מהו ציונו של התלמיד התשיעי? נמקו את תשובתכם. 9. מספר תלמידים נבחנו, וממוצע ציוניהם היה 7.6. שני תלמידים נוספים נבחנו בהמשך וקיבלו את הציונים 10 ו- 8. ממוצע הציונים של כל התלמידים (כולל שני התלמידים		

		הנוספים) היה 7.8. כמה תלמידים נבחנו בסך הכולל? 10. ברשימת ציונים נתונה (בסקלה 0-100), ידוע כי החציון הוא 100. - מה השכיח? הסבירו. - רינה אמרה: לא ניתן לדעת את הממוצע כי לא יודעים לא את הציונים עצמם ולא כמה ציונים היו. אבל בהחלט ניתן לדעת כי הממוצע תמיד גדול מ- 50. האם היא צודקת? הסבירו. (מהספר "סטטיסטיקה - מהדורה מורחבת" שחוברה על ידי נורית הדס, אברהם הרכבי, איטה נפטליס, 2000, מכון ויצמן) 11. פרחי נוי גדלו בשלושה שדות שונים בתנאי השקיה שונים. לאחר הקטיף, מדדו את גובה הפרחים ורשמו אותו (מעוגלים ברמת דיוק של 5 ס"מ) בשלוש שורות בטבלת השכיחויות. רשמו עבור כל שדה מי מבין השכיח, החציון והממוצע הוא הגדול ביותר ומיהו הקטן ביותר.

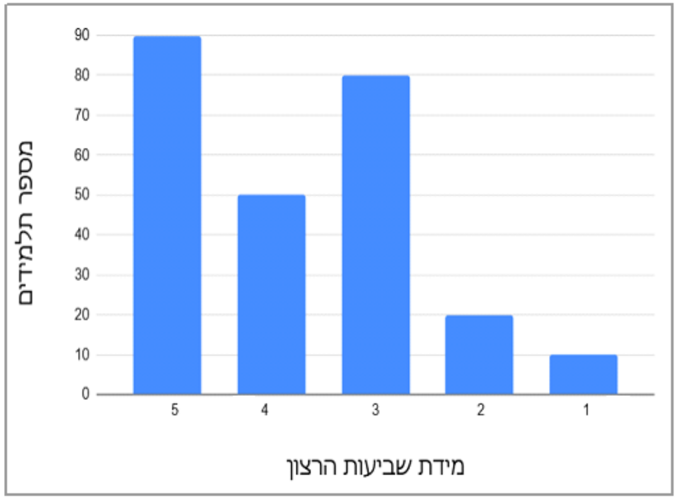
גובה הפרח	50 ס"מ	55 ס"מ	60 ס"מ	65 ס"מ	70 ס"מ	75 ס"מ	80 ס"מ
שכיחות הפרחים בשדה א'	320	560	480	400	360	320	280
שכיחות הפרחים בשדה ב'	280	320	400	550	400	320	280
שכיחות הפרחים בשדה ג'	280	320	360	400	480	560	320

12. בשוליו של כפר דייגים ניצב בית מידות של אדם עשיר. ברוב ימות השבוע הוא נמצא בעיר ומנהל את עסקיו הנרחבים, אך בכל יום א' הוא מפליג לדוג דגים בסיוע שני בחורים מהכפר. השכר שהוא משלם להם ביום אחד זה עולה על כל הכנסתם בשאר ימי השבוע. במרשם התושבים רשום העשיר כתושב כפר הדייגים.
כששואלים אותו למקצועו ולתחביביו, הוא אומר: "תחביבי הוא לצבור כסף. המקצוע האמתי שלי הוא דיג".

א. מה משקף, לדעתכם, בצורה טובה יותר את מצבו הכלכלי של ציבור הדייגים בכפר, ממוצע ההכנסות של תושבי הכפר או החציון? נמקו.

ב. מה משקף, לדעתכם, בצורה טובה יותר את מצבם הכלכלי של שני הבחורים הנ"ל, ממוצע הכנסתם היומית או החציון? נמקו.

13. מתוך TIMSS לאחת מרשימות המספרים האלה הטווח הקטן ביותר וגם הממוצע הגדול ביותר. לאיזו מהן? א. 6 8 12 23 46 ב. 6 8 12 28 46 ג. 6 8 12 23 51 ד. 6 8 12 18 51 14. לאחר הטיול השנתי רצו בבית הספר לדעת מה מידת שביעות הרצון של תלמידי שכבת ט' מהטיול. כל תלמיד קיבל פתק והתבקש להקיף בעיגול את התשובה המתאימה ביותר: 5 – שביעות רצון רבה מאד 4 – שביעות רצון רבה 3 – שביעות רצון בינונית 2 – שביעות רצון נמוכה 1 – שביעות רצון נמוכה מאוד התשובות שהתקבלו מוצגות בדיאגרמה הבאה:		



א. כמה תלמידים בשכבה?

ב. דנה אמרה "התשובה השכיחה בשכבה היא **שביעות רצון בינונית**". האם דנה צודקת? נמקו.

ג. (1). חשבו את הציון הממוצע של שביעות הרצון.

(2). האם רוב התלמידים היו מרוצים הטיול?

ד. נוספו לסקר תשובות של 9 מורים שהשתתפו בטיול. כל המורים סימנו בפתק את המספר 2. האם הציון הממוצע של שביעות הרצון, השתנה? נמקו.

ה. מהי השכיחות היחסית של התשובה **שביעות רצון נמוכה מאוד**?

ו. אם נבחר פתק באקראי, מה ההסתברות שהמספר שרשום עליו יהיה 5?

ז. אם נבחר פתק באקראי, מה ההסתברות שהמספר שרשום עליו יהיה 3 או 4?

15. חמישה ילדים אספו צדפים בשפת הים.

כל ילד אסף בממוצע 30 צדפים.

א. כמה צדפים אספו כל הילדים ביחד ?

ב. האם ייתכן שאחד מהילדים אסף יותר מ- 30 צדפים ? נמקו.

ג. האם יתכן שכל אחד מחמשת הילדים אסף פחות מ- 30 צדפים? נמקו.

ד. אם ידוע שכל אחד מהילדים אסף מספר אחר של צדפים- כתבו מספרים אפשריים למספר הצדפים שאסף כל אחד מהילדים .

16. מתוך TIMSS

לחברת "ההמבורגר המקורי" יש 5 סניפים. מספר אנשי הצוות ב־5 הסניפים הוא 12, 18, 19, 21 ו־30 אנשים.

א. מהו הממוצע של מספר אנשי הצוות ב־5 הסניפים?

תשובה: ____________

ב. מהו החציון של מספר אנשי הצוות ב־5 הסניפים?

תשובה: ____________

ג. אם הסניף שבו 30 אנשי צוות יגדיל את מספרם ל־50, כיצד ישפיע הדבר על החציון ועל הממוצע?

		משימות נוספות לסיכום מדדי מרכז: 17. מיהו המדד המאפיין 18. מסיבת יום הולדת 19. מן המדדים אל הנתונים 20. ציונים

דוגמה לשאלות מסכמות:

1. מתוך TIMSS

בִּמְרוֹץ שליחים למרחק של 400 מטרים רצה קבוצה של 4 אצנים. האצנים סיימו את קטע הריצה שלהם בִּמְרוֹץ לפי הסדר הזה: 12 שניות, 13 שניות, 11 שניות ו-13 שניות.

1. מהו הזמן הממוצע שבו סיימו האצנים את קטע הריצה שלהם בִּמְרוֹץ?

א 13.0 שניות

ב 12.5 שניות

ג 12.25 שניות

ד 11.5 שניות

2. בִּמְרוֹץ הבא שיפרו 2 מהאצנים את הזמנים שלהם ב-2 שניות כל אחד, ו-2 האצנים האחרים קיבלו את אותן תוצאות כמו בִּמְרוֹץ הקודם. בכמה שניות השתפר זמן הריצה הממוצע של הקבוצה?

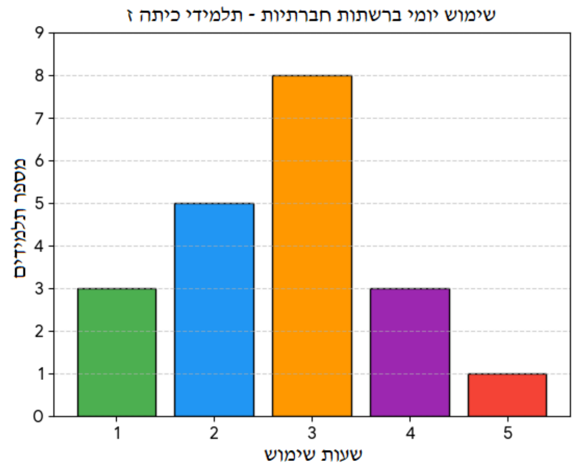
א 0 שניות

ב 1 שנייה

ג 2 שניות

ד 4 שניות

2. חוקרים מהפקולטה למדעי החברה בדקו את הרגלי השימוש בטלפונים חכמים בקרב בני נוער. הם פיתחו אפליקציה בשם "מסך ירוק" המודדת כמה שעות ביום התלמידים מבלים ברשתות החברתיות. החוקרים עקבו אחר קבוצה של **20 תלמידים** בכיתה ז' ותיעדו את זמן השימוש היומי שלהם ביום ראשון. התוצאות מוצגות בדיאגרמת המקלות הבאה):



א. התבוננו בדיאגרמה והשלימו את טבלת השכיחויות:

מספר שעות שימוש ביום	**מספר התלמידים**
1	3
2	5
3	?
4	?
5	1
סה"כ	**20**

ב. מהו **השכיח** בקרב קבוצת התלמידים? הסבירו מה המשמעות של נתון זה לגבי הרגלי השימוש בכיתה.

ג. חשבו את **ממוצע** שעות השימוש ליום של תלמיד בקבוצה זו. הציגו את דרך החישוב.

ד. אחד התלמידים טען: "הגרף מוכיח שרוב התלמידים בכיתה מכורים לטלפון כי הממוצע גבוה מ-2 שעות."

- האם אתם מסכימים עם טענתו? האם "ממוצע" מספיק כדי לקבוע שמישהו "מכור?"

- שימו לב לנתון של התלמיד שמשתמש בטלפון 5 שעות ביום. כיצד הנתון של התלמיד הזה משפיע על הממוצע הכיתתי? (האם הוא מעלה אותו או מוריד אותו?)

ה. הנהלת בית הספר החליטה להשיק קמפיין לצמצום זמן המסכים. הם הציבו מטרה: להוריד את הממוצע הכיתתי ל-2 שעות בדיוק.

הציעו שינוי בנתונים (למשל: כמה תלמידים צריכים להפחית שעות ובכמה?) שיביא את

הממוצע ל-2 שעות. הסבירו את ההיגיון שלכם.

3. מתוך אוריינות בקטנה (הטכניון)
[גובה ממוצע.](#)

[שאלון לתלמיד](#)

גובה ממוצע
קישור לשאלון

גובה ממוצע

הסתברות: מושגים בסיסיים, חישובי הסתברות בהקשר של שכיחות יחסית, תוצאה משלימה.	מידול מתמטי מעבר בין ייצוגים שונים הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי חשיבה כמותית ולוגית חשיבה ביקורתית אוריינות מתמטית יש לדון כי הסתברות היא תורה מתמטית בעלת השלכות שימושיות לחיי היומיום. היא עוסקת בהתרחשויות הכרוכות באי-ודאות. הפרק 'הסתברות' בכיתה ח הוא המשך הלימוד של ההסתברות שהיה בכיתה ז, ומטרתו להבנות ולחזק את הידע בתחום. העמקה בתחום זה תיעשה בכיתה ט ובחטיבה העליונה. הסתברות לקבלת תוצאה היא קביעה מראש של מידת ההיתכנות שהתוצאה תתרחש, בסולם שבין 0 ל-1. העיסוק בהסתברות בחטיבת הביניים צריך להיות מושתת על תובנה בסיסית. השלב הראשון בלימוד צריך להתמקד בקשר שבין ערך ההסתברות ובין מידת ההיתכנות שאנחנו מייחסים לתוצאה לא ודאית.	חיי יומיום תחום כלכלי פיננסי מדעים מדויקים מדעי החברה 1. במגירה יש 28 עטים: חלקם לבנים, חלקם כחולים, חלקם ורודים וחלקם אפורים. א. אם ההסתברות לבחירת עט כחול היא $\frac{2}{7}$, כמה עטים כחולים יש במגירה? ב. מספר העטים הוורודים גדול פי 2 ממספר העטים הכחולים. מה ההסתברות להוציא באקראי עט ורוד?  2. בתחנת המטאורולוגיה "מבט לעננים" משתמשים במודלים ממוחשבים כדי לחשב את **ההסתברות לירידת גשם**. החזאי מסביר: "ההסתברות היא מספר בין 0 ל-1 . ככל שהמספר קרוב יותר ל-1, אנחנו מצפים בביטחון רב יותר שהאירוע אכן יתרחש" לפניכם טבלה המציגה את ההסתברות לגשם עבור ארבעה יישובים ביום מסוים

43

<table dir="rtl">
<tr>
<td></td>
<td>ההסתברות של תוצאה שההערכה להתממשותה שווה
להערכה שלא תתממש היא 1/2 .
ההסתברות של תוצאה שההערכה להתממשותה גדולה
מהערכה לאי- התממשותה גדולה מ - 1/2.
הסכום של ההסתברות שתוצאה תתקבל וההסתברות שהיא
לא תתקבל הוא 1.
אם תוצאה מתפצלת לתוצאות משנה, הסתברותה היא סכום
ההסתברויות של כל תוצאות המשנה.
עקרון הסימטריה הוא הבסיס להגדרה הקלאסית של
הסתברות. כאשר אין סיבה פיזיקלית או גיאומטרית
להעדיף תוצאה אחת על פני אחרת, אנחנו מניחים
שההסתברויות שוות.
במצב שבו הסימטריה בקבלת n תוצאות זרות וממצות
ניכרת לעין, ההסתברות לקבלת כל אחת מהתוצאות
היא 1/n .
אם תוצאה מורכבת מ k- תוצאות שההסתברות לקבלת כל
אחת מהן היא 1/n אז ההסתברות שהיא תתקבל היא k/n .
יידרש נימוק בעל פה לגבי השיקול שמאחוריו התקבלה
תוצאת הסתברות.</td>
<td><table dir="rtl">
<tr><td>היישוב</td><td>הסתברות לגשם</td></tr>
<tr><td>ערד</td><td>0.05</td></tr>
<tr><td>ירושלים</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>חיפה</td><td>0.90</td></tr>
<tr><td>תל אביב</td><td>0</td></tr>
</table>
א. התאימו בין היישוב לבין מידת ההיתכנות המילולית המתאימה ביותר:
- אירוע ודאי שלא ירד בו גשם.
- אירוע סביר מאוד (סיכוי גבוה).
- אירוע נדיר מאוד (סיכוי נמוך מאוד).
- אירוע שסיכוייו לקרות או לא לקרות שווים .</td>
</tr>
</table>

	אומדן להסתברות לקבלת תוצאה יכול להתקבל באמצעות בדיקת השכיחות היחסית של אותה תוצאה כשחוזרים על אותו ניסוי מספר רב של פעמים. התוצאה המשלימה של תוצאה מסוימת כוללת את כל מה שיכול לקרות מלבד התוצאה המסוימת. הסכום של הסתברות של התוצאה המסוימת עם ההסתברות של התוצאה המשלימה שלה הוא 1.	ב. מהי ההסתברות שלא ירד גשם בחיפה? הציגו את החישוב והסבירו מה זה אומר על מידת ההיתכנות של "יום יבש" בחיפה. ג. דני מתכנן פיקניק בירושלים. הוא ראה שההסתברות לגשם היא 0.50 ואמר: "זה אומר שחצי מהיום ירד גשם וחצי מהיום יהיה שמש." האם הפרשנות של דני נכונה? הסבירו את ההבדל בין משך הזמן של הגשם לבין מידת הביטחון בחיזוי. ד. מארגני מרוץ אופניים בערד צריכים להחליט אם לבטל את המרוץ בשל חשש מהחלקה בגשם. התקנון קובע: "יש לבטל את המרוץ רק אם ההסתברות לגשם גדולה מ-0.2." • מה צריכה להיות החלטת המארגנים לפי הנתונים בטבלה? • לו הייתם המארגנים, האם הייתם מסתמכים רק על המספר 0.05, או שהייתם בודקים נתונים נוספים? אילו נתונים?

45

3. מתוך TIMSS לדורית יש שקית גולות ובתוכה: • 50 גולות אדומות • 50 גולות צהובות • 40 גולות כחולות • 60 גולות ירוקות היא מוציאה בְּאַקְרַאי גולה אחת מהשקית. **א.** מה ההסתברות שדורית תוציא גולה **שאינה** ירוקה? תשובה: ______ **ב.** מה ההסתברות שדורית תוציא גולה צהובה או כחולה? תשובה: ______ לסופי יש שקית ובה 16 גולות ־ 8 אדומות וְ-8 שחורות. היא שולפת 2 גולות מהשקית ולא מחזירה אותן בחזרה. שתי הגולות הן שחורות. אז היא שולפת גולה שלישית מהשקית. מה ניתן לומר לגבי הצבע האפשרי של אותה גולה שלישית? (א) סביר יותר שהוא יהיה אדום מאשר שחור. (ב) סביר יותר שהוא יהיה שחור מאשר אדום. (ג) הסבירות שהוא יהיה אדום זהה לסבירות שהצבע יהיה שחור. (ד) אי-אפשר לדעת אם סביר יותר שהוא יהיה אדום או שחור.		

4. במפעל "קוביות הזהב" מייצרים קוביות משחק עבור משחקי לוח. כדי להבטיח שהמשחק יהיה הוגן, המפעל משתמש במכונות חיתוך לייזר מדויקות המייצרות קוביות שכל פאותיהן זהות לחלוטין בשטחן ובמשקלן. מהנדס המפעל בודק שני דגמים של אמצעי הטלה: דגם א : קובייה בעלת 6 פאות זהות (קובייה סטנדרטית). דגם ב: סביבון בעל 4 תוצאות אפשריות זהות. א. הסבירו במילים שלכם מדוע, מבחינה גיאומטרית, הסיכוי שהקובייה תיפול על המספר "2" שווה בדיוק לסיכוי שהיא תיפול על המספר "5". באילו מושגים גיאומטריים (כמו שטח פאה, משקל, צורה) השתמשתם בהסבר? ב. אם בכל פעם שמטילים את הקובייה יש 6 תוצאות אפשריות והן סימטריות לחלוטין, מהי ההסתברות לקבלת המספר "4" ? כתבו את התשובה כשבר וכאחוז. ג. אחד העובדים במפעל הציע להדביק מדבקה עבה וכבדה מאוד רק על הפאה של המספר "6". • האם במצב זה עדיין קיימת סימטריה בקבלת התוצאות?		

47

• כיצד לדעתכם המדבקה תשפיע על ההסתברות לקבל "6" לעומת שאר המספרים? נמקו את תשובתכם. ד. במפעל ייצרו גם "מטבע" מיוחד לא "שטוח". • האם במקרה זה נוכל לומר שההסתברות לקבל כל צד היא 0.5 (חצי)? הסבירו מדוע הסימטריה כאן "אינה ניכרת לעין." 5. ביום מסוים, תחזית מזג האוויר צופה כי בין השעות 12 בצהריים ל-6 בערב הסיכוי לגשם הוא 30%. איזה מהמשפטים הבאים הוא הפרשנות הטובה ביותר לתחזית זו? - 30% מהשטח באזור התחזית יקבל גשם. - ב-30% מתוך 6 השעות (סך הכול 108 דקות) ירד גשם. - עבור האנשים באותו אזור, 30 מתוך כל 100 אנשים יחוו גשם. - אם אותה תחזית הייתה ניתנת עבור 100 ימים, אז בערך ב-30 ימים מתוך ה-100 ירד גשם. - כמות הגשם תהיה 30% מגשם כבד (כפי שנמדד לפי כמות גשם ליחידת זמן).		

דוגמה לשאלות מסכמות כולל שימוש במקורות מידע שונים

מתוך אוריינות בקטנה (הטכניון)

1. נגנים פגומים
שאלון לתלמיד

נגנים פגומים
קישור לשאלון

נגנים פגומים

2. גלגל צבעים

סטטיסטיקה : אינטרפולציה על סמך ניתוח נתונים כמותיים	**מיון וסיווג** **מידול מתמטי** **מעבר בין ייצוגים שונים** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **חשיבה כמותית ולוגית** **חשיבה ביקורתית** **אוריינות מתמטית** **אינטרפולציה (Interpolation)** **בסטטיסטיקה** היא שיטה לחיזוי או הערכת ערכים חסרים *בתוך* תחום הנתונים הקיים. כלומר, כאשר אנחנו יודעים חלק מהנתונים ורוצים להעריך מה היה הערך בין נתונים שכבר ידועים לנו. יש להדגיש את חשיבות לימוד הנושא כי הוא עוזר להשלים נתונים חסרים בסקרים או ניסויים, לחזות ערכים בין מדידות (למשל, טמפרטורה בין שעות), ובהמשך לבנות מודלים בתחומים כמו כלכלה, פיזיקה, הנדסה ורפואה.	חיי יומיום תחום כלכלי פיננסי מדעים מדויקים מדעי החברה אלגברה קישוריות תחום כלכלי פיננסי 1. נתוני השכר החודשי (בש"ח) של עובד בחמשת החודשים הראשונים בשנת 2025 הם: ינואר — 7,200 פברואר — 7,400 ***מרס*** אפריל — 7,900 מאי — 8,200 חשבו באמצעות אינטרפולציה לינארית את השכר החסר במרץ. 2. בטבלה מוצגים נתוני אוכלוסייה (במיליוני תושבים) בשנים שונות **אוכלוסייה (במיליונים) שנה** 2.0 2010 3.2 2016 ידוע כי קצב הגידול בין השנים אחיד (כלומר, שינוי ליניארי).

50

יושם דגש על היכולת לאמוד תוצאה של ערך ביניים, גם כאשר אין נתונים לגבי הערך המבוקש.

אומדן לתוצאת ביניים הוא חציון לשתי התוצאות של הערכים הקרובים ביותר לערך הביניים. החציון יכול להיות ממוצע שתי התוצאות, אך רצוי שיהיה קרוב יותר לתוצאת הערך הקרוב יותר מבין השתיים.

חישוב תוצאת ביניים יכול להתבסס על אלגברה של קו ישר באופן הבא: בהינתן שני הערכים הקרובים ותוצאותיהם, ניתן למצוא את משוואת הישר המתאים.

ניתן להציב את ערך הביניים במשוואה שהתקבלה, כדי לקבל את תוצאת הביניים המבוקשת.

דרך נוספת היא שימוש בחלוקת ההפרשים הידועים באותו יחס.

- הערך (באינטרפולציה) את גודל האוכלוסייה בשנת **2014.**
- תלמיד אמר: "אם בין 2.0 לבין 3.2 זה 1.2 מיליון, אז האמצע הוא 2.6 מיליון — לכן זה כנראה הערך ב-2014". האם הוא צודק? הסבר.

.3

תחזית צריכת חשמל בבית

בטבלה מוצגים נתוני צריכת חשמל חודשית בבית (בקוט"ש):

חודש	צריכה (קוט"ש)
ינואר	420
פברואר	460
מרץ	?
אפריל	540
מאי	580

א. חשבו באמצעות אינטרפולציה לינארית את הערך החסר של חודש **מרץ.**

ב. חשבו את ממוצע הצריכה של ארבעת החודשים הראשונים.

ג. אם מתוכננת התקנת מערכת חיסכון שמפחיתה 10% מהצריכה, מה תהיה הצריכה הצפויה במרץ אחרי ההתקנה?

ד. הסיקו מסקנה: האם המגמה היא עלייה יציבה בצריכה? מה יכול להסביר אותה?

.4
קישוריות לחיי היום יום

התקדמות רץ באימון

טבלת זמן ריצה (דקות) למרחק 5 ק"מ:

שבוע	זמן (דקות)
שבוע 1	36
שבוע 2	?
שבוע 3	32
שבוע 4	30

1. מצאו את הזמן החסר של **שבוע 2** באמצעות אינטרפולציה לינארית.
2. חשבו בכמה דקות השתפר הרץ מהממוצע של השבועות 1–2 לעומת השבועות 3–4.
3. כתבו מסקנה: האם הקצב מציאותי? מה ייתכן שישפיע על ההמשך?

<table dir="rtl">
<tr>
<td>סטטיסטיקה :
אקסטרפולציה על סמך ניתוח נתונים כמותיים</td>
<td>מיון וסיווג

מידול מתמטי

מעבר בין ייצוגים שונים

הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי

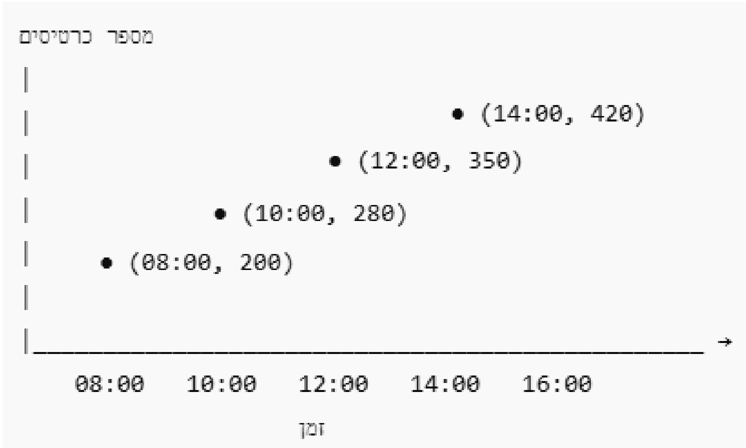
חשיבה כמותית ולוגית

חשיבה ביקורתית

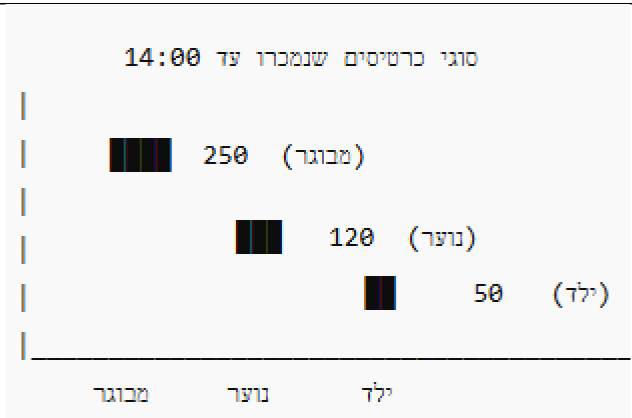
אוריינות מתמטית

אקסטרפולציה היא חיזוי או הערכה של נתונים מחוץ לטווח שנמדד, כלומר מעבר לנתונים הידועים, על בסיס המגמה שנראית בגרף או בטבלה.

יושם דגש על היכולת לאמוד תוצאה של ערך שמחוץ לטווח הנתונים.
אומדן לתוצאת ערך כזה צריך להיות מבוסס על מגמת התוצאות (עלייה/ירידה) ועל גודל השינוי הצפוי אילו אותה מגמה הייתה נמשכת גם מחוץ לטווח הנתונים.
יש לבצע בקרה שהחריגה מטווח הנתונים איננה משפיעה על המשך המגמה. למשל,</td>
<td>חיי יומיום
תחום כלכלי פיננסי
מדעים מדויקים
מדעי החברה
אלגברה

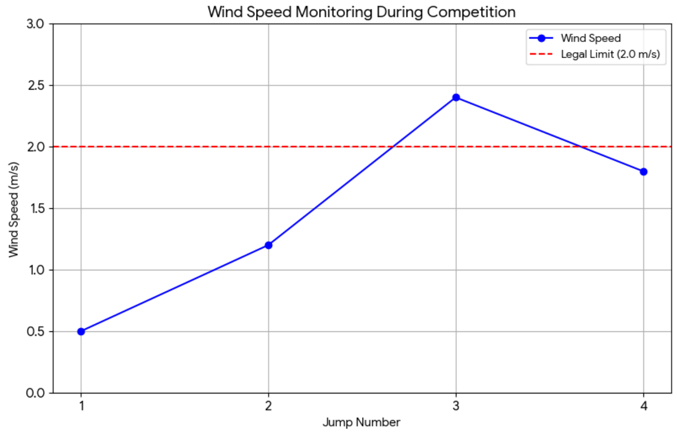
1. לפניכם גרף המתאר את המספר המצטבר של הכרטיסים שנמכרו לפסטיבל מוזיקה במהלך שעות היום:


בנוסף מופיעה דיאגרמת עמודות המפרטת את כמות סוגי הכרטיסים שנמכרו עד שעה 14:00:</td>
</tr>
</table>

	קצב הגדילה של ילד עד גיל 10 אינו נמשך עד גיל 30. במצב שבו הגרף של הערכים ותוצאותיהם קרוב לגרף של קו ישר, וגם החריגה מטווח הנתונים אינה אמורה לשנות את המגמה, חישוב התוצאה המבוקשת יכול להתבסס על אלגברה של קו ישר באופן הבא: בהינתן סדרת ערכים ותוצאותיהם, ניתן למצוא את משוואת הישר המתאים. ניתן להציב את הערך המבוקש במשוואה שהתקבלה, כדי לקבל את התוצאה המבוקשת. יש חשיבות שהתלמידים יבינו מהי אקסטרפולציה ומדוע משתמשים בה, יזהו נתונים על גרף/טבלה וידעו להבדיל בין אינטרפולציה לבין אקסטרפולציה. יש להדגיש שיש לבצע חיזוי ולקבל החלטות על סמך ביצוע חיזוי מבוסס מגמה ולא ניחוש אקראי.	 א. מה קורה למספר הכרטיסים שנמכרים לאורך היום — האם הוא עולה, יורד או נשאר קבוע? (זיהוי מגמה בגרף) ב. כמה כרטיסים נוספים נמכרו בממוצע כל שעתיים? ג. אם המגמה ממשיכה באותו קצב, כמה כרטיסים צפויים להימכר עד השעה **16:00**? (שימוש באקסטרפולציה) ד. האם לדעתכם התוצאה בהכרח נכונה? סמן ✔ או ✘ והסבר: • ☐ כן • ☐ לא, כי______________________ (כמו: "ייתכן שכבר נגמרים כרטיסים", "בשעות אחר הצהריים פחות אנשים קונים", "יש מבצע חדש" וכו) ה. כמה אחוז מהכרטיסים שנמכרו עד 14:00 היו כרטיסי **נוער**? ו. האם לדעתך כדאי למארגני הפסטיבל להזמין עוד צוות עובדים לקופות בשעות 16:00–18:00? הסבירו את תשובתכם.

	יש להדגיש כי מדובר בהערכה ולא בוודאו, ככל שמתרחקים מהנתונים — החיזוי פחות מדויק.	ז. אם נבחר מישהו מאלה שקנו כרטיסים עד השעה 14.00, מה ההסתברות לבחור ילד או נער?

פירוש של נתונים הלקוחים משני מקורות מידע שונים	**מיון וסיווג** **מידול מתמטי** **מעבר בין ייצוגים שונים** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **חשיבה כמותית ולוגית** **חשיבה ביקורתית** **אוריינות מתמטית** יושם דגש על ניתוח מידע המבוסס על שני מקורות מידע נפרדים המשלימים זה את זה. זוגות מקורות המידע הנפרדים שיש להכיר הם: תיאור מילולי עם טבלה תיאור מילולי עם דיאגרמה טבלה עם דיאגרמה שתי טבלאות שתי דיאגרמות מסוגים שונים. חשוב לחשוף את התלמידים למצבים בהם יש צורך בזיהוי סתירות או אי התאמות בין הנתונים ממקורות שונים.	חיי יומיום תחום כלכלי פיננסי מדעים מדויקים מדעי החברה 1. באליפויות אתלטיקה, תוצאה בקפיצה לרוחק מוכרת כשיא רשמי רק אם רוח הגב (רוח הנושבת בגב הקופץ) לא עלתה על מהירות של 2.0 מטרים לשנייה. רוח חזקה יותר נחשבת כ"עזרה לא חוקית ." לפניכם נתונים מאימון מסכם של שלושה קופצים. כל קופץ ביצע 4 קפיצות. **מקור מידע 1: גרף מהירות הרוח (תיאור הגרף)** נתון גרף קווי המתאר את מהירות הרוח (במטר/שנייה) שנמדדה בזמן כל אחד מארבעת הסבבים של הקפיצות. ציר X = מספר הקפיצה, ציר Y = מהירות הרוח. • קפיצה 1: 0.5 מ'/ש' • קפיצה 2: 1.2 מ'/ש' • קפיצה 3: 2.4 מ'/ש' (רוח חזקה!) • קפיצה 4: 1.8 מ'/ש'



מקור מידע 2: טבלת מרחקי קפיצה (במטרים)

קופץ	קפיצה 1	קפיצה 2	קפיצה 3	קפיצה 4
יואב	6.20	6.45	6.80	6.50
דניאל	5.90	6.10	6.30	6.15
רון	6.00	פסילה	6.95	6.40

57

שאלות הערכה:

שאלות סגורות:

1. באיזו קפיצה (מספר סידורי) נמדדה מהירות הרוח הגבוהה ביותר לפי הגרף? א. קפיצה 1 | ב. קפיצה 2 | ג. קפיצה 3 | ד. קפיצה 4
2. מהו המרחק הגדול ביותר שקפץ יואב **ברוח חוקית** (מתחת או שווה ל-2.0 מ'/ש)? א. 6.80 מ' | ב. 6.50 מ' | ג. 6.45 מ' | ד. 6.20 מ'
3. מי מהקופצים השיג את הממוצע הגבוה ביותר ב-3 הקפיצות החוקיות (1, 2 ו-4)? א. יואב | ב. דניאל | ג. רון | ד. כולם השיגו אותו ממוצע
4. חשבו את ממוצע הקפיצות של דניאל בכל ארבעת הניסיונות. הציגו את דרך החישוב
5. רון טוען: "קפיצה מספר 3 שלי (6.95 מ') היא ההוכחה שאני הקופץ הטוב ביותר היום, ולכן אני צריך לזכות במקום הראשון". שופט התחרות פסל את הטענה בהסתמך על שני מקורות המידע. הסבירו, תוך שימוש בנתון מהגרף ובנתון מהטבלה, מדוע השופט צודק והשיא של רון לא ייחשב.

דוגמה לשאלה מסכמת אורייניות

השאלה היא מתחום כלכלה וצרכנות נבונה שבה מספר ייצוגים חזותיים (גרף, דיאגרמה, טבלה) והתלמיד נדרש לבצע אינטגרציה של המידע כדי להשיב.

מטרת הבעיה: בדיקת יכולת התלמיד לשלב מידע מדיאגרמת התפלגות (עוגה) ומגרף שינוי לאורך זמן (קווי) כדי לקבל החלטה עסקית.

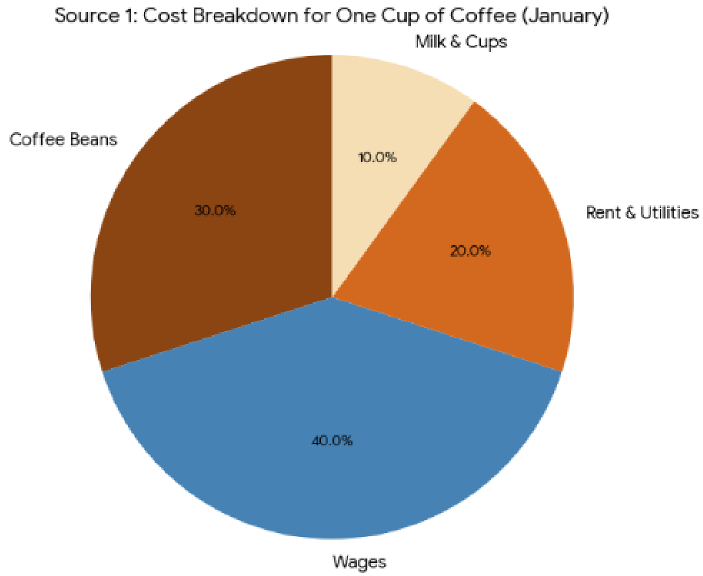
[מכירות של תקליטורי DVD]

משבר הקפה ☕

דני הוא הבעלים של בית קפה מצליח. הוא מוכר כוס קפה ב-15 ₪. בחודשים האחרונים דני שמע בחדשות שיש בעיות ביבול הקפה העולמי בגלל שינויי אקלים, מה שגורם לעליית מחירי הפולים. דני רוצה להבין כיצד זה ישפיע על הרווחים שלו והאם הוא צריך להעלות את מחיר הקפה לצרכן.

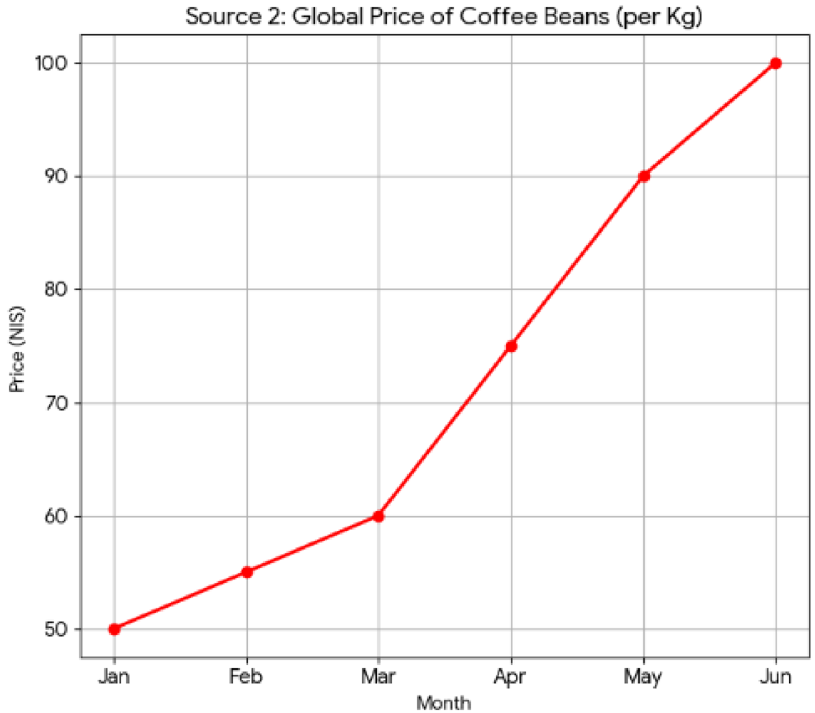
לפניך שני מקורות מידע עליהם דני מתבסס:

מקור מידע 1 - התפלגות ההוצאות להכנת כוס קפה אחת דיאגרמה זו מציגה ממה מורכבת העלות של דני לייצור כוס קפה אחת (לפני הרווח שלו).



מקור מידע 2: מחיר עולמי של פולי קפה (לק"ג) גרף זה מציג את השינוי במחיר פולי הקפה הגולמיים בחצי השנה האחרונה.

60



שאלה 1

התבוננו במקור מידע 2 וענו על השאלות הבאות

א. מה הייתה המגמה הכללית של מחירי הקפה בחודשים ינואר עד יוני?

ב. בכמה אחוזים התייקר מחיר ק"ג קפה בחודש יוני לעומת חודש ינואר?

שאלה 2 :

בחודש ינואר ,העלות הכוללת של דני להכנת כוס קפה אחת הייתה 10ש"ח .התבוננו במקור מידע 1 ובנתוני מקור מידע 2, וחשבו :כיצד השפיעה התייקרות פולי הקפה (כפי שחישבתם בשאלה 1 על העלות הכוללת של כוס קפה בחודש יוני, בהנחה ששאר ההוצאות (שכר, שכירויות, חלב וכוסות) לא השתנו?

הציגו את דרך החישוב ומצאו מהי העלות החדשה של כוס קפה.

משימות נוספות:

1. צריכת חשמל
2. ייצוא ממדינת הילו

תחום אי וודאות - כיתות ז' וח'

רציונל ומטרות התחום

תחום אי וודאות משלב סטטיסטיקה והסתברות, ומספק לתלמידים כלים להבנת נתונים, ניתוח וקבלת החלטות מושכלות במצבי אי-וודאות. התחום מפתח חשיבה ביקורתית, יכולת ניתוח מידע והבנת תופעות סטטיסטיות בעולם האמיתי.

עקרונות מנחים בתחום אי הוודאות

מהקונקרטי למופשט

הלמידה מתחילה מאיסוף נתונים קונקרטיים וארגונם, ומתקדמת בהדרגה להבנת מושגים מופשטים כמו שכיחות יחסית, הסתברות ומדדי מרכז. התלמידים חווים את התועלת בייצוגים שונים של נתונים דרך סיטואציות מוכרות מהחיים.

מעבר בין ייצוגים

התלמידים יתרגלו מעבר דו-כיווני בין ייצוגים שונים: תיאור מילולי, טבלאות, דיאגרמות (עמודות, עיגול, קו) וחישובים מספריים. הבנת הקשרים בין הייצוגים תובהר באופן מפורש.

הקשרה למציאות ואוריינות

הסטטיסטיקה וההסתברות תילמדנה בהקשרים מגוונים: בריאות, ספורט, כלכלה, מזג אויר, תקשורת ועוד. התלמידים יבינו את החשיבות של בחינת סבירות מסקנות והתאמתן להקשר המציאותי.

חשיבה ביקורתית

פיתוח יכולת להעריך מהימנות נתונים, לזהות מגמות, לבחון את הסבירות של מסקנות ולהבחין בין מידע אמין למטעה. זיהוי מצבים שבהם שכיחות יחסית מספקת אומדן להסתברות.

מיומנויות כלליות חוצות נושאים

כל נושא בתחום אי הוודאות מפתח מיומנויות כלליות אלו:

- **חשיבה ביקורתית:** הערכת סבירות, זיהוי דפוסים בנתונים, ניתוח קשרים בין ייצוגים.
- **גמישות ויצירתיות:** פתרון בדרכים שונות, זיהוי דפוסים, יצירת שאלות חדשות.
- **הנמקה והסבר:** הסבר מילולי של תהליכים, הצדקה של מסקנות, ביסוס טענות.
- **ויסות עצמי ורפלקציה:** בקרה עצמית על תהליך הניתוח, בדיקת התאמה, למידה מטעויות.

נושאים מרכזיים

כיתה ז'

- סטטיסטיקה: קריאת מידע, איסוף וארגון נתונים בטבלה, ברשימה ומגוון דיאגרמות
- סטטיסטיקה: שכיחות, שכיחות יחסית (ללא אחוזים)
- סטטיסטיקה: שימוש באחוזים לתיאור של שכיחות יחסית
- הסתברות ברמה אינטואיטיבית בהקשר של שכיחות יחסית

כיתה ח'

- הסתברות: מושגים בסיסיים, חישובי הסתברות, מאורע משלים
- סטטיסטיקה: טווח נתונים ומדדי מרכז (שכיח, חציון וממוצע)
- סטטיסטיקה: אינטרפולציה על סמך ניתוח נתונים כמותיים
- סטטיסטיקה: אקסטרפולציה על סמך ניתוח נתונים כמותיים
- פירוש של נתונים הלקוחים משני מקורות מידע שונים

כיתה ז' - תחום אי וודאות

נושאים מרכזיים	ידע ומיומנויות	הנחיות דידקטיות
עקרונות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
סטטיסטיקה: קריאת מידע, איסוף וארגון נתונים בטבלה, ברשימה ומגוון דיאגרמות	**מושגים עיקריים:** משתנה - תכונה הניתנת למדידה או לספירה שכיחות המשתנה - מספר הפעמים שערך מסוים מופיע **עקרונות ארגון נתונים:** א. קביעת קריטריון משמעותי למיון ב. הקבוצות הממוינות זרות זו לזו ג. הקבוצות הממוינות ממצות את כל מגוון האפשרויות **מיומנויות:** קריאה והבנה של נתונים המוצגים בדרכים שונות יצירה עצמאית של ייצוגים שונים (טבלאות, דיאגרמות) המרה בין דרכי ייצוג שונות טיפול בנתונים שמיים (לא מספריים) וכמותיים	**סדר הוראה:** התחלה מנתונים קונקרטיים מהחיים הכרת מושג המשתנה דרך דוגמאות תרגול ארגון נתונים לפי קריטריונים שונים **דגשים דידקטיים:** יש ללמד את הנושא גם בהקשר של נתונים שמיים יש לעסוק בנושא לאורך כל השנה בהקשרים שונים יש להדגיש את החשיבות של בחירת קריטריון מיון משמעותי **המלצות:** מומלץ להציג סיטואציות מוכרות מהחיים היומיומיים מומלץ לתת לתלמידים להתנסות באיסוף נתונים בעצמם מומלץ להשוות בין דרכי ארגון שונות ולדון ביתרונות וחסרונות

נושאים מרכזיים	ידע ומיומנויות	הנחיות דידקטיות
עקרונות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
סטטיסטיקה: שכיחות, שכיחות יחסית (ללא אחוזים)	**הגדרות:** שכיחות - מספר הפעמים שפריט מופיע בקבוצה שכיחות יחסית - היחס בין השכיחות למספר הכולל של הפריטים **ייצוגים:** שברים פשוטים מספרים עשרוניים טבלאות שכיחות דיאגרמות עמודות **מיומנויות:** חישוב שכיחות ושכיחות יחסית פתרון בעיות עם נתונים מוצגים בטבלה או בדיאגרמה הבנת המידע הגלום בכל סוג של שכיחות מעבר בין ייצוגים שונים השוואה בין קבוצות באמצעות שכיחות יחסית	**סדר הוראה:** התחלה משכיחות רגילה (ספירה) הבנת הצורך בשכיחות יחסית (להשוואה) **דגשים דידקטיים:** יש להדגיש ששכיחות יחסית היא מושג בסיסי בהסתברות יש לדון ביתרונות של כל סוג ייצוג יש לטפל גם בנתונים כמותיים וגם בנתונים שמיים בשלב זה - ללא שימוש באחוזים **המלצות:** מומלץ להשתמש בשברים פשוטים ובשברים עשרוניים מומלץ לשלב משימות המפתחות תובנה מומלץ לעודד שיח מתמטי וחשיבה ביקורתית מומלץ לתרגל אומדנים

נושאים מרכזיים	ידע ומיומנויות	הנחיות דידקטיות
עקרונות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
סטטיסטיקה: שימוש באחוזים לתיאור של שכיחות יחסית	**מושגים:** אחוז - דרך לייצג שכיחות יחסית כאשר סך כל התצפיות מהוות 100% שימוש באחוזים שהם מכפלות שלמות של 25% או10% **ייצוגים:** דיאגרמת עיגול טבלאות עם אחוזים דיאגרמות עמודות עם אחוזים **מיומנויות:** קריאת נתונים המוצגים באחוזים תרגום מאחוזים לשברים ולמספרים עשרוניים תרגום משברים ומספרים עשרוניים לאחוזים יצירת דיאגרמות עיגול טיפול בנתונים איכותיים וכמותיים	**סדר הוראה:** קישור לידע קודם על אחוזים הבנת הקשר בין אחוזים לשכיחות יחסית תרגול קריאת דיאגרמות עיגול יצירה עצמאית של ייצוגים **דגשים דידקטיים:** יש להתחיל מאחוזים פשוטים (20%, 10%, 75%, 50%, 25% וכו') יש לקשר לחיי היומיום (הנחות ,סקרים ,תוצאות בחירות) יש להדגיש שאחוזים הם עוד דרך לייצג שכיחות יחסית **המלצות:** מומלץ להשתמש בנתונים מעניינים ורלוונטיים מומלץ לתת דוגמאות מהחיים (ספורט, בריאות, כלכלה) מומלץ לתרגל המרה בין ייצוגים שונים

הנחיות דידקטיות	ידע ומיומנויות	נושאים מרכזיים
עקרונות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
סדר הוראה: השלב הראשון בלימוד צריך להתמקד בקשר שבין ערך ההסתברות ובין מידת ההיתכנות שאנחנו מייחסים לתוצאה לא-ודאית קישור למושג שכיחות יחסית ניסויים מעשיים (הטלת מטבע, קוביה) הבנה שהסתברות היא בין 0 ל-1 **דגשים דידקטיים:** יש להתמקד בקשר בין ערך ההסתברות למידת ההיתכנות יש להשתמש בדוגמאות קונקרטיות מהחיים יש להדגיש שזו רמה אינטואיטיבית (לא פורמלית) **המלצות:** מומלץ לבצע ניסויים בכיתה מומלץ לדון בסיטואציות יומיומיות (מזג אויר, משחקים) מומלץ לדרוש נימוק בעל פה מומלץ להימנע מחישובים פורמליים בשלב זה	**מושגים בסיסיים:** הסתברות - מידת ההיתכנות שתוצאה תתרחש תוצאה ודאית: הסתברות = 1 תוצאה בלתי אפשרית: הסתברות = 0 תוצאה שסיכוייה שווים: הסתברות = 1/2 **הקשר לשכיחות יחסית:** אומדן להסתברות לקבלת תוצאה יכול להתקבל באמצעות בדיקת השכיחות היחסית של אותה תוצאה כשחוזרים על אותו ניסוי מספר רב של פעמים. הנטייה של תוצאה להתקבל בשכיחות יחסית מסוימת היא פירוש נוסף להסתברות. **מיומנויות:** אמידת הסתברות על סמך ניסיון ואינטואיציה הסקת הסתברות מתוך ייצוגים של שכיחות נימוק בעל פה של אומדן הסתברות	**הסתברות ברמה אינטואיטיבית בהקשר של שכיחות יחסית**

כיתה ח' - תחום אי וודאות

נושאים מרכזיים	ידע ומיומנויות	הנחיות דידקטיות
עקרונות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
סטטיסטיקה: טווח נתונים ומדדי מרכז (שכיח, חציון וממוצע)	**הגדרות:** שכיח - הערך המופיע הכי הרבה פעמים חציון - הערך האמצעי כשהנתונים מסודרים בסדר עולה ממוצע - סכום הערכים חלקי מספר הנתונים טווח נתונים - ההפרש בין הערך הגדול ביותר לקטן ביותר התפלגות סימטרית - החציון והממוצע מתלכדים **תכונות:** שכיח: מוגדר גם לנתונים שמיים חציון וממוצע: רק לנתונים כמותיים שכיח: תמיד אחד מהערכים בנתונים חציון: אחד מהערכים (כשמספר הנתונים אי-זוגי) ממוצע: לא בהכרח אחד מהערכים הממוצע מושפע מכל הוספה של נתון יחיד, השונה מהממוצע עצמו **כללים:** הגדלה/הקטנה בקבוע: משנה את כל המדדים באותו קבוע כפל בקבוע: משנה את כל המדדים פי אותו קבוע סכום הסטיות מהממוצע = 0 כל שלושת מדדי המרכז הם ערכי ביניים, כלומר אינם יכולים להיות גדולים מהנתון המרבי, ואינם יכולים להיות קטנים מהנתון הקטן ביותר.	**סדר הוראה:** התחלה מהשכיח (הפשוט ביותר) מעבר לחציון (דורש מיון) לבסוף ממוצע (דורש חישוב) דיון בטווח נתונים כאומדן לפיזור **דגשים דידקטיים:** יש לטפל בנתונים כמותיים בדידים בלבד יש להשתמש בשכיחות מצטברת למציאת חציון יש להראות שממוצע רגיש ביותר לשינויים בקצוות יש לדון ביתרונות וחסרונות של כל מדד **המלצות:** מומלץ לפתור שאלות מילוליות במגוון הקשרים מומלץ לעסוק בחישוב ממוצע מתוך טבלת שכיחות, רשימת נתונים ומהייצוגים אחרים מומלץ לשלב אמדנים של חציון וממוצע מומלץ לפתח חשיבה רציונלית מומלץ לפתח שיח וחשיבה ביקורתית מומלץ לבדוק היגיון התשובות

נושאים מרכזיים	ידע ומיומנויות	הנחיות דידקטיות
עקרונות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
הסתברות: מושגים בסיסיים, חישובי הסתברות, מאורע משלים	**מושגים:** הסתברות - תורה מתמטית לניתוח התרחשויות עתידיות הסתברות לקבלת תוצאה היא קביעה מראש של מידת ההיתכנות שהתוצאה תתרחש, בסולם שבין 0 ל-1. מאורע משלים (לא A): מאורע שבו מאורע מסוים (A) לא מתרחש מאורע ומאורע משלים הם מאורעות זרים **כללים בסיסיים:** (בשלב הזה עדיין לא משתמשים בסימון של מאורע באותיות) הסכום של ההסתברות של תוצאה מסוימת וההסתברות של משלימה שלה הוא 1. ההסתברות של תוצאה שהערכה להתממשותה שווה להערכה שלא תתממש היא $\frac{1}{2}$. P = 1/n : מצב שבו הסימטריה בקבלת n תוצאות זרות וממצות ניכרת לעין, ההסתברות לקבלת כל אחת מהתוצאות היא 1/n . P = k/n : אם תוצאה מורכבת מ k- תוצאות שההסתברות לקבלת כל אחת מהן היא 1/n אז ההסתברות שהיא תתקבל היא k/n . אם תוצאה מתפצלת לתוצאות משנה, הסתברותה היא סכום ההסתברויות של כל תוצאות המשנה. **קשר לשכיחות יחסית:** אומדן להסתברות לקבלת תוצאה: בדיקת השכיחות היחסית של אותה תוצאה כשחוזרים על אותו ניסוי מספר רב של פעמים **מיומנויות:** חישוב הסתברויות במצבים סימטריים, שימוש במאורע משלים נימוק בעל פה של תוצאות	**סדר הוראה:** חזרה על תובנות מכיתה ז' הכרת ההגדרה הפורמלית של הסתברות למידת כללים בסיסיים תרגול עם דוגמאות קונקרטיות. **דגשים דידקטיים:** זהו המשך היכרות ראשונית - לא לימוד מעמיק העמקה תיעשה בכיתה ט' ובחטיבה העליונה יש להתמקד בקשר בין הסתברות למידת היתכנות יש להדגיש את החשיבות המעשית בחיי היומיום **המלצות:** מומלץ להשתמש בדוגמאות מוחשיות (קוביות, מטבעות, כרטיסים) מומלץ לזהות סימטריות במצבים שונים מומלץ לדרוש נימוקים מילוליים מומלץ לקשר לחיי היומיום (משחקים, הגרלות, חיזוי מזג אוויר)

נושאים מרכזיים	ידע ומיומנויות	הנחיות דידקטיות
עקרונות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
סטטיסטיקה: **אינטרפולציה על סמך ניתוח נתונים כמותיים**	**הגדרה:** אינטרפולציה - הערכת ערכים חסרים בתוך תחום הנתונים הקיים **שימושים:** השלמת נתונים חסרים בסקרים או ניסויים חיזוי ערכים בין מדידות (טמפרטורה בין שעות) בניית מודלים (כלכלה ,פיזיקה ,הנדסה ,רפואה) **שיטות:** אומדן פשוט: ממוצע של שני ערכים סמוכים אומדן משוקלל: קרוב יותר לערך הסמוך שיטה אלגברית: משוואת ישר בין שתי נקודות שימוש בחלוקת ההפרשים הידועים באותו יחס **מיומנויות:** זיהוי מצבים הדורשים אינטרפולציה אמידת ערך ביניים שימוש במשוואת ישר לחישוב ערך ביניים	**סדר הוראה:** התחלה מבעיה מעשית (חסרים נתונים) אומדן אינטואיטיבי שיטת הממוצע מעבר לשיטה אלגברית (משוואת ישר) **דגשים דידקטיים:** יש להדגיש את החשיבות המעשית יש להראות שזו הערכה (לא ודאות מוחלטת) יש לקשר לנושא הישר מהתחום האלגברי **המלצות:** מומלץ להשתמש בדוגמאות מהחיים (טמפרטורה, מהירות, גובה) מומלץ להשוות בין שיטות שונות מומלץ לדון במקרים שבהם האומדן יהיה טוב יותר מומלץ לתרגל גם חישוב וגם אמידה

<table>
<tr><th>נושאים מרכזיים</th><th>ידע ומיומנויות</th><th>הנחיות דידקטיות</th></tr>
<tr><td colspan="3">עקרונות חוצי-נושאים:
מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית</td></tr>
<tr><td>סטטיסטיקה:
אקסטרפולציה על סמך ניתוח נתונים כמותיים</td><td>הגדרה:
אקסטרפולציה - חיזוי מחוץ לטווח הנתונים הידועים
מבוססת על המשך מגמה קיימת
יסודות:
זיהוי מגמה (עלייה/ירידה)
הערכת קצב השינוי
בדיקת תקפות המגמה מחוץ לטווח
אזהרות:
ככל שמתרחקים מהנתונים - החיזוי פחות מדויק
לא כל מגמה נמשכת (דוגמה: גדילת ילד)
זו הערכה ולא ודאות
שיטות:
חיזוי על סמך מגמה ויזואלית
שימוש במשוואת ישר כשהגרף קרוב לקו ישר
מיומנויות:
הבחנה בין אינטרפולציה לאקסטרפולציה
זיהוי מגמות
ביצוע בקרה שהחריגה מטווח הנתונים איננה משפיעה על המשך המגמה
חיזוי מבוסס נתונים (לא ניחוש)</td><td>סדר הוראה:
הבחנה מאינטרפולציה (בתוך vs מחוץ)
זיהוי מגמות בגרפים וטבלאות
דיון במגבלות החיזוי
תרגול חיזוי מבוסס מגמה
דגשים דידקטיים:
יש להדגיש את ההבדל מאינטרפולציה
יש לדון מדוע משתמשים בכלי זה
יש להראות מקרים שבהם המגמה לא נמשכת
יש להדגיש שזו הערכה בלבד
המלצות:
מומלץ להשתמש בדוגמאות מציאותיות (אוכלוסייה, מכירות)
מומלץ לדון בסבירות החיזוי
מומלץ להשוות חיזויים לנתונים בפועל
מומלץ לפתח חשיבה ביקורתית על נכונות החיזוי
מומלץ להימנע מחיזויים רחוקים מדי</td></tr>
</table>

נושאים מרכזיים	ידע ומיומנויות	הנחיות דידקטיות
עקרונות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
פירוש של נתונים הלקוחים משני מקורות מידע שונים	**מטרה:** ניתוח מידע המבוסס על שילוב שני מקורות נפרדים המשלימים זה את זה זוגות מקורות מידע: תיאור מילולי + טבלה תיאור מילולי + דיאגרמה טבלה + דיאגרמה שתי טבלאות שתי דיאגרמות מסוגים שונים **מיומנויות:** קריאת מידע משני מקורות במקביל שילוב מידע ממקורות שונים זיהוי סתירות או התאמות בין מקורות הסקת מסקנות מניתוח משולב	**סדר הוראה:** התחלה מזוגות פשוטים (מילולי + טבלה) מעבר לזוגות מורכבים יותר תרגול זיהוי קשרים בין המקורות **דגשים דידקטיים:** יש להדגיש שהמקורות משלימים זה את זה יש ללמד כיצד לחלץ מידע מכל מקור יש להראות איך שילוב מספק תמונה מלאה יותר **המלצות:** מומלץ להשתמש בדוגמאות מחיי היומיום (ספורט, מזג אוויר) מומלץ לתת שאלות הדורשות שילוב מידע מומלץ לעודד בדיקת עקביות בין המקורות מומלץ לפתח יכולת לזהות מידע חסר או עודף

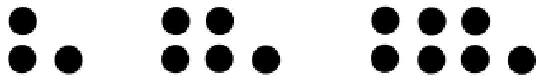
אלגברה לכיתה ז

התחום האלגברי שנלמד בכיתה ז מהווה חידוש עבור התלמידים מבחינת רמת ההפשטה הכרוכה בו. השימוש באותיות המסמנות מספר באופן כללי, שונה מהשימוש במספרים קונקרטיים שהיה נהוג בבית הספר היסודי, ומהווה קפיצת מדרגה מחשבתית. על כן התוכנית מגישה את הנושאים בהדרגתיות, תוך הדגשת המשמעות של כל שלב. ההדרגתיות מופיעה מתוך כוונה מוצהרת לאפשר לשיעור גבוה יותר של תלמידים, לעומת העבר, להבין לעומק את תשתית הידע, ולהכיר טוב יותר את השימושים האפשריים בידע זה. הטמעת הידע והשימושים בו נועדו להכין לתלמידים ללימודי המשך ולאפשר להשתמש בהם בחייהם כבוגרים. תשומת לב מיוחדת מוקדשת להצבת מספרים בביטויים אלגבריים, למשמעות סימן השוויון, ולמשמעות פתרון משוואה גם כאשר אין ביכולת התלמיד לפתור אותה. לימודי האלגברה בכיתה ז צריכים להיות מכוונים לתובנה של הנלמד מעבר ליכולת פרוצדורלית של ביצוע הנדרש.
בנוסף, לימודי האלגברה מוצגים בהקשר של מצבים מציאותיים. השאלות המילוליות הנלוות, צריכות להיות משולבות בכל שלב. משימות האוריינות יכולות לבוא לידי ביטוי גם כמשימות סיכום של נושא, אך אמורות להיות משולבות במהלך ההוראה עצמו. בדרך זו יש להטמיע בקרב התלמידים את הקישוריות של האלגברה למגוון תחומים תוך-מתמטיים וחוץ-מתמטיים.

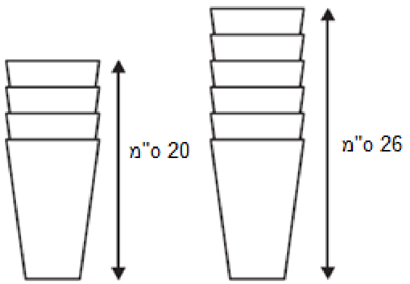
בטבלה שלפנינו מוצגים הנושאים השונים הנמצאים בתחום, והמלצת מספר שעות ההוראה לכל נושא. מובן שההמלצות הללו אינן מותאמות לכל הכיתות אך מהוות בסיס להערכת משך ההוראה של כל נושא.

נושא מרכזי	תתי נושאים	המלצה לשעות הוראה
משתנים וביטויים אלגבריים	המשתנה ביטויים אלגבריים שוויון בין ביטויים אלגבריים (זהות) כינוס איברים דומים חוק הפילוג	25
משוואות ופתרונן	משוואה, משמעות פתרון משוואה פתרון משוואות ממעלה ראשונה שאלות בהקשרים עם שימוש בפתרון משוואה ממעלה ראשונה	20
נקודות על גרף ברביע I		5

2

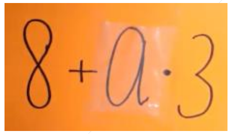
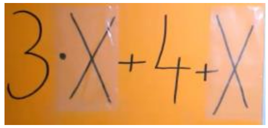
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
משתנים וביטויים אלגבריים	**הכללה והפשטה** **הַקְשָרָה למציאות ומידול מתמטי** **אוריינות מתמטית** **ביצוע ויישום** משתנה: סימן שמייצג ערך מספרי וניתן לקביעה ולשינוי לפי הצורך. משתמשים באותיות לסימון משתנים, כלומר, האות באלגברה היא סימן שמייצג ערך מספרי. דגשים: 1. מוצע להציג את המושג 'משתנה' בדוגמאות שבהן רואים את התועלת שבו, למשל, תיאור מצבים חשבוניים או גאומטריים והכללות של מקרים פרטיים (ניסוח חוקיות, בחירה וניסוח ביטוי אלגברי שמתאים לחוקיות).	**קישוריות:** כל תחומי הידע במתמטיקה ובמדעים**,** כולל סטטיסטיקה וחיי יומיום 1. דוגמה לקישוריות עם גאומטריה: מהו היקפו של משולש שווה צלעות שאורך צלעו 5 ס"מ? מהו היקפו של משולש שווה צלעות שאורך צלעו 7 ס"מ? מהו היקפו של משולש שווה צלעות שאורך צלעו m ס"מ? 2. א. מחיר ליטר דלק הוא 7 שקלים. מהי העלות של 20 ליטרים של דלק ? של 30 ליטרים של דלק? מהי העלות של b ליטרים של דלק ? מהי העלות כאשר: b=40 ? ב. בלילה, בין השעות 21:00 ל- 06:00 למחרת, קיימת עמלה קבועה בת 2 שקלים בעבור כל מילוי דלק . מהי העלות של 20 ליטרים של דלק בלילה ? של 30 ליטרים של דלק ? מהי העלות של b ליטרים של דלק ? מהי העלות כאשר: b=40 ? 3. לפניכם שלושה איברים ראשונים (משמאל לימין) בסדרה של קבוצות סימנים: 

3

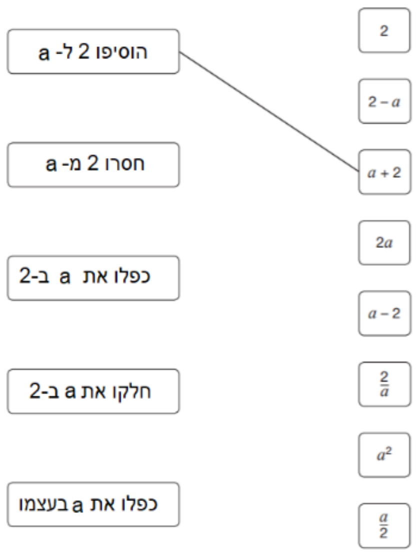
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	2. בלימוד התחלתי יש להתמקד בייצוג ערכים מספריים באמצעות משתנים, כלומר, ניתן להציב מספר במקום משתנה. מומלץ להתחיל מהצבת הערכים המספריים שהם מספרים טבעיים בלבד. 3. לתלמידים אין היכרות קודמת עם סימנים כמייצגים ערכים מספריים (למעט שימוש במשבצות), ויש להקדיש זמן להטמעת הייצוג. ביטוי אלגברי: צירוף של מספרים ו/או משתנים הקשורים ביניהם בפעולות מתמטיות. 4. כשביטוי אלגברי כולל משתנים, הצבת ערכים מספריים במקום המשתנים הופכת אותו לביטוי חשבוני בעל ערך מספרי. 5. יש לדעת להציב מספרים בביטויים אלגבריים, ולחשב את ערכם המספרי של הביטויים החשבוניים המתקבלים, בהתאם	א. כמה סימנים יש בכל אחד מהאיברים המוצגים? ב. הציעו המשך לסדרה : כתבו שלושה אברים עוקבים. ג. בהנחה ששת האיברים הראשונים של הסדרה הם 13 ,11 ,9 ,7 ,5 ,3, מהו האיבר ה -9 בסדרה? ד. מהו האיבר ה- 58 בסדרה? מהו האיבר ה- 1000 בסדרה? ה. כמה סימנים יש במקום ה- n ? (אפשרי לנסח את הסעיף כבחירה של ביטוי אלגברי מתאים מתוך אפשרויות מוצעות). 4. קופסה מכילה רק כדורים לבנים, סגולים ושחורים. מספר הכדורים הלבנים הוא פי 4 יותר מהכדורים הסגולים ו- 3 כדורים פחות מכדורים שחורים. מספר הכדורים הסגולים מסומן ב-x . א. רשמו ביטוי אלגברי המתאר את מספר הכדורים השחורים. רשמו ביטוי אלגברי המתאר את מספר הכדורים בקופסה. 5. הגובה של מגדל שנבנה מ- 4 כוסות הוא 20 ס"מ. הגובה של מגדל שנבנה מ- 6 כוסות הוא 26 ס"מ. 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	לסדר פעולות חשבון. במידת הצורך, אפשר להיעזר באמצעי המחשה. 6. יש לדעת להסביר באופן מילולי את תהליך ההצבה של ערך משתנה בביטוי אלגברי, תוך הסתמכות על סדר פעולות חשבון. 7. ביטוי אלגברי משמש לתיאור מצב מציאותי או סדרה. מוצע להציג ביטויים אלגבריים גם דרך דוגמאות הממחישות את התועלת שבהם, כהמשך להצגת המושג 'משתנה'. הצבת מספרים בביטויים אלגבריים תיעשה הן כתרגול לשמו והן בשאלות בהקשרים מעשיים שונים. 8. הביטויים האלגבריים יכללו את 4 פעולות החשבון וכן חזקות 1, 2 או 3 של משתנה בהתאם להתקדמות בתחום המספרי.	א. בכמה ס"מ גדל גובה המגדל כאשר מוסיפים לו כוס אחת? ב. רשמו ביטוי אלגברי המבטא את הגובה, בס"מ, של מגדל המורכב מ-n כוסות. (אפשרי לנסח את הסעיף כבחירה של ביטוי אלגברי מתאים מתוך אפשרויות מוצעות). 6. ליובל יש פי שניים ספרים מאשר לעמית. לדוד יש שישה ספרים יותר מאשר לעמית. כמה ספרים יש לכל שלושתם, אם לעמית יש: א. 5 ספרים ב. 10 ספרים ג. 50 ספרים ד. x ספרים 7. צלע אחת של מלבן ארוכה פי 3 מהצלע השנייה. א. מהו היקף המלבן כאשר אורך הצלע הקצרה הוא: i. 5 ס"מ ii. 20 ס"מ iii. 35 ס"מ

דוגמאות ,יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
iv. a ס"מ ב. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את שטח המלבן כאשר אורך הצלע הקצרה הוא a ס"מ. 8. צלע אחת של מלבן ארוכה ב- 3 ס"מ מהצלע השנייה. א. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את היקף המלבן. ב. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את שטח המלבן. 9. מספר החולצות שיש להילה גדול ב- 3 ממספר החולצות שיש לחנה. n מציין את מספר החולצות שיש להילה. רשמו ביטוי אלגברי המתאר את מספר החולצות שיש לחנה באמצעות n. 10. אם **t** הוא מספר בין 6 ל- 9 אז **t + 5** הוא מספר: א. בין 1 ל-4 ב. בין 10 ל- 13 ג. בין 11 ל-14 ד. בין 30 ל- 45	9. הטיפול בביטויים הכוללים יותר ממשתנה אחד יהיה רק לאחר הטמעה של ביטויים אלגבריים עם משתנה אחד. 10. יש לשים לב שאופן הכתיבה המקובל של כפל מספר במשתנה, למשל 2x, עלול ליצור קושי אצל תלמידים. בשלבים הראשונים של הלימוד מומלץ לרשום את סימן הכפל באופן מפורש, למשל כך: $2 \cdot x$.	

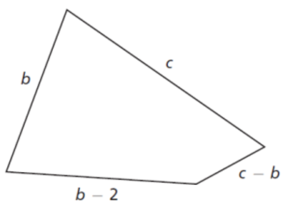
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
11. מהם חמשת האיברים הראשונים של הסדרה שבמקום ה- n שלה נמצא המספר $3\cdot n - 1$?
12. הציבו בביטוי האלגברי 21-3a את הערכים: 3, 4, 5, במקומו של המשתנה a , וחשבו את ערכו המספרי של הביטוי בכל אחד מהמקרים.
13. הציבו את המספרים ...1,2,3, במקום המשתנה t בביטוי: 4t+2-3t+1.
14. דרגשי עץ.
15. דוגמה לאמצעי המחשה:
ניתן לרשום את הביטוי על כרטיסיה, ומעל האות להדביק שקית שקופה כבתמונות:
 או 
בהצבת מספר, למשל 1 או 5, ניתן להשחיל את המספר לשקית מעל האות וכך להפוך את הביטוי לחשבוני כבתמונות:
 או 
</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		16. מיתחו קו בין ביטויים השווים זה לזה:



תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		.17 2, 5, 11, 23, ... כשהאיבר הראשון בסדרה הוא 2, איזו מההוראות הבאות תיצור את האיברים של הסדרה? (א) הוסף/י 1 לאיבר הקודם ואז כפול/י ב-2. (ב) כפול/י את האיבר הקודם ב-2 ואז הוסף/י 1. (ג) כפול/י את האיבר הקודם ב-3 ואז החסר/י 1. (ד) החסר/י 1 מהאיבר קודם ואז כפול/י ב-3. .18 .(3, 6) , (6, 15) , (8, 21) איזה מהמשפטים מתאר כיצד מקבלים את המספר השני מהמספר הראשון בכל זוג סדור שלעיל? (בזוג הסדור (3, 6) לדוגמה, 3 הוא המספר הראשון ו-6 הוא המספר השני). (א) להוסיף 3 (ב) לחסר 3 (ג) לכפול ב-2 (ד) לכפול ב-2 ואז להוסיף 3 (ה) לכפול ב-3 ואז לחסר 3

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		19. א. הסבירו במילים את סדר הפעולות שיש לבצע בביטויים הבאים, לאחר הצבת מספר במקום t: $t+20$ $20t+10$ $2(t+3)$ ב. התאימו כל אחד מהביטויים הללו, לאחד התיאורים המילוליים הבאים: i. הציון של נבו במבחן גבוה מהציון של חן ב- 20 נקודות. ii. עברנו דרך בהליכה של 10 ק"מ, ואז המשכנו בדרך על אופנוע במהירות 20 קמ"ש, במשך זמן מה. iii. המחיר של העגבניות התייקר השבוע ב- 3 ₪ לק"ג, ולכן קניתי רק שני ק"ג עגבניות ושילמתי עליהם. 20. מחיר ק"ג עגבניות בחנות הוא a שקלים ומחיר ק"ג מלפפונים הוא b שקלים . כתבו ביטוי אלגברי המבטא את עלותם הכוללת של 3 ק"ג עגבניות ו -2 ק"ג מלפפונים בחנות זו. 21. מחיר ק"ג עגבניות בשוק נמוך ב 2 - שקלים ממחירו בחנות , ומחיר ק"ג מלפפונים הוא 3/4 ממחירו בחנות. כתבו ביטוי אלגברי המבטא את עלותם הכוללת של 3 ק"ג עגבניות ו -2 ק"ג מלפפונים בשוק.

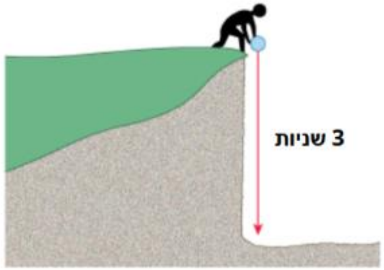
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		22. ידוע כי $a+b=5$. חשבו: א. $2(a+b)$ ב. $2a+2b-4$ ג. $\frac{a+b}{5}$ ד. $(a+b)(a+b)$ 23. א. מה הביטוי המייצג את היקף המצולע שבסרטוט? ב. נתון: $b = 11$ ו- $c = 16$. חשבו את היקף המצולע.  24. נתון ביטוי אלגברי $5b – 1.5c$ א. מהו ערכו של הביטוי עבור $b = 5$ ו- $c = 1.5$ ב. מהו ערכו של הביטוי עבור $b = 2$ ו- $c = -3$ ג. מהו ערכו של הביטוי עבור $b = - 4$ ו- $c = 3.75$ ד. מהו ערכו של הביטוי עבור $b = 0$ ו- $c = -9$

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		25. נתון ביטוי אלגברי h^3+4k^2-4 א. מהו ערכו של הביטוי עבור h = 2 ו- k = 1.5 ה. מהו ערכו של הביטוי עבור h = - 2 ו- k = 3 ו. מהו ערכו של הביטוי עבור h = - 1 ו- k = 2 ז. מהו ערכו של הביטוי עבור k = 0 ו- h = 4

12

שאלות מסכמות

1. אריאל הפיל כדור מראש של צוק וגילה שהכדור הגיע לקרקע 3 שניות לאחר שהוא הפיל אותו.



בעזרת חוקי פיסיקה אנו יודעים שאפשר לחשב בערך את הגובה (במטרים) (h) של הצוק במטרים בעזרת הנוסחה: $h = 5t^2$. t מייצג את מספר השניות הנדרשות לכדור שמפילים מראש הצוק להגיע עד לקרקע. (הנוסחה מספקת תוצאה קרובה למציאות.)

(1) מהו בערך הגובה של הצוק?

בחרו את התשובה הנכונה:

א. 15 מטרים ב. 30 מטרים ג. 45 מטרים ד. 225 מטרים

(2) אריאל הפיל כדור זהה מראש של צוק <u>אחר</u>.

הוא גילה שהכדור הגיע לקרקע 2 שניות לאחר שהוא הפיל אותו.

א. איזה מבין שני הצוקים גבוה יותר? הסבירו את תשובתכם.

ב. מהו הפרש בין הגבהים של הצוקים?

.2

[שאלון לתלמיד]

3. מגזין רכב משתמש בשיטת דירוג כדי להעריך מכוניות חדשות, ומעניק את התואר "מכונית השנה" למכונית בעלת הציון הכולל הגבוה ביותר. המגזין העריך חמש מכוניות חדשות, והדירוגים שלהן מוצגים בטבלה.

מכונית	**מאפייני בטיחות (S)**	**יעילות ניצול דלק (F)**	**מראה חיצוני (E)**	**אבזור פנימי (T)**
Ca	3	1	2	3
2M	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
1N	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

משמעות הדירוג היא:

3 נקודות = מצוין   2 נקודות = טוב   1 נקודה = סביר

א. כדי לחשב את הציון הכולל של כל מכונית, השתמש מגזין הרכב בכלל שלפניכם, שהוא הסכום המשוקלל של הנקודות בדירוגים השונים:

הציון הכולל = $(3 \bullet S) + F + E + T$

חשבו את הציון הכולל של מכונית "Ca". כתבו את תשובתכם בשורה שלמטה.

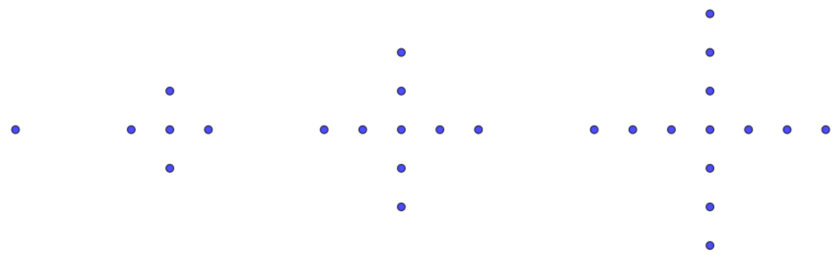
הציון הכולל של "Ca": ....

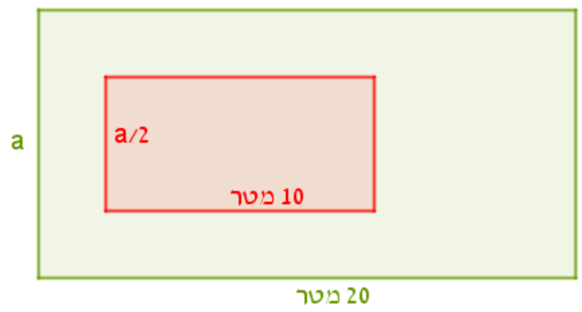
ב. היצרן של מכונית "Ca" טען שהכלל שלפיו נקבע הציון הסופי לא הוגן.

כתבו כלל לחישוב הציון שלפיו המכונית "Ca" תנצח.

הכלל שלכם צריך לכלול את כל ארבעת המשתנים, וכדי לכתוב אותו, עליכם למלא את ארבעת המקומות בנוסחה שלפניכם במספרים חיוביים.

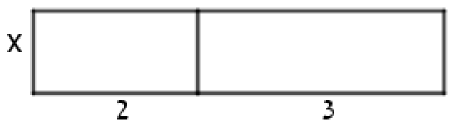
הציון הכולל = _____ · S + _____ · F + _____ · E + _____ · T

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
שוויון בין ביטויים אלגבריים	**חשיבה כמותית ולוגית.** **הכללה והפשטה** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **אוריינות מתמטית** **הנמקה והצדקה** שני ביטויים אלגבריים נקראים שווים (זהים) אם לשניהם אותו ערך מספרי עבור <u>כל</u> הצבה אפשרית של מספרים. משמעות סימן השוויון בין ביטויים אלגבריים היא **זהות** בין שני האגפים. בהמשך ילמדו כי לסימן שוויון יש משמעות הנוספת (משוואה). <u>דגשים</u>: 1. בשלב זה, הזהות בין ביטויים אלגבריים נובעת מדרכים שונות של תיאור אותן סיטואציות בהקשרים מתמטיים או מעשיים, ללא פישוט אלגברי. 2. יש לבסס תובנה של מושג השוויון בין ביטויים אלגבריים, כאשר שני הביטויים שרשומים משני צדדיו של השוויון יכולים להיות שונים מבחינה הייצוג	**קישוריות:** כל תחומי הידע במתמטיקה ובמדעים, כולל סטטיסטיקה וחיי יומיום. 1. בסרטוט מופיעות 4 התמונות הראשונות בסדרת תמונות:  דוד, שרית ואוסנת הציעו דרכים שונות להתבונן ולהכליל מהו מספר הנקודות בתמונות. n הוא מספר סידורי של תמונה בסדרה. **דוד:** הנקודה במרכז ועוד 4 זרועות **עם** n-1 נקודות בכל אחד: $4(n-1)+1$. **שרית:** שורה אופקית עם 2n-1 **נקודות** ועוד שתי זרועות למעלה ולמטה עם n-1 נקודות בכל אחד: $2n-1+2(n-1)$ **אוסנת:** שני ניצבים עם 2n-1 נקודות בכל אחד , כאשר המרכז נספר פעמיים: $2(2n-1)-1$ א. מי מהם הציג ביטוי אלגברי שמתאר את מספר הנקודות בכל תמונה? ב. האם אותה הצבה של מספר בשלושת הביטויים נותנת תמיד אותה תוצאה מספרית?

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	האלגברי שלהם, אבל זהים מבחינת המשמעות האלגברית. 3. בשלב זה, ביטויים אלגבריים שווים יתורגלו רק בדוגמאות שבהם משתנה אחד בלבד.	2. בסרטוט שלפניכם חלקת אדמה מלבנית, שבתוכה בנוי בית מלבני עם גג אדום. בשטח שמסביב לבית גדל דשא. אורכו של הבית הוא חצי מאורך החלקה, ורוחבו של הבית הוא חצי מרוחב החלקה, כמתואר בסרטוט:  א. נבו אמר: כדי למצוא את שטח הדשא, אחסר את השטח של הבית משטח החלקה כולה. מהו הביטוי האלגברי שאליו הגיע נבו? האם הוא צודק? ב. אלה אמרה: שטח הבית הוא רבע משטח החלקה, לכן כדי למצוא את שטח הדשא, אכפול את שטח החלקה כולה פי 0.75. מהו הביטוי האלגברי שאליו הגיעה אלה? האם היא צודקת? ג. האם לכל ערך מספרי של a, שני הביטויים שמצאתם בסעיפים הקודמים שווים? 3. במסגרת מבצע הוזלות ירד מחיר המנגו באחת מרשתות השיווק ב- 2 ₪ לכל ק"ג. הדס ואלה החליטו לקנות 5 ק"ג מנגו כל אחת.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		נסמן באות m את המחיר המקורי של ק"ג מנגו. קבעו מי צודקת: הדס או אלה? הדס: התשלום שעלי לשלם לאחר ההוזלה הוא: 5(m-2). אלה: אני מקבלת הוזלה של 10 ₪ ביחס לשבוע הקודם, ולכן עלי לשלם 5m-10. 4. האם הביטויים $a \cdot a$ ו- a^2 הם ביטויים שווים? הסבירו.
כינוס איברים דומים	**חשיבה כמותית ולוגית.** **הכללה והפשטה** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **אוריינות מתמטית** **הנמקה והצדקה** דגשים:	**קישוריות:** כל תחומי הידע במתמטיקה ובמדעים, כולל סטטיסטיקה וחיי יומיום. 1. הביטוי p + p + p שווה לביטוי $3 \cdot p$ משיקולים אינטואיטיביים ומהגדרת הכפל. 2. הביטוי a + 7 + 2a – 2 שווה לביטוי a + 2a + 7 – 2 משיקולים אינטואיטיביים ושווה לביטוי 3a + 5. 3. הביטוי $\frac{2}{5}m$ שווה לביטוי $\frac{2m}{5}$. יש לבסס שוויון זה על אופן ביצוע הכפל של מספר בשבר. 4. השוויונות הבאים נובעים מההצגות השקולות של פעולת החילוק, ומחוק הפילוג: $(a+3):2 = \frac{a+3}{2} = \frac{a}{2} + \frac{3}{2}$

18

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	1. לכינוס של כפולות שונות של אותו משתנה קוראים "כינוס איברים דומים". כינוס איברים דומים מסתמך על כללי פעולות החשבון. 2. כללי החשבון נלמדו ביסודי ובתחום המספרי (חוקי החילוף, הקיבוץ והפילוג), יש להיעזר בהם ולא ללמד מחדש. כלל החשבון שאותו יש להדגיש הוא חוק הפילוג. 3. בשלב זה, ניתן לשלב שני משתנים, וכן שימוש בשברים פשוטים . 4. במידת הצורך, מומלץ להיעזר באמצעי המחשה. 5. התלמידים ילמדו לזהות אם שני ביטויים אלגבריים שווים באמצעות חוקי החשבון הנלמדים בתחום המספרי (חוקי החילוף, חוקי הקיבוץ וחוק הפילוג). 6. חוקי החשבון מאפשרים להמיר ביטויים אלגבריים בביטויים אלגבריים ששווים להם אך פשוטים יותר. פישוט ביטויים אלגבריים יהיה בהמשך כלי לצורך פתרון משוואות. 7. בהקשר זה, יש לתרגל פעולות בשברים, ובפרט להציג את השקילות בין סימן החילוק ' : ' לבין קו השבר.	5. לפניכם מלבן המורכב משני חלקים.  דני ויוסי מצאו את שטח המלבן בדרכים שונות: מי צודק? אולי שניהם טועים? א. יוסי אמר: $2x+3x=(x+x)+(x+x+x)=5x$ ב. דני אמר: $2x+3x=(2+3)x=5x$ 6. סרגל עולה k שקלים ועט עולה m שקלים. חברו בקו בין התיאור המילולי לייצוג האלגברי: העודף מ-5 שקלים כשמשלמים עבור 5 עטים | ההפרש בין מחיר של 5 עטים לבין המחיר של 5 סרגלים | המחיר של 5 עטים ו-5 סרגלים | המחיר של 5 עטים $5k - 5m$ | $5m - 5k$ | $5(k + m)$ | $5k + m$ | $500 - 5m$ | $5 - 5m$ | $5m$ | $5k$

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		7. חברו בין הביטויים האלגבריים בטור א לבין הביטויים השווים להם בטור ב:

טור א	טור ב
2a + 5	8a + 5
3a – a	$\frac{1}{2} \cdot a$
4(a + 1)	4a + 4
6a + 2a + 5	15a
$5 \cdot 3a$	5 + 2a
$\frac{a}{2}$	2a

משוואות **וזיהוי פתרונן**	**חשיבה כמותית ולוגית** **הכללה והפשטה** **חשיבה ביקורתית** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **מעבר בין ייצוגים שונים** יכולת התרגום בין תיאור מילולי לתיאור אלגברי היא יסודית לצורך אוריינות מתמטית **אוריינות מתמטית** **קריאה והבנה של מלל קצר ופשוט** **מיון וסיווג** **ביצוע ויישום** **הנמקה והצדקה** המטרה העיקרית היא להכיר לתלמידים את המושג 'משוואה' ואת המשמעות של פתרון משוואה. נעלם הוא סימן שמייצג ערך (או קבוצת ערכים) לא ידוע שמופיע בהקשר של משוואה או שאלה מילולית. משוואה בנויה משני ביטויים אלגבריים, שלפחות באחד מהם יש נעלם, ובין הביטויים יש סימן שוויון. פתרון של משוואה הוא המספר (או קבוצת המספרים)	**קישוריות:** כל תחומי הידע במתמטיקה ובמדעים, כולל חיי יומיום. 1. לפניכם משוואות עם ערכים מספריים שעשויים להיות פתרונות של המשוואות. בדקו בעזרת הצבה, מי מהם הוא פתרון למשוואה ומי איננו פתרון. א. נתונה המשוואה: $x-10=5$ האם $x=5$ הוא פתרון של המשוואה? ב. נתונה המשוואה: $4x^2-2=2x$ האם $x=1$ הוא פתרון של המשוואה? ג. נתונה המשוואה: $4x^2-x=10$ האם $x=2$ הוא פתרון של המשוואה? ד. נתונה המשוואה: $x^2+6=5x$ האם $x=2$ הוא פתרון של המשוואה? האם $x=3$ הוא פתרון של המשוואה? ה. נתונה המשוואה: $x^3-7x=6$ האם $x=3$ הוא פתרון של המשוואה? ו. נתונה המשוואה: $x^3-7x=-6$ האם $x=2$ הוא פתרון של המשוואה? האם $x=1$ הוא פתרון של המשוואה? ז. נתונה המשוואה: $(3+x)^2+(x-2)(x-4)=49$ האם $x=4$ הוא פתרון של המשוואה? האם $x=5$ הוא פתרון של המשוואה? 2. נתונה המשוואה : $x^3 + x = \square$ מה צריך לכתוב במשבצת כדי שפתרון המשוואה יהיה 1? 3. סמנו את המשוואה שפתרונה הוא $x=10$ • $40x=5x+100$

	שהצבתו במקום הנעלם מביאה לשוויון מספרי בין שני אגפי המשוואה. דגשים: 1. יש לזהות ערכים מספריים של נעלם שמהווים פתרונות משוואה. 2. יש לדעת להרכיב משוואות שתהיינה מבוססות על שאלות מילוליות (המעבר מייצוג מילולי לייצוג אלגברי). 3. הרכבת המשוואות יכולה להיות מבוססת על מגוון דרכים ובהן: א. בניה מדורגת של ביטויים אלגבריים, תוך רישום מילולי של המשמעות של כל ביטוי אלגברי. ב. ייצוג הנתונים באמצעות ביטויים אלגבריים בטבלה. 4. היות שהמשוואות מבוססות על מצבים מציאותיים, הפתרונות הפוטנציאליים חייבים להתאים להקשר השאלה. 5. יש להפעיל שיקול דעת לגבי היתכנות של פתרון משוואה בהתאם להקשר יישומי.	• $2x-2=x+8$ • $3x+12=100$ • $4x-4=30x+1$ 4. סמנו את שתי המשוואות שפתרונן הוא $x=0.5$ • $2x+5=6x+3$ • $x=1+x$ • $10x+6=8x+7$ • $3+3x=6$ 5. הקיפו את השאלה שאפשר לייצג בעזרת המשוואה: $3x = 270$ א. החשבון במסעדה היה 270 שקלים. המחיר כולל 30 שקלים לתשר, מה המחיר של (x) של הארוחה ללא התשר? ב. החשבון במסעדה עבור מנה עיקרית וקינוח הוא 270 שקלים. מחיר המנה העיקרית היה פי 3 ממחיר הקינוח. מה המחיר של (x) של הקינוח? ג. שלושה חברים יצאו למסעדה. כל אחד מהם שילם 270 שקלים. מה המחיר הכולל (x) של הארוחה? ד. שלושה חברים יצאו למסעדה. הם שילמו בסך הכול 270 שקלים. אם הם יתחלקו בהוצאה שווה בשווה, מה הסכום (x) שכל אחד מהם ישלם?

<table>
<tr>
<td></td>
<td>6. שאלות שדורשות בניית משוואה בהקשר גאומטרי,
אמורות להתבסס על החומר שנלמד בגאומטריה עד כה.</td>
<td>6.
בית ספר "אלונים" קנה לשיעורי חינוך גופני 18 כדורים שמחירים זהה.
אם יתייקר כל כדור ב־ 6 ש"ח, יוכל בית הספר לקנות רק 15 כדורים באותו סכום שקנה את הכדורים.

סמנו ב- x את מחיר הכדור המקורי לפני ההתייקרות.
בנו משוואה המתארת את מה שנתון בתרגיל.
הסבירו את דרך הפתרון (כולל הסבר מילולי של משמעות הביטויים האלגבריים בכל אחד מאגפי המשוואה).

התשובה האפשרית:
x מחיר כל כדור בש"ח
18x תשלום כולל בש"ח
x+6 מחיר חדש של כל כדור בש"ח
15(x+6) תשלום כולל חדש בש"ח
15(x+6)=18x תשלום כולל = תשלום כולל חדש

7. אילנה קנתה 5 חטיפי תמרים, 4 חפיסות מסטיקים ו־ 7 חטיפי אגוזים.
מחיר חפיסת מסטיקים זול ב־ 0.5 ש"ח ממחיר חטיף תמרים.
מחיר חטיף אגוזים יקר ב־ 3 ש"ח ממחיר חטיף תמרים.
אילנה שילמה בסך־הכול 75 ש"ח.

סמנו ב- x ₪ מחיר של חטיף אחד של תמרים.
א. בנו משוואה המתארת את מה שנתון בתרגיל.
הסבירו את דרך הפתרון (כולל כתיבת הביטויים האלגבריים בכל אחד מאגפי המשוואה).
ב. בחרו את פתרון המשוואה שקיבלת. נמקו את תשובתכם.
(1) 5 ש"ח (2) -4 ש"ח (3) 3.5 ש"ח (4) 0.2 ש"ח</td>
</tr>
</table>

23

התשובה האפשרית של סעיף א':

	כמות	מחיר ליחידה בש"ח	תשלום בש"ח
תמרים	5	x	5x
מסטיקים	4	x-0.5	4(x-0.5)
אגוזים	7	x+3	7(x+3)

תשלום כולל = סכום תשלומים על כל חטיפי תמרים, חפיסות מסטיקים וחטיפי אגוזים

$$5x + 4(x - 0.5) + 7(x + 3) = 75$$

.8

רוכב אופניים רכב בעלייה מעפולה אל פסגת הר תבור במהירות קבועה של 12 קמ"ש.

כשירד מפסגת הר תבור אל עפולה, הוא רכב באותה הדרך במהירות קבועה של 36 קמ"ש.

בסך הכול, הלוך וחזור, הוא רכב שעתיים.

א. סמנו ב- t את זמן העלייה מעפולה לפסגת הר תבור (בשעות).

בנו משוואה על פי הנתונים בתרגיל. הסבירו את דרך הפתרון (כולל הסבר מילולי של משמעות הביטויים האלגבריים בכל אחד מאגפי המשוואה).

ב. בחרו את הפתרון של המשוואה מתוך האפשרויות הבאות. נמקו.

(1) t=0.5 (2) t=-2 (3) t=3 (4) t=1.5

24

9. לדני היו פי שניים יותר בולים מאשר לרינה.

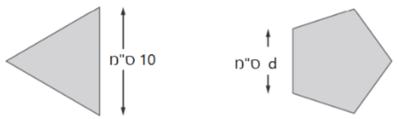
לאחר שנתן לרינה 7 בולים, היה להם מספר שווה של בולים. כמה בולים יש להם יחד?

נתונים שלושה תיאורים אפשריים של משתנים ושלוש משוואות. התאימו לכל בחירה של משתנה את המשוואה המתאימה לו:

x מתאר את מספר הבולים שהיו לדני בתחילה.	$x-7=\frac{x}{2}+7$
x מתאר את מספר הבולים שהיו לרינה בתחילה.	$\frac{2x}{3}-7=\frac{x}{3}+7$
x מתאר את מספר הבולים שהיו לדני ולרינה יחד.	$2x-7=x+7$

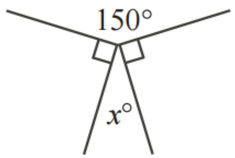
10. בסרטוט משולש שווה-צלעות ומחומש משוכלל.

אורך הצלע במשולש הוא 10 ס"מ ואורך הצלע במחומש הוא d ס"מ.



היקף המחומש גדול ב-5 ס"מ מהיקף המשולש.

בנו משוואה עם נעלם d שמתאימה לתרגיל.

11. על פי הסרטוט, כתבו משוואה למציאת x .  12. ההיקף של משולש שווה־שוקיים הוא 62 ס"מ. אורך השוק של המשולש **גדול ב־** 13 ס"מ מאורך הבסיס שלו. א. סמנו ב- x את אורך הבסיס של המשולש ובנו משוואה למציאת x. ב. סמנו ב- x את אורך השוק של המשולש ובנו משוואה למציאת x.		

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
פתירת משוואות ממעלה ראשונה יישום בשאלות מילוליות ואורייניות	**חשיבה ביקורתית** יושם דגש על בקרה עצמית ורפלקציה לגבי התשובה הסופית ולגבי הדרך. **אוריינות מתמטית** **ביצוע פרוצדורלי** **קריאה והבנה של מלל קצר ופשוט** **ביצוע ויישום** **הנמקה והצדקה** דגשים: 1. בשלב התחלתי יש למצוא את הפתרון של משוואה שבה ביטוי אלגברי פשוט שווה מספר משיקולים מספריים. עם זאת הכוונה היא לנצל משוואות פשוטות להיכרות ראשונה עם שיטה אלגברית לפתרון משוואות. יש לאפשר דרכי פתרון מגוונות (שיקולים מספריים וטכניקה אלגברית). 2. פתרון משוואות ממעלה ראשונה יתבצע באמצעות מעבר בין משוואות שקולות, שאינן משנות את קבוצת הפתרונות.	**קישוריות:** כל תחומי הידע במתמטיקה ובמדעים, כולל סטטיסטיקה וחיי יומיום. 1. בעזרת הפעלת שיקול דעת חישובי, פתרו בעל פה את המשוואות הבאות: $3a-4=11$ $\frac{b+1}{3}=7$ $2(c+5)=18$ 2. כתבו משוואה שהפתרון שלה הוא 1. 3. נתונה משוואה, ודרך הפתרון שלה. הסבירו בכל שורה מה בוצע, ומדוע זה מוצדק? $10x=3(x+7)$ $10x=3x+21$ $7x=21$ $x=3$

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	3. על התלמידים להיות מסוגלים לנמק את פעולותיהם האלגבריות בשלושה היבטים: א. מדוע המעבר ממשוואה אחת למשוואה אחרת שומר על השוויון בין אגפי המשוואה. ב. מדוע המעבר בין המשוואות אינו משנה את קבוצת הפתרונות של המשוואה. ג. כיצד המעבר בין המשוואות מקדם את תהליך מציאת הפתרון. 4. יש לשלב בפתרון משוואות פעולות בביטויים אלגבריים על סמך חוקי הפעולות, ולהסביר שביצוע פעולה על שני אגפי המשוואה שומר על האיזון ביניהם. 5. פתרון משוואות יכלול פישוט ביטויים אלגבריים (המרה לביטויים אלגבריים שווים שמאפשרים להתקדם בפתרון) שמתבסס על כינוס איברים דומים וחוקי חשבון (חוקי החילוף, חוקי הקיבוץ וחוק הפילוג). 6. יש לטפל במשוואות שבהן שני ביטויים אלגבריים הכוללים נעלם בשני האגפים.	4. נתונה המשוואה: $15(x+6)=18x$. פתרו את המשוואה והסבירו בעל פה כל שלב בפתרון. הערה דידקטית למורה: א. התלמיד ידע להסביר בעל פה שפתיחת סוגריים איננה משנה את הרשום באגף שמאל, אך מפשטת את הביטוי לקראת ההמשך: $15x+90=18x$ ב. התלמיד ידע להסביר בעל פה שחיסור אותו מחובר משני האגפים אינו משנה את האיזון ביניהם. $90=3x$ התלמיד ידע להסביר בעל פה שחיסור אותו מחובר משני האגפים עשוי להפוך את המשוואה לפשוטה יותר לטיפול. התלמיד ידע להסביר בעל פה שכל מספר שהצבתו הייתה נכונה קודם, תישאר נכונה גם לאחר חיסור אותו מחובר משני האגפים, וכל מספר שהצבתו הייתה נכונה לאחר חיסור אותו מחובר משני האגפים, הייתה נכונה גם קודם. ג. התלמיד ידע להסביר בעל פה שחילוק שני האגפים ב- 3 אינו משנה את האיזון ביניהם. $30=x$ התלמיד ידע להסביר בעל פה שחילוק שני האגפים ב- 3 עשוי להפוך את המשוואה לפשוטה יותר לטיפול. התלמיד ידע להסביר בעל פה שכל מספר שהצבתו הייתה נכונה קודם, תישאר נכונה גם לאחר חילוק שני האגפים ב- 3, וכל מספר שהצבתו הייתה נכונה לאחר חילוק שני האגפים ב- 3, הייתה נכונה גם קודם.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	7. פתרון מלא כולל בחובו הצבה במשוואה המקורית לצורך בדיקה. 8. יש לשלב את פתרון המשוואות עם שאלות מילוליות ואורייניות בהקשרים מתמטיים והקשרים מעשיים שונים (כגון, תנועה, תהליכים עם קצב קבוע מתחומי מדע, כלכלה, טכנולוגיה, חיי יום יום ועוד). מומלץ לשלב שאלות אלה במקביל להתקדמות בסוגי משוואות שונים. 9. יש לקבל משוואות מתוך שאלות מילוליות ואורייניות העוסקות במגוון תכנים תוך הלימה בין מורכבות המשוואות למורכבות השאלות. 10. כשמתקבל פתרון של משוואה הנובעת משאלה מילולית או אוריינית יש לבדוק האם הפתרון מתאים לסיטואציה של השאלה עצמה ולא להסתפק רק בהצבה במשוואה. (כגון, לא יכול להיות פתרון שהוא שבר לשאלה שבמהותה עוסקת בשלמים).	5. פתרו את המשוואות הבאות, בעזרת מעבר למשוואות שקולות: $8x-6=3x+4$ $3(y-2)+1=y+5$ $2(z+3)-5=5(7-2z)+2$ $6x+20=4(2x+3)$ $\frac{x+1}{3}=7$ $x+\frac{1}{3}x=5$

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		(see below)

6. שאלה לדיון כיתתי (מזמנת שיח מתמטי)

התלמידים פתרו את המשוואה הבאה:

$$7x + 4(3x - 2) = 5x - 8$$

ירון:	מיכל:	שירה:	אלון:
$7x + 4(3x - 2) = 5x - 8$ $7x + 12x - 8 = 5x - 8$ $19x - 8 = 5x - 8 \quad /+8$ $19x = 5x \quad /:x$ $19 = 5$ **אין פתרון למשוואה!**	ברור שאין פתרון כי לא יכול להיות ש- $5x$ יהיה שווה ל- $19x$.	$7x + 4(3x - 2) = 5x - 8$ $7x + 12x - 8 = 5x - 8$ $19x - 8 = 5x - 8 \quad /+8$ $19x = 5x \quad /-5x$ $14x = 0$ $\boldsymbol{x = 0}$	ירון ושירה קיבלו אותו דבר. כי "אין פתרון" זה כמו אפס!

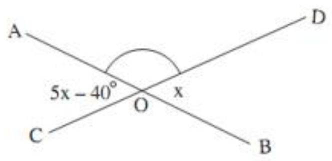
התייחסו לכל אחד מהפתרונות. האם הוא נכון או שגוי? נמקו.

7.

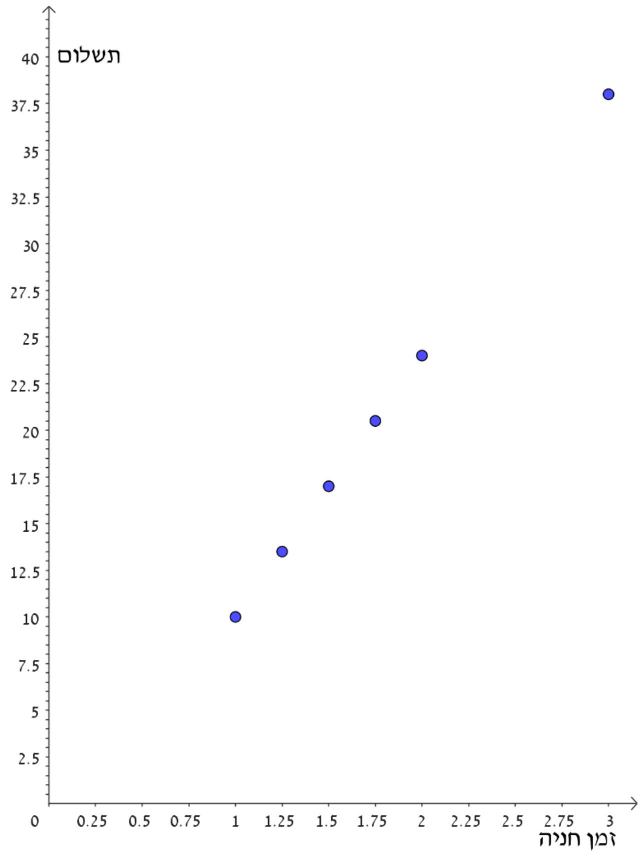
8. נתונות שתי משקולות. האחת כבדה פי 2 מהאחרת. משקלן הכולל הוא $13\frac{1}{2}$ ק"ג. מה משקל המשקולת הקלה?

9. במשולש ישר זווית, זווית חדה אחת קטנה ב- 20° מהזווית החדה האחרת. מצאו את גודל הזוויות. (שאלה זו מתאימה אם הרקע הגאומטרי הדרוש כבר נלמד).

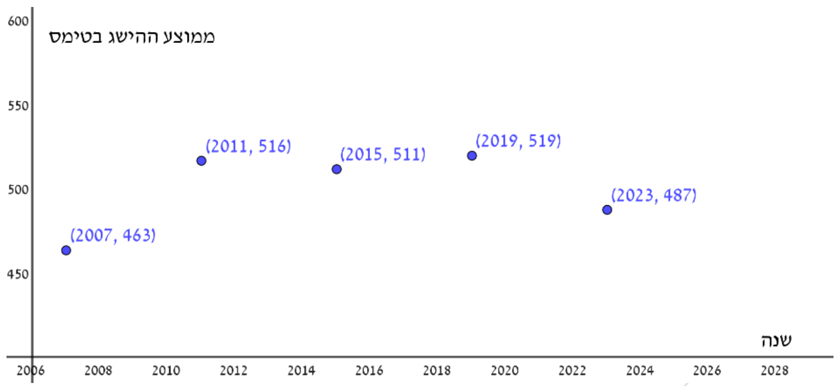
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		10. דן גדול מיואב ב-6 שנים. לפני 4 שנים היה גילו של דן פי 2 מגילו של יואב. בני כמה דן ויואב כיום? 11. בתחנת דלק א מחיר הדלק 6.45 שקלים לליטר, ועמלת התדלוק בלילה: 4 שקלים. בתחנת דלק ב מחיר הדלק 6.55 שקלים לליטר, ועמלת התדלוק בלילה: 2 שקלים. מהי כמות הדלק שעבורה עלות התדלוק בלילה בשתי התחנות תהיה שווה? 12. אנה ודן יוצאים באותו הזמן משני מקומות שונים שהמרחק ביניהם הוא 14 ק"מ. הם צועדים בכיוונים מנוגדים (ראו איור).  אנה צועדת במהירות קבועה של 4 קמ"ש, ודן צועד במהירות קבועה של 6 קמ"ש. כעבור כמה זמן **מרגע היציאה** יהיה המרחק בין אנה לדן 34 ק"מ?

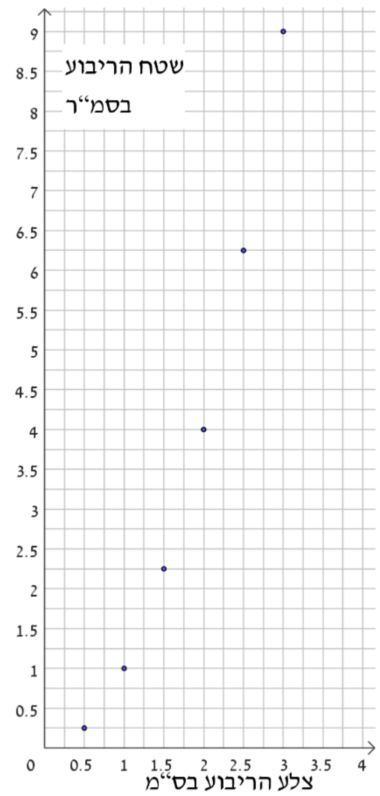
דוגמאות, יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
13. בסרטוט שלפניכם הקטעים AB ו־ CD נחתכים בנקודה O. x מייצג את הגודל של DOB∢ במעלות. בהסתמך על הנתונים, חַשבו את הגודל של AOD∢. **כִּתבו יחידות מתאימות.**  14. תשלום לוועד הבית – משימת מאור		

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
קריאת תיאור **גרפי של נקודות** **ברביע I**	**חשיבה כמותית ולוגית** **חשיבה ביקורתית** **מעבר בין ייצוגים שונים** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **אוריינות מתמטית** **קריאת גרף** **ביצוע ויישום** **הנמקה והצדקה** דגשים: 1. הגרף משמש לתפיסה חזותית של מידע המוצג באופן מילולי, טבלאי או אלגברי. 2. לכל נקודה בדידה יש זוג מספרים (x,y) היוצרים את הקשר בין y לבין הביטוי האלגברי שמבוטא בעזרת x. 3. יש להדגים תופעות המיוצגות באמצעות גרף ברביע I של מערכת צירים, כך שתלמידים ידעו לקרוא אותו וליצור מתוכו טבלת ערכים חלקית. 4. אף שהנקודות בדידות, יש אפשרות שהערכים של השיעורים שלהן לא יהיו שלמים.	**קישוריות:** כל תחומי הידע במתמטיקה ובמדעים, כולל חיי יומיום. 1. עלות החנייה בחניון היא 10 ₪ לשעה הראשונה, ועוד 3.50 ₪ לכל רבע שעה נוספת. לפניכם גרף המתאר את עלות החנייה בשעות הראשונות. א. קבעו מהי עלות החנייה עבור שעתיים מלאות ועבור 3 שעות מלאות. ב. בגרף הושמטו הנקודות המתאימות בין שעתיים ל- 3 שעות חנייה. השלימו את הנקודה המתאימה לתשלום עבור 3 שעות חנייה וחצי. ג. מהו גובה התשלום עבור חנייה של 4 שעות?

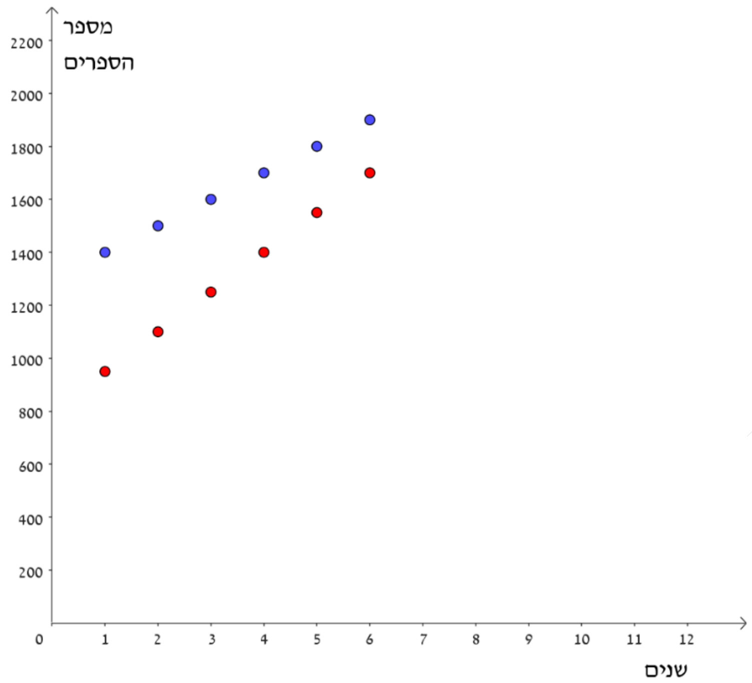
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	5. התלמידים ירכשו את המיומנויות הבאות בקריאת גרף : א . מציאת הערך של y שמתאים לערך נתון של x. ב . מציאת ערך או ערכים של x שמתאימים לערך נתון של y. 6. הביטויים האלגבריים יכולים להיות ליניאריים, או ביטויים פשוטים עם חזקות 2 או 3. 7. התלמידים ידעו לייצג תופעה באמצעות טבלה או ביטוי אלגברי, ולהתאים אותם לייצוגים גרפיים נקודתיים מתאימים נתונים. 8. בשלב זה, כל העיסוק בביטויים יהיה רק במספרים חיוביים ואפס. 9. מומלץ לפתוח את הנושא בקריאת גרף ללא שימוש בביטוי אלגברי, ולסכם אותו עם שימוש בביטוי אלגברי. 10. רצוי להיעזר כלים דיגיטליים גרפיים לסימון נקודות, כהטרמה לשימוש אינטנסיבי בהם בכיתות ח ט. 11. מומלץ להיעזר במשימות סיכום אשר כוללות את מלוא הידע האלגברי שנלמד עד כה.	

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		2. בגרף שלפניכם מוצג ההישג הממוצע במתמטיקה של תלמידי ישראל במבחן בינלאומי. ההישגים יכולים להיות בין 200 ל- 800. א. מה היה ההישג הממוצע בישראל בשנת 2011? ב. באיזו שנה היה ההישג הממוצע בישראל 511? ג. באיזו שנה היה ההישג הממוצע בישראל גבוה ביותר?



תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		3. בגרף שלפניכם מוצג השטח של ריבוע בהתאם לאורך הצלע שלו בס"מ.  א. כאשר אורך צלע הריבוע הוא 1.5 ס"מ, מהו שטח הריבוע? ב. מה יכול להיות האורך של צלע הריבוע, אם ידוע ששטחו הוא בין 3 סמ"ר לבין 7 סמ"ר? בתשובה יש להתייחס רק לנקודות שמופיעות בגרף. ג. נסמן באות x את אורך הצלע של הריבוע בס"מ. נסמן באות y את שטח אותו ריבוע בסמ"ר. רשמו באמצעות x את הביטוי האלגברי שמבטא את שטח הריבוע: ......=y

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		4. בספריית המתנ"ס בשכונת תלפיות יש 1300 ספרים, ובכל שנה רוכשים 100 ספרים חדשים. בספריית המתנ"ס בשכונת ארנונה יש רק 800 ספרים, ובכל שנה רוכשים 150 ספרים חדשים. לפניכם גרף שבו מתוארים בצבעים שונים מספר הספרים בכל ספריה. א. התאימו כל סדרת נקודות לספריית המתנ"ס המתאימה. ב. כמה ספרים היו בספריית המתנ"ס בארנונה כעבור 3 שנים? ג. כעבור כמה שנים היו בספריית המתנ"ס בארנונה 1400 ספרים? כעבור כמה שנים היו בספריית המתנ"ס בתלפיות 1400 ספרים? ד. סמנו ב- t את מספר השנים שחלפו, ורשמו ביטוי אלגברי המתאר את מספר הספרים בכל ספריה? ה. בהנחה שקצב רכישת הספרים בשתי הספריות ישמר, כעבור כמה שנים יהיה בשתי הספריות אותו מספר ספרים? ו. באיזו ספריה יהיו יותר ספרים כעבור 15 שנה?

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
דוגמה לדגש 10
5. במשתלה מסוימת אפשר לקנות פרחים בשתי דרכים:
בחנות המשתלה, או באתר האינטרנט של המשתלה.
בקנייה בחנות המחיר של כל פרח הוא 7.5 ₪.
בקנייה באתר האינטרנט המחיר של כל פרח הוא 5 ₪, ונוסף על כך יש לשלם 50 ₪ בעבור משלוח.
א. מלאו את הטבלה הבאה ורשמו את התשלומים עבור קנייה של זרי פרחים בשתי הדרכים:
<table>
<tr><td>מספר הפרחים בזר</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td></tr>
<tr><td>קנייה בחנות</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>קנייה באתר האינטרנט</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
ב. במערכת צירים בגאוגברה היעזרו בסמליל נקודה , וסמנו את הנקודות המתאימות לערכים שהתקבלו בטבלה שמילאתם. סמנו כל אחת מסדרת הנקודות בצבע שונה.
ג. התבוננו בנקודות שהתקבלו, וענו על השאלה הבאה:
מה יכול להיות מספר הפרחים בזר, כדי שיהיה זול יותר לקנות באתר האינטרנט של המשתלה?
</td></tr>
</table>

שאלה מסכמת

א. קחו דף נייר מלבני, מדדו את אורכו ואת רוחבו ומצאו את שטחו.

ב. קפלו את הנייר לשני חלקים שווים. מהו השטח החדש?

ג. המשיכו לקפל את הנייר באותו אופן כל עוד זה אפשרי. הכינו טבלה ורשמו בה את מספר הקיפולים של הדף, ואת השטח המתקבל בכל פעם.

מספר הקיפולים	1	2	3	4		
שטח הדף המקופל						

ד. סרטטו את מערכת הצירים שבה על ציר ה- x מסמנים את מספר הקיפולים ועל ציר ה- y את שטח המלבן שמתקבל לאחר כל קיפול. ב מערכת צירים סמנו את הנקודות המתאימות לערכים שהתקבלו בטבלה שמילאתם.

אלגברה לכיתה ח

לימודי האלגברה בכיתה ח הם המשך ישיר של לימודי האלגברה בכיתה ז. בתוך כל אחד מהנושאים המופיעים בתוכנית ישנו דגש על פתוח מיומנויות מתמטיות שתידרשנה בהמשך הלמידה. התוכנית מדגישה הטמעה מדורגת של כל נושא, מתוך כוונה מוצהרת לאפשר לשיעור גבוה יותר של תלמידים, לעומת העבר, להבין לעומק את תשתית הידע, ולהכיר טוב יותר את השימושים האפשריים בידע זה. הטמעת הידע והשימושים בו נועדו לאפשר ליותר תלמידים להשתמש בהם בהמשך לימודיהם ובחייהם כבוגרים.

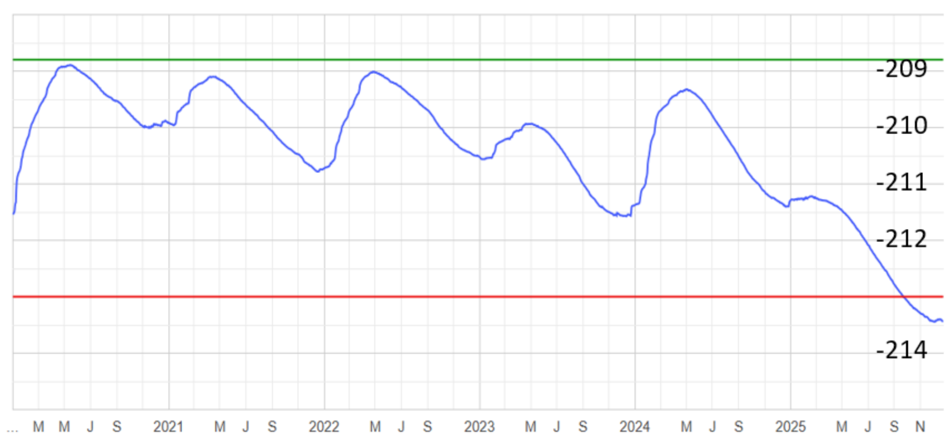
מושג פונקציה יילמד כהיכרות עם מצבים מציאותיים שבהם טבעי להגדיר התאמות בין מספרים ולשלב בהדרגה את הייצוג הגרפי. הנושא המרכזי הוא הפונקציה הליניארית כקו ישר ומשוואתו. נושא זה ושאר הנושאים מוגשים בשילוב עם תופעות ליניאריות שאותן יש להכיר ואשר הופכות את לימודי האלגברה לשימושיים. כל שלב בתהליך הלמידה מבוסס על ייצוג גרפי, ובהמשך ייצוג אלגברי של תופעה המתוארת באמצעות מלל. השאלות המילוליות הנלוות, צריכות להיות משולבות בכל שלב. משימות האוריינות באות לידי ביטוי גם במשימות סיכום של נושא וגם משולבות במהלך ההוראה עצמו. בדרך זו יש להטמיע בקרב התלמידים את הקישוריות של האלגברה למגוון תחומים תוך-מתמטיים וחוץ-מתמטיים. לימודי האלגברה בכיתה ח צריכים להיות מכוונים לתובנה של הנלמד מעבר ליכולת פרוצדורלית של ביצוע הנדרש.

בטבלה שלפנינו מוצגים הנושאים השונים הנמצאים בתחום, והמלצת מספר שעות ההוראה לכל נושא. מובן שההמלצות הללו אינן מותאמות לכל הכיתות אך מהוות בסיס להערכת משך ההוראה של כל נושא.

התחום האלגברי בכיתה ח	נושא ההוראה	שעות מומלצות
נושאי הוראה כיתה ח	גרפים שימושיים – קריאה וסרטוט	5
	מבוא לפונקציה פונקציה בייצוג גרפי היכרות עם ייצוג אלגברי של פונקציה	6
	עליה וירידה של גרף פונקציה תיאור גרפי של תופעות ליניאריות	4
	קצב שינוי של פונקציה שיפוע של ישר התאמה בין ישר למשוואתו	16
נושאי הוראה כיתה ח	פתרון משוואות הכוללות הגדלה או הקטנה באחוזים	5
	אי שוויונות	5

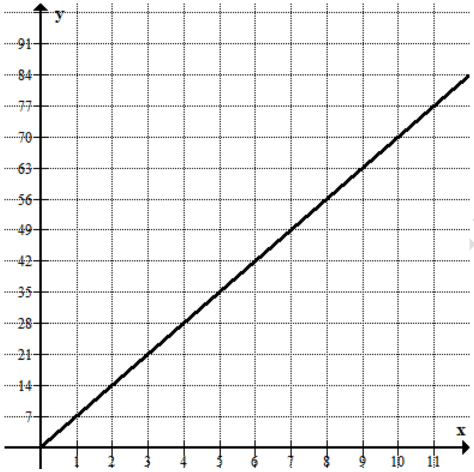
	פתרון מערכת משוואות שהצגתן מפורשת פתרון מערכת משוואות בשני נעלמים	13

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
גרפים שימושיים – קריאה וסרטוט	<u>דגשים</u>: 1. יש **להדגים תופעות המיוצגות באמצעות גרף** במערכת צירים, כך שתלמידים ידעו לקרוא אותו וליצור מתוכו טבלת ערכים חלקית. 2. יש להציג את הגרף כ**תוספת לייצוגים אחרים** שכבר נלמדו: תיאורים מילוליים, טבלאות ערכים וביטויים אלגבריים. התוספת	<u>דוגמאות</u>: 1. א. מחיר ליטר דלק הוא 7 שקלים. צרו טבלה המתארת התאמה בין כמויות שונות של דלק (בליטרים) לבין עלותם (בשקלים). שרטטו את הנקודות המתאימות לערכים שבטבלה על מערכת צירים ושרטטו את הגרף שמתאר את העלות של כמויות שונות של דלק. ב. בין השעות 21:00 ל-06:00 קיימת עמלה קבועה בת 2 שקלים עבור כל מילוי של דלק. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את העלות של d ליטרים של דלק בשעות אלה. תיצרו טבלה המקשרת בין כמות הדלק לעלות מילוי הדלק (כולל עמלה). סרטטו גרף המתאר את העלות של כמויות שונות של דלק בשעות אלה. שימו לב שהגרף מתאים עלות יחידה לכל כמות של דלק.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	תודגם באמצעות דוגמאות ותופעות שכבר נלמדו בעבר. 3. עד כה התלמידים למדו להכליל טבלת ערכים לביטוי אלגברי ולייצג טבלת ערכים במערכת צירים. בשלב זה ילמדו התלמידים **לעבור מביטוי אלגברי לייצוג גרפי** באמצעות טבלת ערכים כשלב מתווך. 4. התלמידים יפתחו את המיומנויות הבאות בקריאת גרף: א. **מציאת הערך של y** שמתאים לערך נתון של x. ב. **מציאת ערך או ערכים של x** שמתאימים לערך נתון של y. ג. **מציאת הערך הגדול (הגבוה) או הקטן (הנמוך) ביותר** של	2. נסמן ב-m את אורך הצלע במשולש שווה צלעות. צרו טבלה המתארת את היקף המשולש עבור ערכים שונים של m ושרטטו את הנקודות המתאימות לערכים בטבלה על מערכת צירים. 3. לפניכם גרף המתאר את מפלס הכנרת משנת 2020 ועד שנת 2025. שתי מכוניות נסעו באותו הכביש. האחת נסעה מחיפה לבאר־שבע והאחרת נסעה מבאר־שבע לחיפה. המרחק בין חיפה לבאר־שבע הוא 200 ק"מ. 

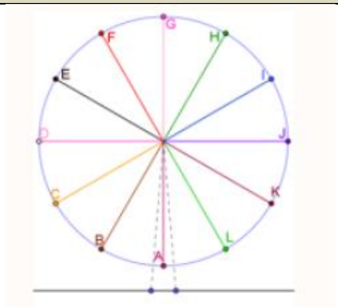
4

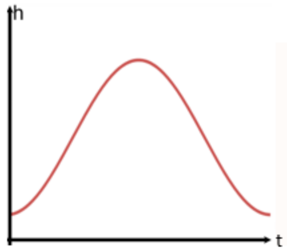
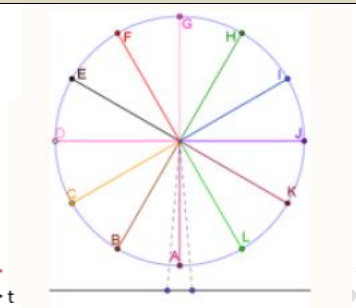
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	y, ומציאת הערך או הערכים של x שעבורם מתקבל ערך זה של y. ד. מציאת טווח הערכים של y המתקבל עבור תחום נתון של x ולהיפך. 5. **תחום** בגרף הוא חלק מציר x. בשלב זה נתמקד בתחומים שצורתם קטע, קרן, קבוצה סופית של נקודות או איחוד של אלה. המושג 'תחום' יוזכר לצורך שימוש בו בהמשך במגוון של נושאים, כמו תחומי עלייה ותחומי ירידה של פונקציות.	ענו על שאלות הבאות בהסתמך על הגרף: א. מהו משך הזמן של כל משבצת על הציר האופקי? ב. מה היה מפלס הכנרת בתחילת כל אחת מהשנים: 2021, 2022, 2023, 2024, 2025? ג. באילו חודשים ושנים היה מפלס הכנרת 211– מטר? ד. מה היה המפלס הגבוה ביותר ומה היה המפלס הנמוך ביותר בשנת 2023? ה. מהו הגובה של הקו האדום התחתון? ו. באיזה חודש ושנה ירד מפלס הכנרת מתחת לקו האדום התחתון?

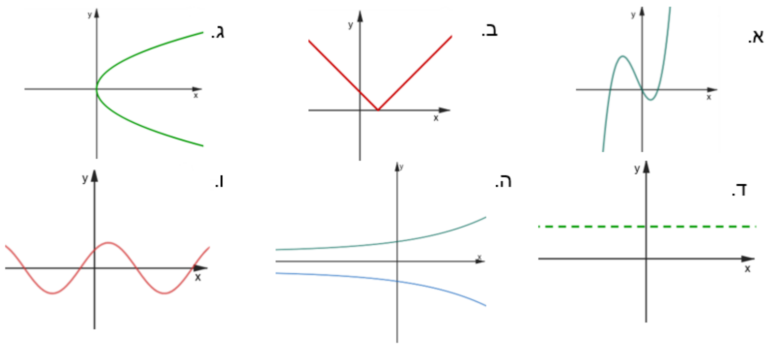
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	6. במרבית הגרפים השימושיים שבהם ציר ה-x הוא משתנה רציף, משתנה זה מייצג זמן. יש להכיר גם דוגמאות שבהן ציר ה-x מייצג גדלים אחרים.	4. מחיר דלק הוא 7 שקלים לליטר. נתון גרף המתאר את העלות של כמויות שונות של דלק.  א. עבור אילו כמויות של דלק העלות גבוהה מ- 63 שקלים? סמנו על ציר x (במרקר) את תחום זה. ב. עבור אילו כמויות של דלק העלות נמוכה מ- 63 שקלים? סמנו על ציר x (במרקר שונה) את תחום זה. ג. ניתן לתדלק מכוניות פרטיות בכמות דלק שאינה עולה על 49 ליטר. ניתן לתדלק מכוניות מסחריות בכמות דלק שאינה עולה על 70 ליטר.

תוכן מתמטי	**פתוח מיומנויות והערות דידקטיות**	**קישוריות יישומים ודוגמאות**
		סמנו על ציר x (במרקר אחר) את התחום המתאר את כמויות הדלק שמתאימות למכוניות מסחריות ואינן מתאימות למכוניות פרטיות.
מבוא לפונקציות	פונקציה היא התאמה בין שתי קבוצות, שבה לכל איבר בקבוצה אחת הנקראת תחום הגדרה, מותאם בדיוק ערך אחד בקבוצה השנייה הנקראת קבוצת היעד (טווח) דגשים: א. מושג **הפונקציה** הוא מושג חשוב שיש להכירו באופן כללי, תוך הדגשת היישום שלו. ב. יש להמחיש במספר דוגמאות את תחום הגדרה ואת כלל ההתאמה. ג. בהמשך ההוראה, בכל דיון כיתתי אודות פונקציה ובכל	1. לכל תיאור קבעו מהו תחום הגדרה וכתבו מספר דוגמאות למציאת ערכי הפונקציה עבור ערכי משתנה מתחום ההגדרה. א. לכל מספר חיובי ניתן להתאים את מכפלתו ב 4. ב. נתונה קובייה. לכל אורך של צלע הקובייה, ניתן להתאים את נפח הקובייה. ג. לכל גודל אפשרי של זווית בסיס במשולש שווה שוקיים, ניתן להתאים את גודל זווית הראש. ד. לכל שעה משעות היום, ניתן להתאים את הטמפרטורה המתאימה. ה. לכל ילד בכיתה, אפשר להתאים את תאריך הלידה שלו. ו. לכל ריבוע, אפשר להתאים את אורך צלעו. ז. לכל מספר על ציר המספרים, אפשר להתאים את מרחקו מאפס. ח. בחקר סטטיסטי, לכל נתון ניתן להתאים את השכיחות היחסית שלו. ט. לכל מספר x, ניתן להתאים את הערך של הביטוי $x^2 - x$ 2. משימה גלגל ענק של תוכנית מאור. לפניכם תיאור של מיני גלגל ענק המתאים לילדים קטנים.

7

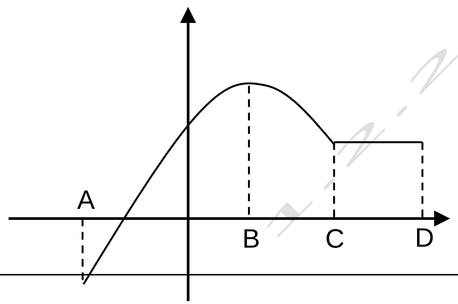
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	תרגיל, יש לתת את הדעת אם הייצוג הגרפי מתאים להגדרת הפונקציה . ד. האפיון של גרף של פונקציה: גרף שכל ישר אנכי (שערך x שלו נמצא בתחום ההגדרה) חותך את הגרף פעם אחת. נקודה על גרף הפונקציה f(x) אפשר לתאר באופן הבא $(x, f(x))$.	 במיני הגלגל הענק ישנם 12 תאים הנמצאים במרחקים שווים זה מזה, הכניסה אל התא נעשית כאשר התא נמצא בתחתית הגלגל וכך גם היציאה ממנו. קוטר הגלגל הוא 10 מ', והוא נמצא בגובה של מטר אחד מעל פני האדמה. לפניכם סקיצה של הגלגל. האותיות הרשומות מתארות את התאים. אמיר עלה על הגלגל והתיישב בתא A שבתחתית הגלגל. לפניכם גרף המתאר את הגובה שבו נמצא אמיר מעל פני האדמה (h) כפונקציה של זמן t במשך סיבוב אחד שלם.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		 א. מה הגובה ההתחלתי של אמיר? ב. האם יש רגעים שונים בהם אמיר נמצא באותו גובה? ציינו דוגמה. ג. בהסתמך על הגדרת הפונקציה, האם הגרף מייצג פונקציה? נמקו.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		3. בדקו בכל אחד מהגרפים האם הוא מייצג פונקציה? נמקו את תשובתכם 

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
פונקציה בייצוג אלגברי	**ייצוג אלגברי של פונקציה בהקשר מעשי** יש להתחיל מפונקציות שמתארות מצבים מעשיים בהקשרים שונים כהרחבה של הנושא ביטויים אלגבריים בכיתה ז. הפונקציות במקרה הזה יהיו מוגדרות עבור ערכים חיוביים בלבד. יש להתמקד במצבים הבאים: - זיהוי של פונקציות בייצוג אלגברי שמתארות מצב מעשי נתון - יש לתת לתלמידים דוגמאות פשוטות שמתארות מעבר מתיאור מילולי של מצב נתון לייצוג אלגברי של פונקציה, כגון התאמה של צלע הריבוע לשטח הריבוע, מחיר	1. דנה בונה מגדלים מקוביות. מספר הקוביות הדרוש לבניית מגדל (נסמן ב-N) תלוי במספר הקומות של המגדל (נסמן ב-k) לפי הנוסחה: $N = 3k + 1$ • **א.** כמה קוביות דרושות לדנה כדי לבנות מגדל בעל **8 קומות**? הציגו דרך חישוב. • **ב.** לדנה יש **31 קוביות**. מהו מספר הקומות המקסימלי שהיא יכולה לבנות במגדל אחד? 2. כאשר נהג לוחץ על הבלמים, המכונית ממשיכה לעבור מרחק מסוים עד לעצירה מוחלטת. מרחק הבלימה (נסמן ב-d, במטרים) תלוי במהירות שבה נסעה המכונית (נסמן ב-v, בקמ"ש) לפי הנוסחה: $d = \frac{v^2}{200}$ • **א.** מכונית נסעה במהירות של **100 קמ"ש**. מהו מרחק הבלימה שלה מרגע הלחיצה על הבלמים? הציגו דרך חישוב.

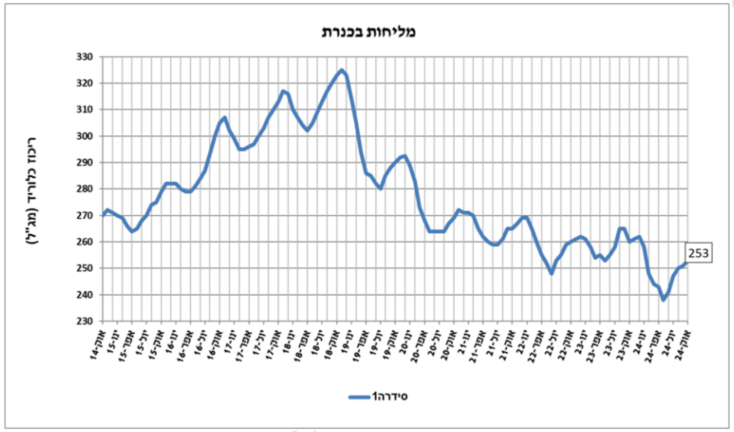
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	כולל של n כרטיסים אם נתון מחיר של כרטיס בודד, התאמת מרחק שמכונית עוברת לזמן הנסיעה בהינתן מהירות קבועה. התלמידים יבינו מהו ההבדל המעשי בין המשתנה הבלתי תלוי לבין ערך הפונקציה (משתנה תלוי).	3. אמיר מפיל כדור מראש צוק. את גובה הצוק (נסמן ב-h) ניתן לחשב במטרים באמצעות הנוסחה: $h = 5t^2$. כאשר t מייצג את מספר השניות שלוקח לכדור להגיע לקרקע. אם לכדור נדרשות 4 שניות להגיע לקרקע, חשבו את גובה הצוק. הציגו דרך החישוב
	ייצוג אלגברי של פונקציה ללא הקשר מעשי התלמידים יתמקדו בפונקציות ייצוג אלגברי נתון. התלמידים יבינו מהו המשתנה הבלתי תלוי בתבנית ומהו המשתנה התלוי.	4. **המרת מעלות חום (צלזיוס ופרנהייט)** בעולם המדע, ובמדינות כמו ארה"ב, מודדים טמפרטורה במעלות פרנהייט (F). הקשר בין מעלות פרנהייט למעלות צלזיוס (C) המוכרות לנו בישראל מחושב לפי הנוסחה המדויקת: $\mathrm{F} = 1.8\mathrm{C} + 32$ **א.** במעבדה למדעים חיממו מים לטמפרטורה של 25 מעלות צלזיוס. מה תהיה הטמפרטורה שתוצג במד חום המודד במעלות פרנהייט? הציגו דרך חישוב. **ב.** מים רותחים ב-100 מעלות צלזיוס. כמה הן מעלות אלו בפרנהייט?

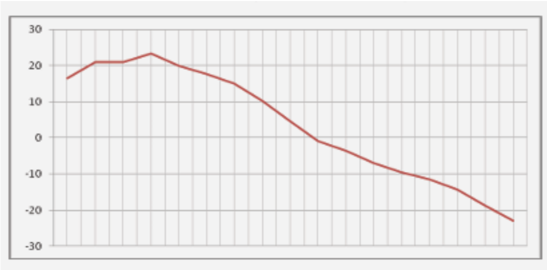
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	התלמידים ידעו למצוא את ערך הפונקציה באמצעות הצבה של המשתנה הבלתי תלוי. הפונקציות בשלב הזה יהיו מוגדרות לכל המספרים.	**ג.** אם מד החום מראה 32 מעלות פרנהייט, מהי הטמפרטורה במעלות צלזיוס? (רמז: זו נקודת הקיפאון). 5. **דופק מרבי באימון גופני** ספורטאים משתמשים בנוסחה כדי לחשב את "הדופק המרבי" המומלץ להם בזמן מאמץ (כדי לשמור על בריאות הלב). הנוסחה לחישוב דופק מרבי (M) לפי גיל המתאמן (x) היא: $M = 208 - 0.7x$ **א.** מאמן כושר בן 40 רוצה לדעת מהו הדופק המרבי שלו. חשבו בעזרת הנוסחה. **ב.** מי לדעתכם יכול להגיע לדופק גבוה יותר בזמן מאמץ: נער בן 15 או אדם בן 60? הוכיחו בעזרת הצבה בנוסחה.
עלייה וירידה של פונקציה על סמך קריאה מהייצוג הגרפי	**הגרף עולה (יורד) בתחום אם הערך של y גדול (קטן) יותר ככל שהערך של x גדול יותר, לכל x בתחום הזה.** <u>דגשים</u>: 1. המושגים **עלייה וירידה בתחום** יוצגו ויוסברו באמצעות גרף.	<u>דוגמאות</u>: 1. הגרף שבשרטוט עולה בקטע AB. באיזה קטע הגרף יורד ובאיזה קטע הוא קבוע? 

13

<table dir="rtl">
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td>2. המושגים עלייה וירידה בתחום יוסברו בדרך איכותנית על ידי התבוננות בשינוי הערכים של y כשהערכים של x הולכים וגדלים (על ידי התבוננות במהלך הגרף משמאל לימין).</td><td>2. שרטטו גרף של פונקציה, כשמשיכת כלי הכתיבה כל הזמן לכיוון ימין. סמנו במרקר צהוב את התחום שבו הגרף עולה ובמרקר ירוק את התחום שבו הוא יורד.

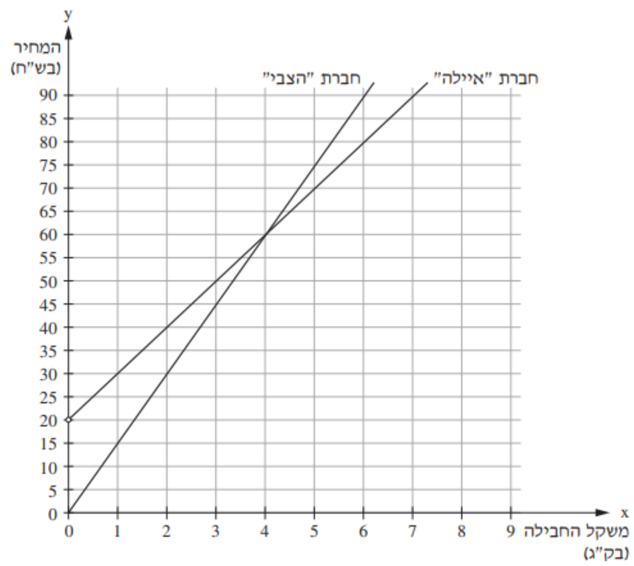
3. התבוננו בגרף המתאר את מליחות מים בכנרת. סמנו במרקר צהוב את התחום שבו הגרף עולה ובמרקר ירוק את התחום שבו הוא יורד.

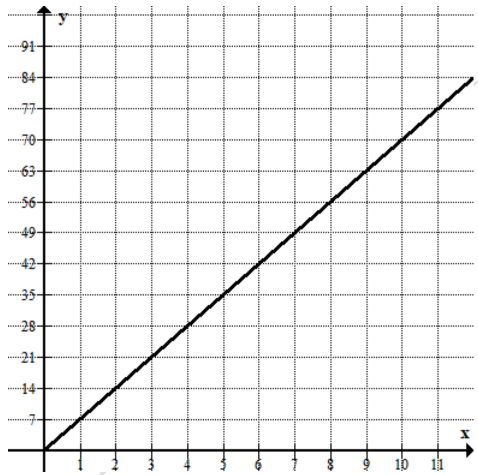

</td></tr>
</table>

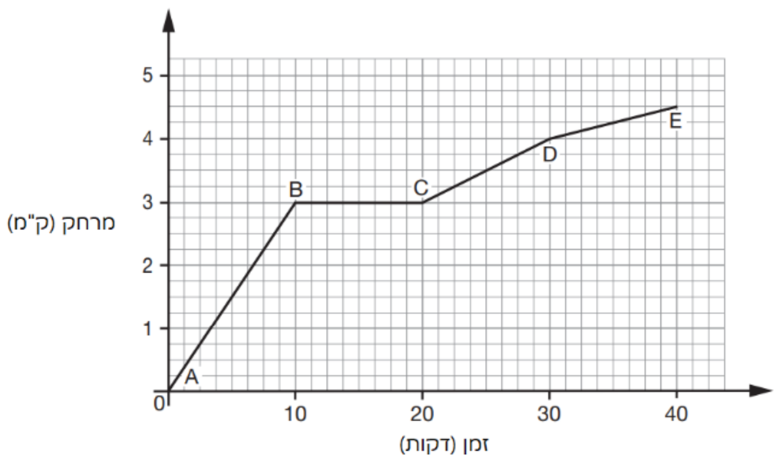
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
4. לפניכם גרף המתאר את הטמפרטורה שנמדדה באטמוספרה בעזרת בלון. הנתונים נלקחו משרות מזג האוויר העולמי. התבוננו בגרף וסמנו במרקר כחול את התחום שבו הוא עולה ובמרקר אדום את התחום שבו הוא יורד.
טמפרטורה (במעלות)


הגובה באטמוספרה (במטרים)
5. התבוננו בגרף המתאר את גובהו של נער מעל האדמה בזמן שהוא מסתובב שני סיבובים בגלגל ענק. סמנו במרקר צהוב את התחום שבו הגרף עולה ובמרקר ירוק את חלקי הגרף שבהם הוא עולה.
</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
תיאור גרפי של תופעות ליניאריות **קריאת מידע מגרף ליניארי**	**חשיבה כמותית ולוגית.** **מעבר בין ייצוגים שונים** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **אוריינות מתמטית** קריאה והבנה של מלל קצר ופשוט **קריאת גרף וסרטוט גרף** **ביצוע ויישום** **הנמקה והצדקה** החלק הזה מהווה הכנה ויצרת בסיס אינטואיטיבי (הבנה חזותית של תופעות עם קצב שינוי קבוע) לקראת לימוד פונקציה לינארית ומשוואת ישר. דגשים:	1. משאית יצאה בשעה 6:00 מאילת לקריית שמונה (המרחק בין הערים כ-600 ק"מ). באותה השעה יצאה משאית אחרת מקריית שמונה לכיוון אילת. האיור מציג גרפים המתארים את המרחק מאילת של שתי המשאיות בזמנים שונים.  א. בגרף מסומנות 4 נקודות. הסבירו מה מתארות נקודות אלה. ב. באיזו שעה ובאיזה מרחק מאילת נפגשו המשאיות? 2. הגרפים שלפניכם מתארים את המחירים בש"ח (y) בהתאם למשקל החבילה בק"ג (x) בכל אחת מחברות המשלוחים: חברת "הצבי" וחברת "איילה".

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	1. לכל ערך שיש על הציר האופקי, הגרף מתאר התאמה שלו לערך על הציר האנכי. 2. יושם דגש על צורה של קו ישר, החורג מהתיאור של נקודות, כפי שהיה עד כה. 3. בהתייחס לגרף של נקודות שנלמד בעבר, ניתן להוסיף נקודות מתאימות על הגרף, בין שתי נקודות קיימות, והכללת תוספת הנקודות לתיאור קווי. 4. יושם דגש על גרפים מציאותיים 5. יושם דגש על קווים ישרים שחורגים מרביע I כפי שהיה עד כה. 6. ייצוג גרפי של פונקציה ליניארית במערכת צירים שלמה, כוללת תוספת של ביטויים אלגבריים	 א. מהו משקל החבילה (בק"ג) שבעבורו יהיה המחיר בחברת "הצבי" שווה למחיר בחברת "איילה"? ב. מהו המחיר (בש"ח) ? ג. מהו המחיר של חבילה שמשקלה 2.5 ק"ג בכל אחת מהחברות? (תנו אומדן)

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	שבהצבה בהם יש פעולות עם מספרים מכוונים. 7. יש לדעת לסרטט גרף של פונקציה ליניארית על גבי מערכת צירים לפי טבלת ערכים או שיעורי הנקודות.	3. מחיר דלק הוא 7 שקלים לליטר. נתון גרף המתאר את העלות של כמויות שונות של דלק. א. עבור אילו כמויות של דלק העלות גבוהה מ- 70 שקלים? סמנו על ציר x (במרקר) את תחום זה. ב. עבור אילו כמויות של דלק העלות נמוכה מ- 35 שקלים? סמנו על ציר x (במרקר שונה) את תחום זה. 

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
4. הגרף שלפניכם מציג את המרחק של יואב מנקודת יציאה כאשר רכב על האופניים.
א. רשמו את שיעורי הנקודות A, B, C, D.
ב. התאימו לכל מקטע נסיעה את התיאור המתאים לה:
<table>
<tr><td>A ל- B</td><td>יואב נח במשך 10 דקות</td></tr>
<tr><td>B ל- C</td><td>יואב רוכב מרחק של 1 ק"מ במשך 10 דקות</td></tr>
<tr><td>C ל- D</td><td>יואב רוכב מרחק של 3 ק"מ במשך 10 דקות</td></tr>
<tr><td>D ל- E</td><td>יואב רוכב מרחק קטן מ-1 ק"מ במשך 10 דקות</td></tr>
</table>


</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		(see below)

5. לפניכם טבלת ערכים , עם הגרף המתאים.

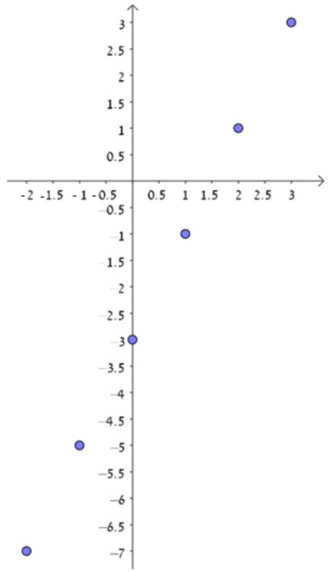
דרך נקודות הגרף יכול לעבור קו ישר.

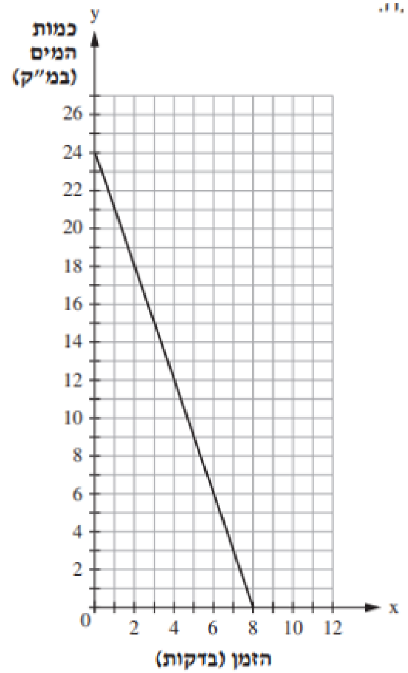
3	2	1	0	-1	-2	x
3	1	-1	-3	-5	-7	y

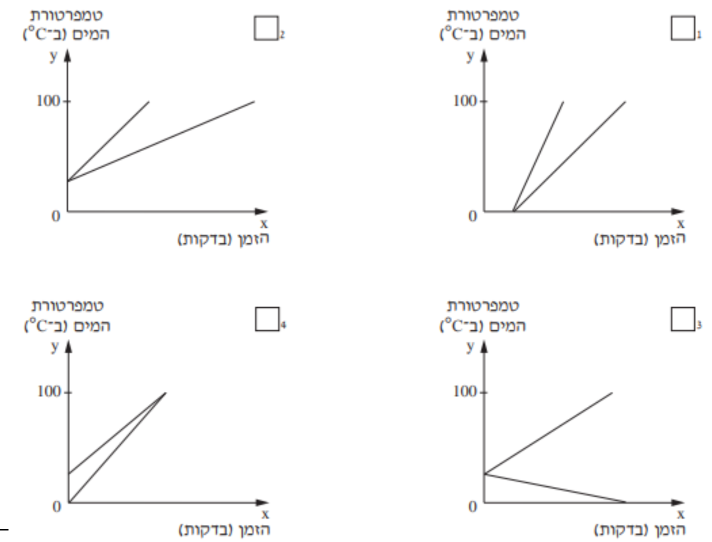
א. העבירו את הגרף (הישר) וסמנו על גבי הגרף את הנקודות המתאימות לערכי x הנתונים, כך שתהיינה על הקו הישר.

x=-1.5   x=-0.5   x=0.5   x=1.5   x=2.5

ב. היעזרו בסרטוט ורשמו את שיעורי ה-y של הנקודות שסימנתם על גבי הגרף



תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		6. אקווריום היה מלא במים. רוקנו את המים בקצב של 2 מ"ק לדקה. הגרף משמאל מתאר את כמות המים במכל בהתאם לזמן שחלף. א. מה הייתה כמות המים באקווריום כעבור דקה אחת? ב. מה הייתה כמות המים באקווריום כעבור חצי דקה? ג. מה הייתה כמות המים באקווריום כעבור רבע דקה? ד. מה הייתה כמות המים באקווריום כעבור שבע וחצי דקות? 

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		7. בשיעור מדעים חיממו בשני סירים **כמות שווה** של מים עד לרתיחתם. הטמפרטורה ההתחלתית של המים בכל אחד מהסירים הייתה $25°C$. המים שבסיר **א'** התחממו בקצב קבוע של $10°C$ בדקה. המים שבסיר **ב'** התחממו בקצב קבוע של $16°C$ בדקה. סמנו באיזה סרטוט מהסרטוטים שלפניכם מתוארים הגרפים של טמפרטורת המים (ב- ^{O}C) בכל אחד מהסירים, בהתאם לזמן חימום המים (בדקות) עד לרתיחתם. 

<table>
<tr><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>תוכן מתמטי</th></tr>
<tr><td>

8. במעבדה נערך ניסוי עם שני רובוטים חדשים, "גאמא" ו"דלתא".

הגרף הבא מתאר את המרחק של כל רובוט מנקודת ההתחלה (d, במטרים) בהתאם לזמן שחלף (t, בשניות). עיינו בגרף וענו על השאלות שאחריו.

הקו הרציף מתאר את תנועת הרובוט **גאמא**.

הקו המקווקו מתאר את תנועת הרובוט **דלתא**.

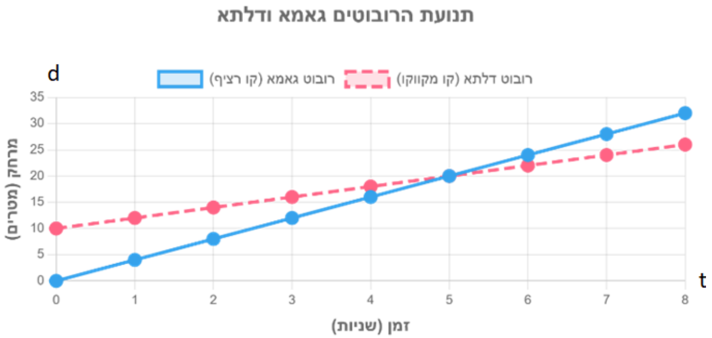
א. מי מהרובוטים יצא ישירות מנקודת ההתחלה ?

ב. מה היה המרחק ההתחלתי של הרובוט השני ? (בנקודת ההתחלה)

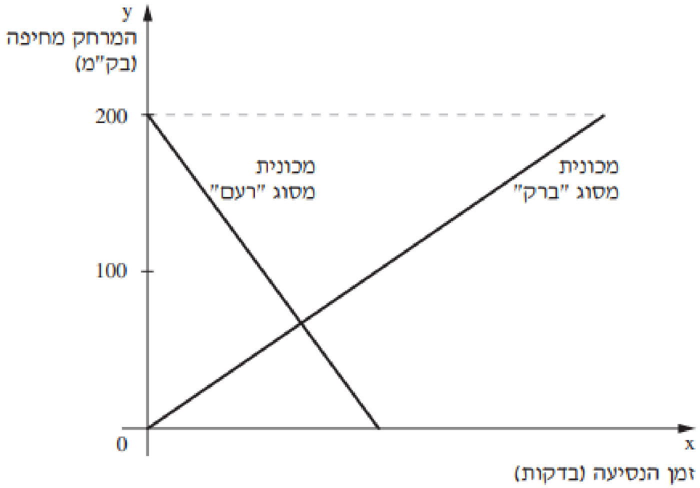
ג. איזה רובוט נע מהר יותר? הסבירו כיצד ניתן לקבוע זאת מתוך התבוננות בגרפים.

ד. כעבור כמה שניות נפגשו הרובוטים?

ה. באיזה מרחק מנקודת ההתחלה התרחש המפגש?



</td><td></td><td></td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		9. הגרפים שלפניכם מתארים את המרחק מחיפה (בק"מ) של כל אחת מהמכוניות בהתאם לזמן הנסיעה שלה (בדקות 

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
סַמנו ב־ ☒ ליד כל טענה אם היא נכונה או לא נכונה.

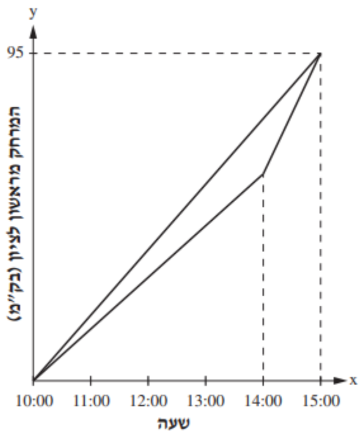
<table>
<tr><th></th><th>טענה</th><th>נכונה</th><th>לא נכונה</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>המכונית מסוג "רעם" יצאה מבאר־שבע.</td><td>☐ 1</td><td>☐ 2</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>שתי המכוניות נפגשו באמצע הדרך.</td><td>☐ 1</td><td>☐ 2</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>המכונית מסוג "רעם" נסעה זמן קצר יותר מהמכונית מסוג "ברק".</td><td>☐ 1</td><td>☐ 2</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>המכונית מסוג "רעם" נסעה במהירות נמוכה יותר מהמכונית מסוג "ברק".</td><td>☐ 1</td><td>☐ 2</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

קישוריות יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי

10. יצחק ושלומית רכבו על אופניים מראשון לציון. הם רכבו באותו מסלול.

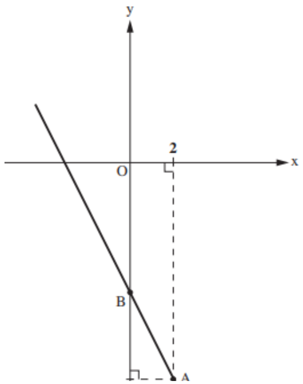
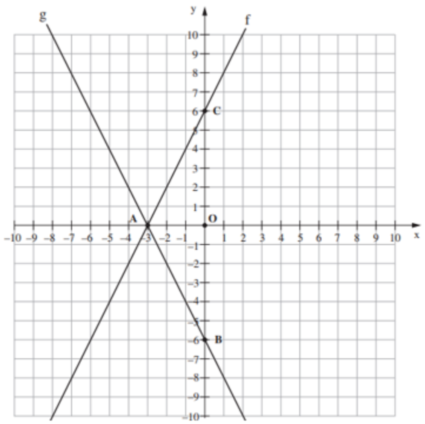
שלומית רכבה במהירות קבועה לאורך כל המסלול, ואילו יצחק רכב בחלק הראשון של המסלול במהירות מסוימת, ובחלק השני רכב במהירות אחרת.

בגרפים שלפניכם מתוארים המרחקים מראשון לציון (בק"מ) שעברו הרוכבים בין השעות 10:00 ל- 15:00.



א. סַמנו ליד כל טענה בטבלה שלפניכם אם היא נכונה או אינה נכונה.

	הטענה	נכונה	אינה נכונה
.1	זמן הרכיבה של יצחק עד נקודת המפגש היה ארוך יותר מזמן הרכיבה של שלומית עד נקודת המפגש.	☐ 1	☐ 2
.2	כעבור 4 שעות רכיבה, המרחק שעבר יצחק היה קצר יותר מהמרחק שעברה שלומית.	☐ 1	☐ 2

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		.11 y=-2x-6 היא משוואה הקושרת בין שיעורי x לבין שיעורי y של נקודות על הישר שבסרטוט הנקודות A, B נמצאות על הישר. מהם שיעורי הנקודות A ו- B ?  12. לפניכם מערכת צירים ובה מסורטטים הישרים f ו-g . א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C שעל הישרים. ב. עבור x=-5, מהו שיעור ה- y של הנקודה המונחת על הישר f ? ג. עבור y=4, מהו שיעור ה- x של הנקודה המונחת על הישר g ? ד. עבור אילו ערכים של x, שיעורי ה- y של נקודות על הישר g גדולים משיעורי ה- y של נקודות על הישר f ? 

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>13. נתונה טבלת הערכים הבאה:
<table>
<tr><td>x</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td>y</td><td>-5.5</td><td></td><td>-4.5</td><td>-4</td><td>-3.5</td></tr>
</table>
א. סרטטו על מערכת צירים את הישר המתאים לערכים בטבלה (על פי שלוש נקודות ששיעוריהן רשומים בטבלה), כך שיחתוך את שני הצירים.

ב. בעזרת הגרף השלימו את המשבצות הריקות בטבלה.

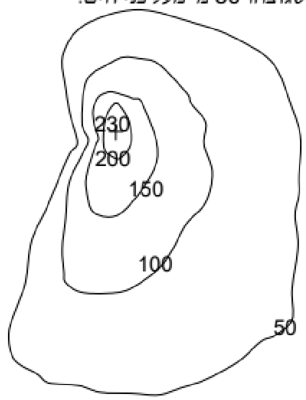
ג. מהם שיעורי הנקודה על הישר שבה הוא חותך את ציר x ?</td></tr>
</table>

יורדים ברכבל

לפניכם מפה טופוגרפית של הר.

מפה טופוגרפית היא מפה בה מחוברות בקו כל הנקודות הנמצאות באותו גובה (במטרים) מעל פני הים. הגובה מצוין על גבי המפה.

ההר מתחיל במישור שגובהו 50 מ' מעל פני הים.



בצדו המערבי של ההר נבנה רכבל, היורד מראש ההר אל תחתיתו ועולה חזרה.

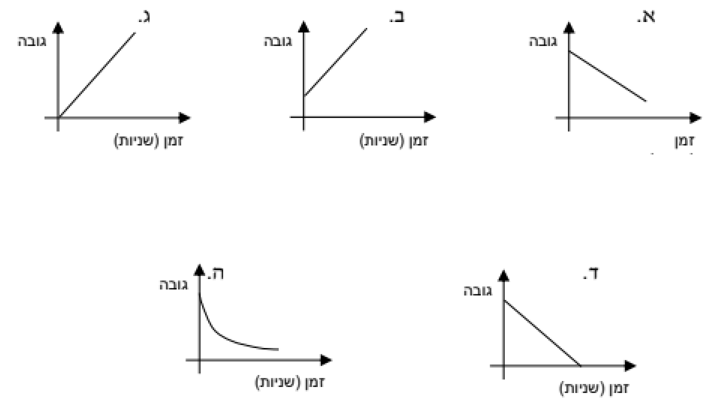
שימו לב! הרכבל אינו מגיע לגובה פני הים.

נניח שהכבל שעליו נוסעת הקרונית הוא מתוח וישר.

בעת הירידה מן ההר, הקרונית שברכבל מאבדת גובה בשיעור של 0.5 מטר בכל שנייה.

שאלה 1. כמה דקות תימשך הירידה של קרונית מראש ההר אל תחתיתו?

שאלה 2. לפניכם גרפים המתארים את גובה הקרונית מעל פני הים, בהתאם לזמן. בחרו את הגרף המתאים למטיילים היורדים ברכבל מראש ההר אל תחתיתו.



שאלה 3. יעל ירדה בקרונית הרכבל.
באיזה גובה מעל פני הים היא הייתה לאחר **דקה** של ירידה?

שאלה 4. בחרו את ההיגד הנכון. נמקו את בחירתכם:

א. מהירות הנסיעה של הקרונית בירידה היא 0.5 מטר לשנייה.

ב. מהירות הנסיעה של הקרונית בירידה גדולה מ- 0.5 מטר לשנייה.

ג. מהירות הנסיעה של הקרונית בירידה קטנה מ- 0.5 מטר לשנייה.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
מושג קצב שינוי **קצב שינוי אחיד וקצב שינוי לא אחיד של פונקציה** **שיפוע של ישר**	**חשיבה כמותית ולוגית.** **חשיבה ביקורתית** **מעבר בין ייצוגים שונים** **הכללה והפשטה** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **אוריינות מתמטית** קריאה והבנה של מלל קצר ופשוט **קריאת גרף** **ביצוע ויישום** **הנמקה והצדקה**	<u>דוגמה לשינוי בקצב אחיד</u>: הטמפרטורה של נוזל היא $8°c$. מחממים את הנוזל בקצב אחיד כך שהטמפרטורה שלו תהיה $58°c$ כעבור 5 דקות. א. בכמה מעלות מתחמם הנוזל בכל דקה? ב. שרטטו גרף המתאר את התחממות הנוזל במשך 9 דקות. ג. מה תהיה הטמפרטורה אחרי 3 דקות? ד. אחרי כמה דקות תהיה הטמפרטורה $78°c$?

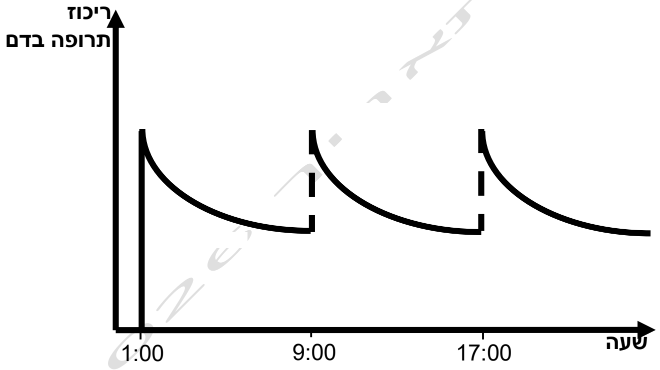
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td>קצב שינוי בגרף של פונקציה

\ הוא היחס שבין השינוי בערכי ה- y לבין השינוי בערכי ה- x שלו.

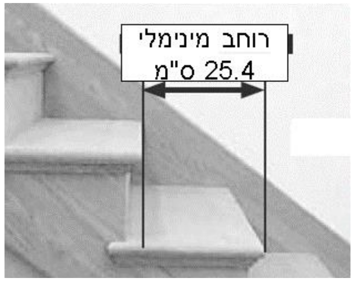
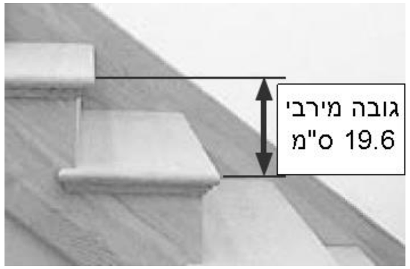
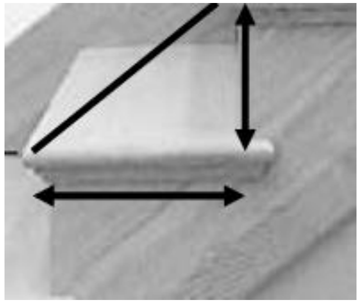
אם אותו היחס מתקבל לכל שני ערכים שונים של x, אז קצב השינוי הוא אחיד.
בכל מקרה אחר – פונקציה משתנה בקצב שאינו אחיד.

דגשים:

1. יש לתת דוגמאות לגרפים מציאותיים שבהם קצב השינוי אחיד וגם לתת</td><td><u>דוגמה לשינוי בקצב שאינו אחיד</u>:

הגרף הבא מתאר ריכוז של תרופה בדם לאורך זמן. הריכוז עולה כמעט מיידית עם הזרקת התרופה, והוא יורד במשך הזמן עם פינוי התרופה מהגוף (הערה: העלייה המהירה בריכוז התרופה מתוארת בגרף בקווים מעט מאונכים).


א. באיזו שעה ניתנה הזריקה הראשונה, וכל כמה שעות מזריקים את התרופה? הסבירו.
ב. מתי יורד ריכוז התרופה בדם בקצב יותר מהר: שעה אחרי נטילתה או שעה לפניה? הסבירו.</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	דוגמאות לגרפים שבהם קצב השינוי אינו אחיד. 2. יש להכיר את משמעות של שיפוע ישר מתוך טבלת ערכים עם הפרשים שווים של המשתנה הבלתי תלוי ומתוך הגרף. 3. יש להדגיש את הקשר בין שיפוע ישר לבין קצב שינוי אחיד. 4. יש ללמוד את המשמעות של השיפוע של ישר (היחס שבין שינוי של y לבין שינוי של x) ויש לדעת כי בחירת נקודות למציאת השיפוע אינה	<u>דוגמאות</u> 1. הנתונים הבאים לקוחים מספר הוראות לבנייה תקנית ובטיחותית של גרמי מדרגות.   א. האם מדרגה שרוחבה 26 ס"מ וגובהה 18 ס"מ היא תקנית? ב. האם מדרגה שרוחבה 23 ס"מ וגובהה 19 ס"מ היא תקנית? ג. מה השיפוע של גרם מדרגות שנבנה על-פי גובה מרבי ורוחב מינימלי? ד. תנו דוגמה של גובה ורוחב של מדרגה תקנית עם שיפוע 0.5. ה. תנו דוגמה של גובה ורוחב של מדרגה שאינה תקנית עם שיפוע 0.5 

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td>משפיע על ערכו (כיוון שמתקבלת פרופורציה).

5. יש ללמוד שלישרים מקבילים בעלי שיפוע, יש אותו קצב שינוי, כלומר, אותו שיפוע.

6. יש לקשר בין סימן השיפוע לבין העלייה או הירידה של הישר המתאים (פונקציה ליניארית מתאימה)

7. השיפוע של ישר אופקי הוא אפס.
8. מומלץ לפתח יכולת לאמוד את גודלו של השיפוע מתוך התבוננות בגרף.</td><td>2.
אראל בודק מדי כמה ימים את מספר העוקבים בחשבון האינסטגרם שלו.
לאחרונה, החליט לרשום את מספר העוקבים היומי ולעקוב אחר קצב השינוי.
(אראל נוהג לבדוק בסוף יום)
לפניכם רישומיו של אראל :
יום 4: 18 עוקבים
יום 5: 25 עוקבים
יום 6: 32 עוקבים
יום 7: 39 עוקבים

א. סדרו בטבלת הערכים את התוצאות שקיבל אראל:
<table><tr><td>מספר היום</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>מספר העוקבים</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>
ב. מהו השינוי במספר העוקבים של אראל מהיום ה- 4 ליום ב- 5?
☐ תוספת עוקבים ליום

ג. מהו השינוי במספר העוקבים של אראל מהיום ה- 6 ליום ב- 7?
☐ תוספת עוקבים ליום

ד. בידקו את קצב השינוי במספר העוקבים של אראל בימים אחרים המופיעים בטבלה.
האם קצב השינוי במספר העוקבים של אראל הוא אחיד? ☐</td></tr>
</table>

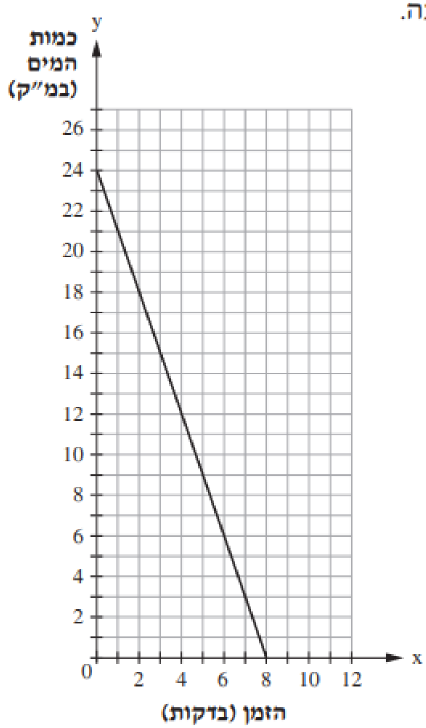
33

<table dir="rtl">
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td>
9. כאשר ערכו המוחלט של שיפוע הישר קטן מ- 1, קצב השינוי מתון. הזווית החדה שיוצר הישר עם ציר x קטנה מ- $45°$. כאשר ערכו המוחלט של שיפוע הישר גדול מ- 1, קצב השינוי תלול. הזווית החדה שיוצר הישר עם ציר x גדולה מ- $45°$. יש להדגים זאת בעזרת יישומונים דינמיים.

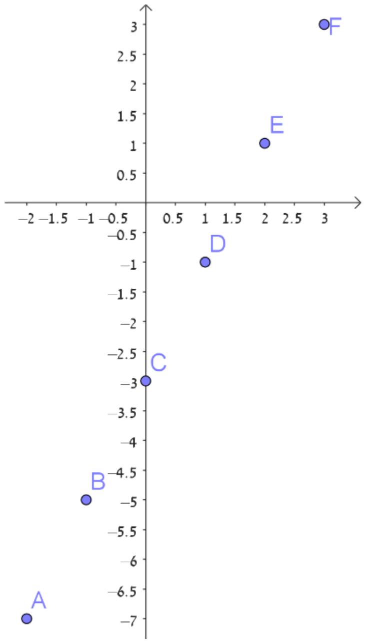
10. מציאת שיפוע ישר על פי שיעורי שתי נקודות שנמצאות על ישר.
</td><td>
3. הנקודות: $(-3,k)$, $(-1,4)$ נמצאות על ישר עולה.
רשמו ערך אפשרי שיכול להיות ערכו של k.

4. נתון ישר העובר דרך הנקודות ששיעוריהן: (2,5) (3,0) .
האם הישר מייצג פונקציה עולה, פונקציה יורדת או פונקציה קבועה?

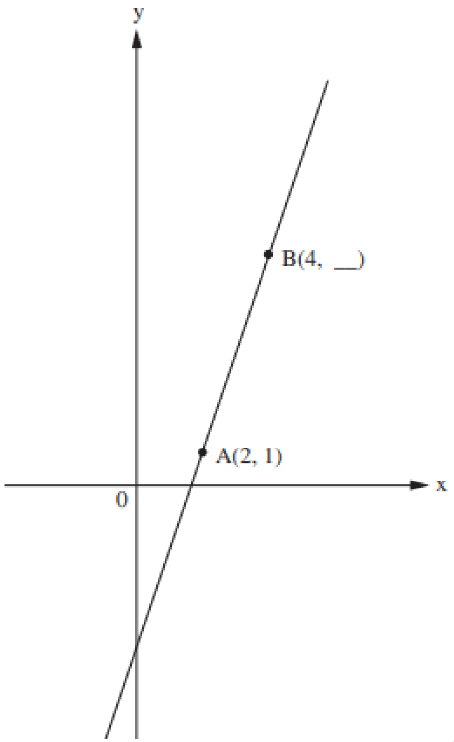
5. א. הַשלימו את הטבלה שלפניכם כך שתתאים לשיעורי הנקודות שנמצאות על אותו קו ישר.
<table dir="rtl">
<tr><th>x</th><td>–2</td><td>–1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><th>y</th><td></td><td></td><td>6</td><td>10</td><td></td></tr>
</table>
ב. מהו השיפוע של הישר המתאים לטבלה זו?
</td></tr>
</table>

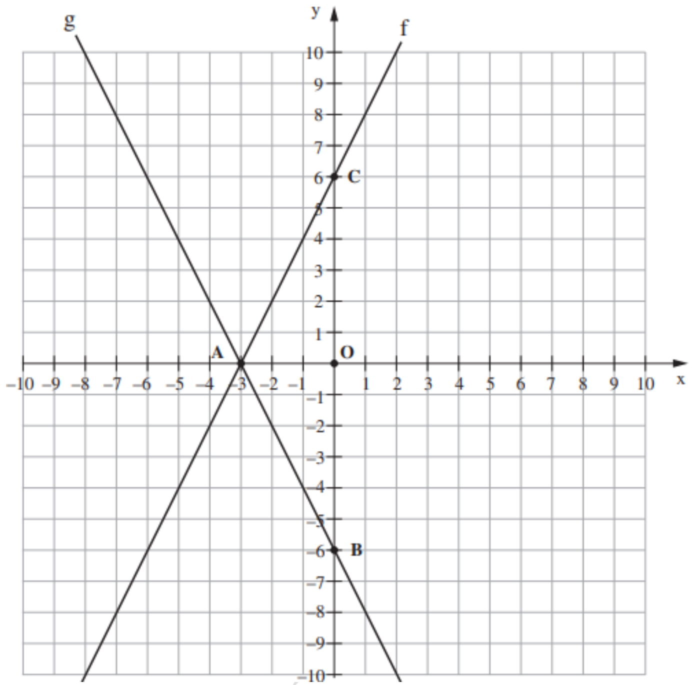
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	11. יש להיעזר בישומונים דינמיים להמחשה, להתנסות מוחשית ולמשימות חקר. 12. יושם דגש על שיפוע המתאר מצב מציאותי כגון מהירות, קצב עבודה ועוד.	6. האקווריום היה מלא במים עד הקצה. רוקנו את המים מהאקווריום. בגרף שלפניכם מתוארת כמות המים באקווריום מתחילת התהליך שבו רוקנו את המים ועד סופו. הַשלימו את המשפט שלפניכם: רוקנו את המים מהאקווריום בקצב של ________ מ"ק בדקה. 

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		7. נתון גרף של ישר (פונקציה ליניארית) : א. בנו טבלת ערכים חלקית הכוללת 5 נקודות המונחות על הישר. ב. מהו קצב שינוי (השיפוע) של הישר?

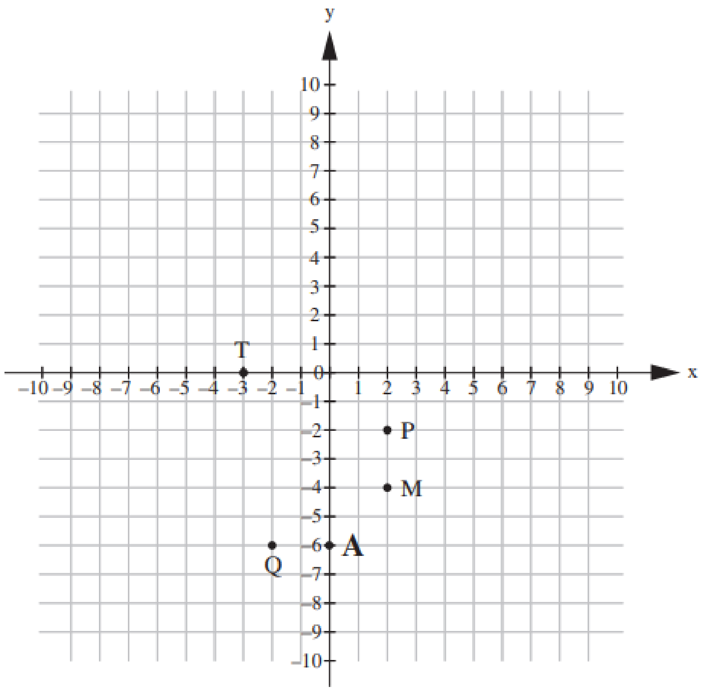
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		8. לפניכם מערכת צירים, ועליה 6 נקודות, שניתן להעביר דרכן ישר. א. מצאו את השיפוע שבין הנקודות A ו- B. ב. מצאו את השיפוע שבין הנקודות B ו- C. ג. מצאו את השיפוע שבין הנקודות C ו- F. ד. מצאו את השיפוע שבין הנקודות E ו- B. ה. האם תוכלו להכליל לגבי השיפוע בין כל שתי נקודות שעל הישר? 

37

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		9. בסרטוט שלפניכם הנקודות A ו־B נמצאות על ישר ששיפועו 3 . הַשלימו את השיעור החסר של הנקודה B. כִּתבו את דרך הפתרון. 

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		10. לפניכם מערכת צירים ובה מסורטטים הישרים f ו־g.  מהו השיפוע של כל אחד מהישרים?

קישוריות יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
11. על מערכת הצירים שלפניכם מסומנות נקודות. ישר מסוים עובר דרך הנקודה $A(0,-6)$ והשיפוע שלו הוא 2 . איזו נקודה מהנקודות שלפניכם נמצאת על הישר?		

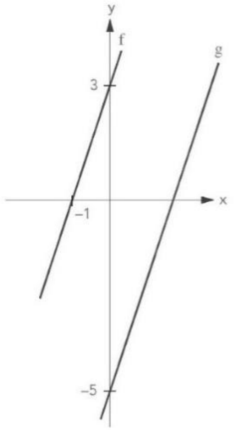


תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות

12. בסרטוט שלפניכם מסורטטים שני הישרים מקבילים שהם גרפים של שתי פונקציות ליניאריות f ו- g.

א. מהו השיפוע של הישר f?

ב. מהו השיפוע של הישר g ?

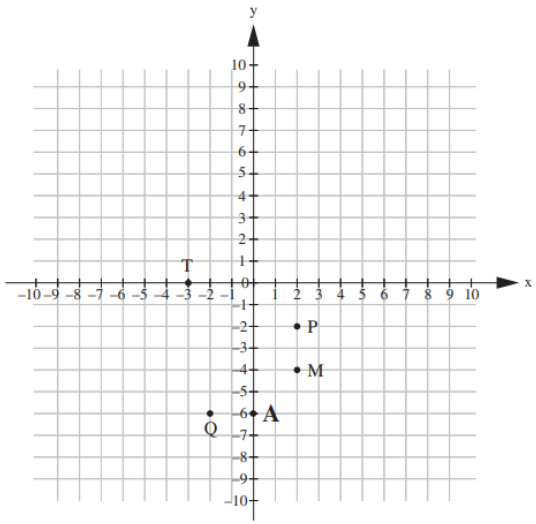


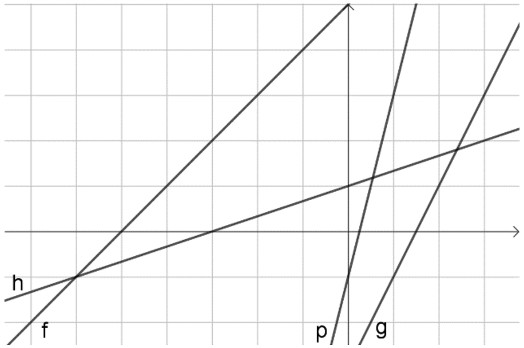
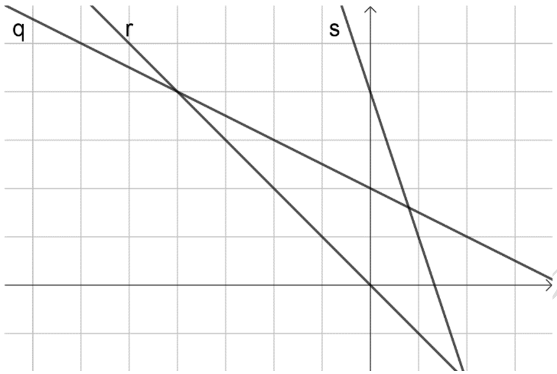
13. שלושה חברים רצו לחשב את שיפוע הישר העובר דרך שתי הנקודות: $(8,-4)$, $(7,5)$

לפניכם דרך החישוב של כל אחד מהילדים:

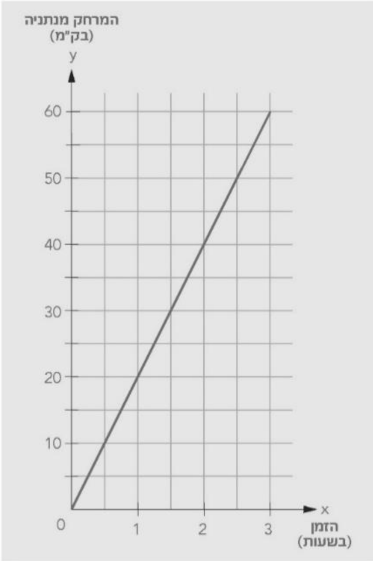
הדרך של אלון	הדרך של מיכל	הדרך של הילה
$m=\frac{5+4}{7-8}$	$m=\frac{7-8}{5-(-4)}$	$m=\frac{-4-5}{8-7}$

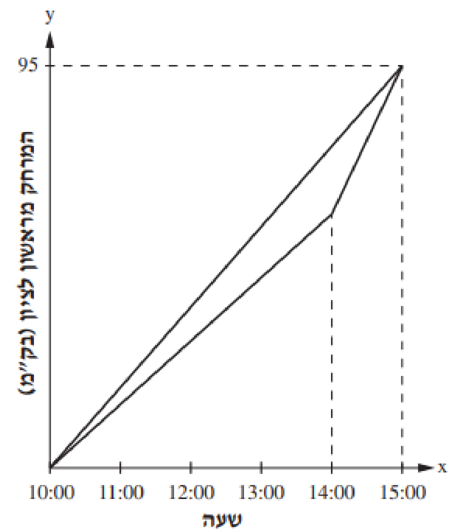
אחד הילדים **שגה** בדרך הפתרון. מי מבין שלושת הילדים שגה בדרך פתרון? הסבירו מדוע.

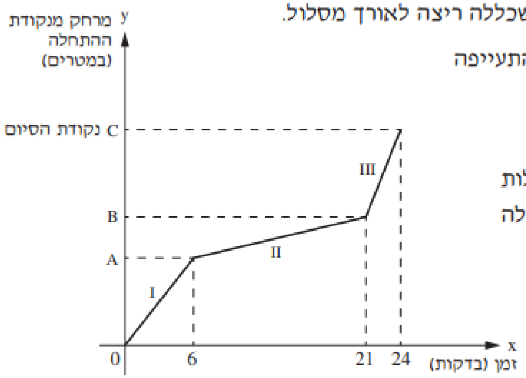
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		14. יובל סרטטה גרף של ישר עולה. הגרף עובר בנקודה (2,3) ובנקודה נוספת מהנקודות שלפניכם. סמנו את הנקודה הנוספת. (4,2) (1,3) (3,7) (0,5) 15. ישר עובר דרך נקודה A, ונקודה נוספת. א. אם הישר עולה, מה יכולות להיות הנקודות המסומנות שדרכן הוא עובר? ב. בחרו אחת הנקודות שסימנתם. מהו השיפוע שבין A לבין הנקודה הנוספת, והאם הוא חיובי או שלילי? ג. אם הישר יורד, מה יכולה להיות הנקודה המסומנת שדרכה הוא עובר? ד. מהו השיפוע שבין A לבין הנקודה הנוספת, והאם הוא חיובי או שלילי? ה. מהו השיפוע הישר שעובר דרך הנקודות Q ו- A ? 

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		16. בגרף שמשמאל מסורטטים 4 ישרים עולים: p , h , g , f ו. קבעו למי מהם שיפוע גדול מ- 1, ולמי שיפוע קטן מ- 1. ז. קבעו, במידת האפשר את הגודל של כל שיפוע.  17. בגרף שמשמאל מסורטטים 3 ישרים יורדים: s , r , q א. סדרו את השיפועים שלהם לפי סדר עולה. ב. קבעו, במידת האפשר את הגודל של כל שיפוע. 

43

קישוריות יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
18. בר יצא מנתניה לאימון רכיבה על אופניים. הגרף שלפניכם מתאר את הרכיבה של בר .  א. מה הייתה מהירות הרכיבה של בר בקמ״ש ? 1 ☐ 50 קמ״ש 2 ☐ 30 קמ״ש 3 ☐ 20 קמ״ש 4 ☐ 10 קמ״ש ב. נוגה יצאה מנתניה לאימון ריצה. היא רצה במהירות **הקטנה** ב- 50% ממהירות הרכיבה של בר. סַרטטו **במערכת הצירים שבסעיף א** את הגרף המתאר את הריצה של נוגה.		

קישוריות יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
.19 יצחק ושלומית רכבו על אופניים מראשון לציון. הם רכבו באותו מסלול. שלומית רכבה במהירות קבועה לאורך כל המסלול, ואילו יצחק רכב בחלק הראשון של המסלול במהירות מסוימת, ובחלק השני רכב במהירות אחרת. בגרפים שלפניכם מתוארים המרחקים מראשון לציון (בק"מ) שעברו הרוכבים בין השעות 10:00 ל- 15:00.  א. באיזו מהירות רכבה שלומית? ב. בין אלו שעות רכב יצחק במהירות גדולה יותר משלומית?		

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		.20 אפרת השתתפה בפעילות ספורטיבית שכללה ריצה לאורך מסלול. היא התחילה לרוץ, אך אחרי זמן מה התעייפה ועברה להליכה. לאחר מכן המשיכה שוב בריצה עד נקודת הסיום. הגרף שלפניכם מתאר את מהלך הפעילות הספורטיבית של אפרת מנקודת ההתחלה ועד נקודת הסיום.  **א.** המרחק שעברה אפרת בחלק I של הריצה היה **שווה** למרחק שעברה בחלק III של הריצה. באיזה מהחלקים שלפניכם הייתה מהירות הריצה של אפרת גדולה יותר? ☐1 חלק I ☐2 חלק III הסבירו את תשובתכם.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		ב. גלית השתתפה אף היא בפעילות הספורטיבית. היא יצאה לריצה באותו זמן שבו יצאה אפרת ורצה באותו מסלול. גלית רצה במהירות קבועה והגיעה לנקודת הסיום **לפני** אפרת. סַרטטו **במערכת הצירים שלמעלה** דוגמה לגרף המתאר את מהלך הריצה של גלית מנקודת ההתחלה ועד נקודת הסיום.

שאלה אוריינית

תדלק וסע

תדלק וסע

בתחנות דלק משלמים, לאחר השעה 8 בערב, תוספת קבועה עבור שירות לילה.
תחנות הדלק '**כנרת**' ו'**ירקון**' הן שתי תחנות קרובות, אבל לכן תעריפים שונים:

בתחנת הדלק '**ירקון**' הציגו את התעריפים באופן הבא:

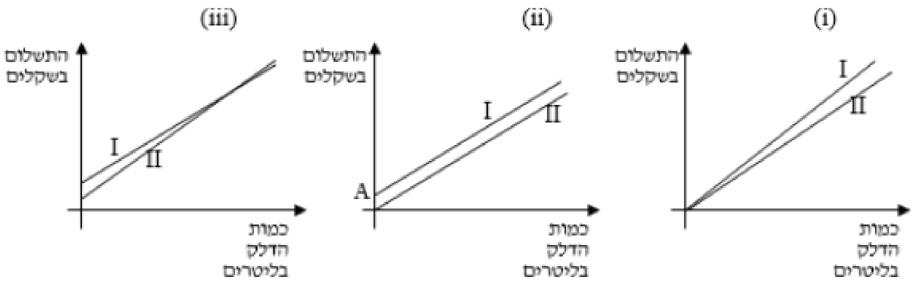
תשלום יום: $\boxed{\text{מספר ליטרים דלק}}$ · 5.00 **תשלום לילה**: 2.50 + $\boxed{\text{מספר ליטרים דלק}}$ · 5.00

בתחנת הדלק '**כנרת**' הציגו את התעריפים באופן הבא:

תשלום יום: $\boxed{\text{מספר ליטרים דלק}}$ · 4.80 **תשלום לילה**: 6.50 + $\boxed{\text{מספר ליטרים דלק}}$ · 4.80

שאלה 1. הסבירו מה מייצגים המספרים 4.80 ו- 6.50 המופיעים בתעריפים של תחנת הדלק '**כנרת**'.

שאלה 2. לפניכם שלוש סקיצות של זוגות גרפים. התאימו סקיצה לכל אחד מן התיאורים שבהמשך השאלה, ונמקו את ההתאמה.



א. מהי הסקיצה שהגרפים בה מתארים את תעריפי התשלום באחת התחנות, בשעות היום ובשעות הלילה? הסבירו מדוע בחרתם להתאים סקיצה זו לתיאור; הסבירו מדוע התחום של הגרפים כולל רק כמויות דלק הגדולות מאפס.

ב. מהי הסקיצה שהגרפים בה מתארים את תעריפי התשלום בשתי תחנות הדלק בשעות היום? הסבירו מדוע בחרתם להתאים סקיצה זו לתיאור; הסבירו מדוע התחום של הגרפים כולל רק כמויות דלק הגדולות מאפס.

ג. מהי הסקיצה שהגרפים בה מתארים את תעריפי התשלום בשתי תחנות הדלק בשעות הלילה? הסבירו מדוע בחרתם להתאים סקיצה זו לתיאור; הסבירו מדוע התחום של הגרפים כולל רק כמויות דלק הגדולות מאפס.

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr>
<td>ייצוג אלגברי של פונקציה ליניארית

משוואת הישר

התאמת ישר למשוואתו והתאמת משוואה לישר</td>
<td>חשיבה כמותית ולוגית.

חשיבה ביקורתית

מעבר בין ייצוגים שונים

הכללה והפשטה

הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי

אוריינות מתמטית

קריאה והבנה של מלל קצר ופשוט

קריאת גרף וסרטוט גרף

ביצוע ויישום

הנמקה והצדקה</td>
<td><u>דוגמאות</u>

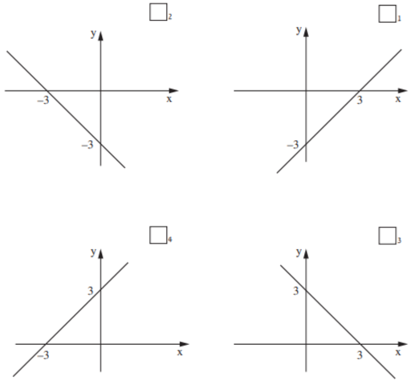
1. לפניכם טבלת ערכים של פונקציה:
<table>
<tr><td>7</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>x</td></tr>
<tr><td>22</td><td>19</td><td>16</td><td>13</td><td>10</td><td>7</td><td>4</td><td>y</td></tr>
</table>

א. סרטטו את הנקודות על מערכת צירים ובידקו האם ניתן להעביר דרכן ישר.
ב. האם טבלה זו מתארת קצב שינוי קבוע של פונקציה? נמקו את תשובתכם
ג. מהו קצב השינוי?
ד. מהם ערכי ה- y של הנקודות על הישר כאשר x=12 או כאשר x=-2?

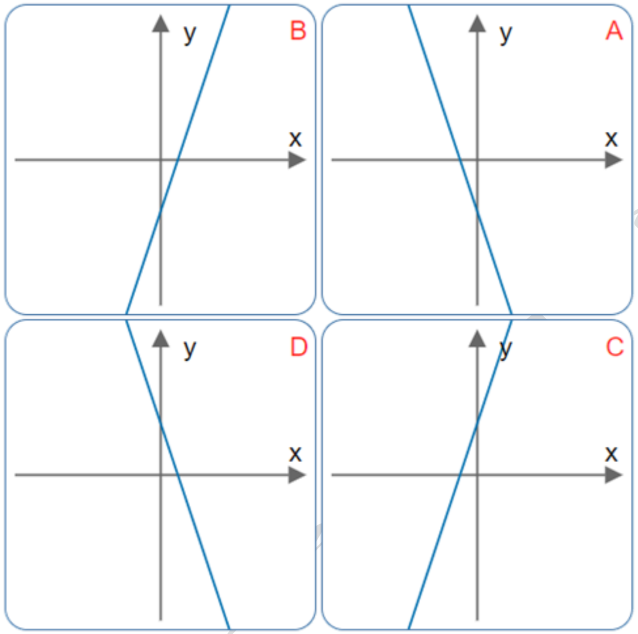
2. נתונה המשוואה: y=2x-4 .
א. בנו טבלת ערכים חלקית שבה 5 נקודות .
ב. סרטטו את הגרף של הישר המתאים.
ג. מהו קצב השינוי (השיפוע) של הישר ?
ד. מהו ערך ה- y של הנקודה על הישר כאשר x=0 ?
ה. בעבור איזה ערך של x ערך ה- y הוא אפס?</td>
</tr>
</table>

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	בפרק זה נעשית האחדה בין שלושה היבטים של ישר: - קצב השינוי הוא אחיד, - הגרף שלה הוא קו ישר, - הייצוג האלגברי שלו הוא מהצורה: y = mx + b. דגשים: 1. יש לפתוח בדוגמאות שבהן קצב השינוי אחיד (טבלאות ערכים וגרפים) וללמוד שכל גרף שבו קצב השינוי הוא אחיד ניתן לייצוג באמצעות משוואה מהצורה y = mx + b.	3. נתונה משוואת הישר $y = 4x - 10$ א. מבין שתי הנקודות הבאות, סמנו את הנקודה הנמצאת על גרף הישר: $(11,35)$ $(15,50)$. נמקו את בחירתכם. ב. רשמו שיעורי נקודה נוספת הנמצאת על גרף הישר. 4. נתונה משוואת הישר $y - 3x = -9$ א. על גרף הישר נתונה נקודה ששיעור x שלה הוא 4. חשבו את שיעור y של הנקודה. ב. האם הנקודה $(4,4)$ נמצאת על גרף הפונקציה? הסבירו. 5. נתונה משוואת הישר $y = 1 - 3x$ א. השלימו את שיעורי הנקודות הבאות הנמצאות על גרף הישר: $(0,\ \ )$ $(\ \ ,-5)$ $(5,\ \ )$ ב. רשמו שיעורי נקודה שאינה נמצאת על הישר.

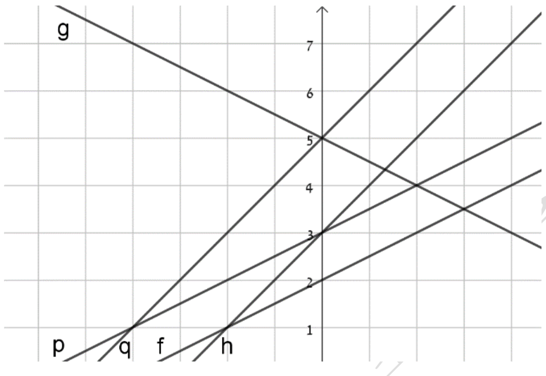
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	2. יש לזהות את ערכו של שיפוע ישר כמקדם של x במשוואה הנ"ל. יש לקשר בין המקדם החופשי במשוואה (b) לבין נקודת החיתוך של הישר עם הציר האנכי בייצוג הגרפי. 3. יש להתאים ייצוג אלגברי של הפונקציה הליניארית לנתונים המופיעים בטבלה, ולסרטט את הגרף שלה. 4. יש לזהות שיעורי נקודות המונחות על ישר על סמך משוואת הישר. 5. יש להתאים ישר במערכת הצירים למשוואתו בעזרת	6. שלוש הנקודות הבאות נמצאות על ישר אחד: $(0,-3)$ $(2,-5)$ $(-4,1)$ סמנו את הישר שעליו נמצאות שלוש הנקודות: $y = 2x - 9$ $y = -3 + x$ $y = -x - 3$ $y = -2x - 7$ 7. נתונה משוואת הישר y=2x-4 . א. מהו ערך ה-y כאשר x=0 ? ב. מהו ערך ה- x כאשר y=0? ג. סמנו על מערכת צירים את שתי נקודות החיתוך של הישר עם הצירים. ד. סרטטו את הישר המתאים. 8. נתונה משוואת הישר y=x-3. מהן נקודות החיתוך של הישר עם הצירים? התאימו את הגרף המתאר את הישר המתאים.

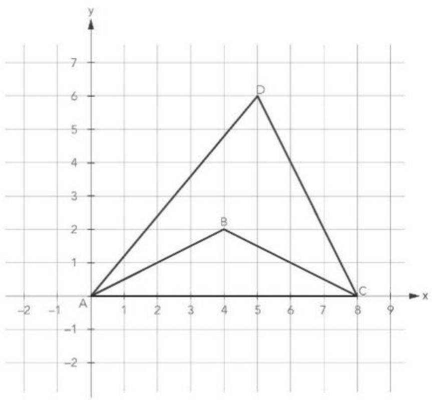
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	נקודות החיתוך שלו עם הצירים (כאשר יש כאלה). 6. יש להתאים ישר נתון במערכת הצירים למשוואתו בהסתמך על שני המאפיינים של משוואת הישר: המקדם של x הוא שיפוע הישר. האיבר החופשי, מציין את ערך ה- y של נקודת החיתוך עם הציר האנכי. 7. סרטוט ישר על סמך משוואתו, בהסתמך על שני המאפיינים של משוואת הישר: המקדם של x הוא שיפוע הישר, והאיבר החופשי, מציין את ערך ה- y של נקודת החיתוך עם הציר האנכי.	

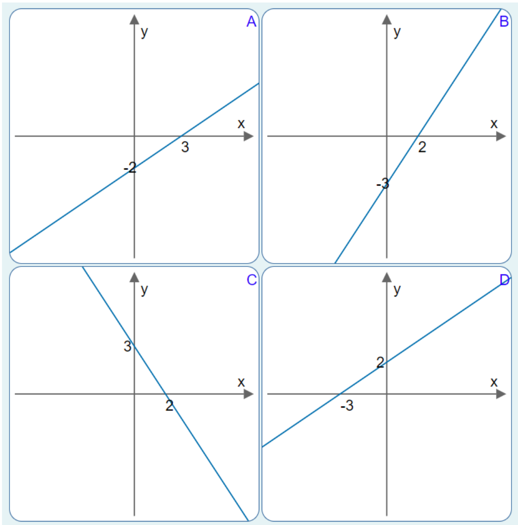
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	8. מציאת משוואת ישר על סמך שיפוע הישר, ונקודה שעליו. 9. מציאת משוואת ישר על סמך שתי נקודות שבהן הוא עובר. 10. יש לקשר את האקסיומה שבין שתי נקודות עובר קו ישר אחד, לכך שמתקבלת משוואה יחידה של ישר בין שתי הנקודות. 11. לישר עם שיפוע שאיננו אפס יש תחום חיוביות ותחום שליליות. יש לזהות אותם בעזרת מציאת נקודת חיתוך	9. לפניכם 4 משוואות של ישרים: $y = 4x$ $y = -4$ $y = x - 4$ $y = -4x + 1$ לפניכם רשימה של תכונות. רשמו לצד כל תכונה את המשוואה המתאימה לישר המתואר. א. ישר עולה החותך את ציר y בחלקו השלילי __________ ב. ישר העובר בראשית הצירים __________ ג. שיפוע הישר הוא 0 __________ ד. ישר יורד __________

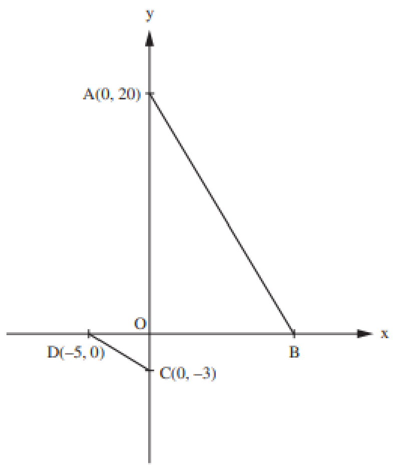
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	הישר עם ציר x (נקודות אפס) והתבוננות בגרף.	10. לפניכם ארבעה גרפים של פונקציות ליניאריות וארבע משוואות. התאימו לכל משוואה את הגרף המתאים. $y = -3x + 4$,$y = 3x - 4$,$y = -3x - 4$, $y = 3x + 4$ 

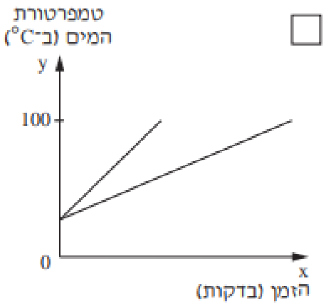
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		11. נתונה משוואת הישר $y=-2x+6$. א. מהי נקודת החיתוך של הישר עם הציר האנכי? ב. האם הישר עולה או יורד? מהו השיפוע של הישר? ג. סמנו, על סמך נקודת החיתוך של הישר עם הציר האנכי, ועל סמך השיפוע שתי נקודות נוספות שנמצאות על הישר, מימין ומשמאל לציר האנכי. ד. סרטטו את הישר המתאים. מהי נקודת החיתוך שלו עם הציר האופקי? 12. לפניכם משוואות של 4 ישרים ☐1 $y = 5x$ ☐2 $y = 2x-7$ ☐3 $y = -3x+8$ ☐4 $y = -4$ א. סמנו את המשוואה שהישר המתאים לה יורד. ב. סמנו את המשוואה שהישר המתאים לה אינו יורד ואינו עולה. ג. סמנו את המשוואה שהישר המתאים לה עולה. ד. סמנו את המשוואה שהישר המתאים לה אינו חותך את ציר ה-x.

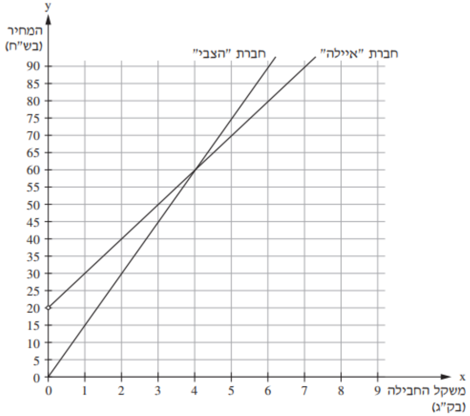
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		13. נתונה המשוואה: y=-0.5x-2 א. סרטטו את הישר. ב. מהן נקודות החיתוך של הישר עם הצירים? ג. מצאו את ההפרש בין שיעורי ה- y של נקודות החיתוך עם הצירים, מצאו את ההפרש בין שיעורי ה- x של נקודות החיתוך עם הצירים, ומצאו את היחס ביניהם. מה הקשר בין המספר שקיבלתם למשוואת הישר? 14. לפניכם 5 משוואות של ישרים. התאימו לכל משוואה את אחד הישרים שמשמאל: רשמו ליד כל משוואה את האות של הישר המתאים. $y = 0.5x + 2$ $y = -0.5x + 5$ $y = x + 3$ $y = 0.5x + 3$ $y = x + 5$ 

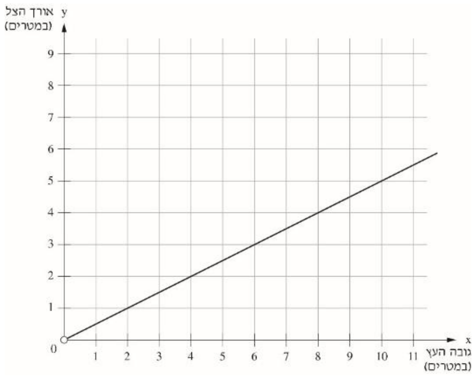
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		15. במערכת הצירים שלפניכם מסורטטים המשולשים ADC ו-ABC.  א. נתונה משוואת הישר $y=-\frac{1}{2}x+4$. איזו צלע נמצאת על גרף הישר שמשוואתו נתונה ? ב. מה משוואת הישר עליו נמצאת הצלע AC? 16. לפניכם ארבע משוואות של ארבעה ישרים: $y=-2x+4$ $y+2x=-5$ $y=2x+3$ $y=-6-2x$ רק שלושה מבין ארבעת הישרים מקבילים.

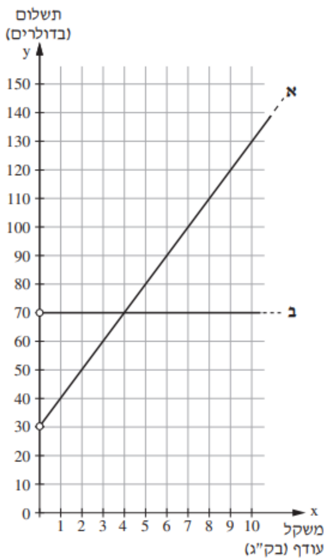
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		א. סמנו את המשוואה שהישר שלה אינו מקביל לשלושת הישרים האחרים. ב. השלימו מספרים אפשריים למשוואת הישר $y = \_\_\_\_\_\_ x + \_\_\_\_\_\_$, כך שיהיה מקביל למשוואה שסימנתם בסעיף הקודם. 17. לפניכם ארבעה שרטוטים של ישרים. עבור כל ישר, רשמו מהם ערכי ה- x, שעבורם שיפוע הישר הוא גדול ביותר ושיפוע הישר הקטן בניותר ? 

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		18. לפניכם שני קטעים המסורטטים על מערכת צירים, היוצרים עם הצירים שני משולשים ישרי זווית. אורכי הניצבים בשני המשולשים יוצרים את הפרופורציה הבאה: $\frac{OB}{OA}=\frac{OC}{OD}$.  א. מצאו את שיעורי הנקודה B. ב. קבעו לגבי כל קטע AB ו- CD, האם הישר המונח עליו הוא ישר עולה או יורד. ג. קבעו (ללא חישוב) לאיזה ישר מבין שני הישרים הללו יש שיפוע גדול יותר ולאיזה ישר שיפוע קטן יותר. בדקו את תשובתכם בעזרת חישובי שיפועי הישרים.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		<u>שאלות אורייניות שונות</u> 1. בשיעור מדעים חיממו בשני סירים **כמות שווה** של מים עד לרתיחתם. הטמפרטורה ההתחלתית של המים בכל אחד מהסירים הייתה $25°C$. המים שבסיר **א'** התחממו בקצב קבוע של $10°C$ בדקה. המים שבסיר **ב'** התחממו בקצב קבוע של $16°C$ בדקה. ☐ בסרטוט מוצג הגרף המתאר את טמפרטורת המים (ב- ^{O}C) בכל אחד מהסירים, בהתאם לזמן חימום המים (בדקות) עד לרתיחתם. כתבו משוואה המתארת את טמפרטורת המים (ב- ^{O}C) בסיר א' בהתאם לזמן חימום המים (בדקות) עד לרתיחתם. 

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		2. הגרפים שלפניכם מתארים את המחירים בש"ח (y) בהתאם למשקל חבילה בק"ג (x) בכל אחת מחברות המשלוחים.  סמנו את המשוואה המתארת את המחיר בש"ח (y) בהתאם למשקל החבילה בק"ג (x) בחברת "הצבי". ☐1 $y = x$ ☐2 $y = 3x$ ☐3 $y = 10x$ ☐4 $y = 15x$ גם חברת "יונה" גובה תשלום התחלתי ותשלום בעבור משקל החבילה בק"ג. אלעד בדק מחירים גם בחברת "יונה" ומצא שלא משנה מה יהיה משקל החבילה, המחיר שישלם לחברת "יונה" יהיה **גבוה** יותר מהמחיר שישלם לכל אחת משתי החברות האחרות. כתבו דוגמה למשוואת ישר המתארת את המחיר בש"ח (y) בהתאם למשקל החבילה בק"ג (x) בחברת "יונה".

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		3. הגרף שלפניכם מתאר את הקשר בין גובה של עצים ובין אורך הצל בשעה 11:00 בבוקר.  **א.** מהו אורך הצל של עץ שגובהו 10 מטרים? **ב.** מהי משוואת הישר המתאר את אורך הצל במטרים (y) כפונקציה של גובה העץ במטרים (x)? ☐1 y = 1.5x ☐2 y = 0.5x ☐3 y = x – 0.5 ☐4 y = x – 1.5

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		.4 חברות תעופה גובות תוספת תשלום על משקל עודף של מזוודות. במערכת הצירים שלפניכם שני הגרפים מתארים את התשלום בדולרים (y) כפונקציה של המשקל העודף בק"ג (x). **גרף א** מייצג את חברת התעופה **"שחק"**. **גרף ב** מייצג את חברת התעופה **"מרום"**.  **א.** השלימו את משוואת הישר (הייצוג האלגברי) של כל אחד מהישרים המוצגים במערכת הצירים. תשובה: 1. חברת "שחק": $(x > 0)$ $y =$ _________ 2. חברת "מרום": $(x > 0)$ $y =$ _________ **ב.** אלעד טס באחת מחברות התעופה האלה ולקח אִתו מזוודה שהמשקל העודף שלה היה 12 ק"ג. ביום הטיסה כל דולר היה שווה 4 ש"ח. כמה ש"ח חסך אלעד על המזוודה אם הוא טס בחברת התעופה שבה המחיר על המזוודה היה נמוך יותר? כִּתבו את דרך הפתרון.

שאלות סיכום:

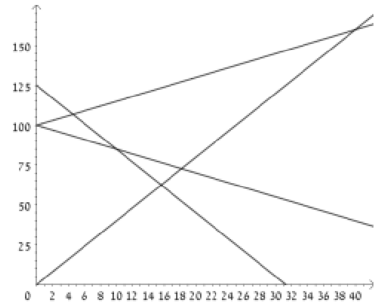
1. צח כשלג

צח כשלג

בשכונת הגפן נפתחה מכבסה חדשה בשם: ***"צח כשלג"***.

בעל המכבסה חישב ומצא כי הוצאותיו הקבועות ליום הן 100 ש"ח, וההוצאות עבור כל קילוגרם של כביסה הן 1.5 ש"ח.

עם פתיחת המכבסה החדשה, וכדי למשוך לקוחות, קבע בעל המכבסה מחירים זולים מאוד. הוא קבע כי עבור כל קילוגרם כביסה ישלם הלקוח 4 ש"ח.



שאלה 1. מבין 4 הגרפים שלמעלה,
אחד הגרפים מתאר את הוצאות המכבסה, ואחד הגרפים מתאר את הכנסותיה.
קבעו איזה גרף מתאים לכל תיאור.

שאלה 2. כמה קילוגרמים של כביסה, לפחות, צריך בעל המכבסה לקבל מדי יום כדי שלא יפסיד?

שאלה 3. א. מה יהיה הרווח היומי של בעל המכבסה, אם יביאו לו 60 ק"ג כביסה ביום?

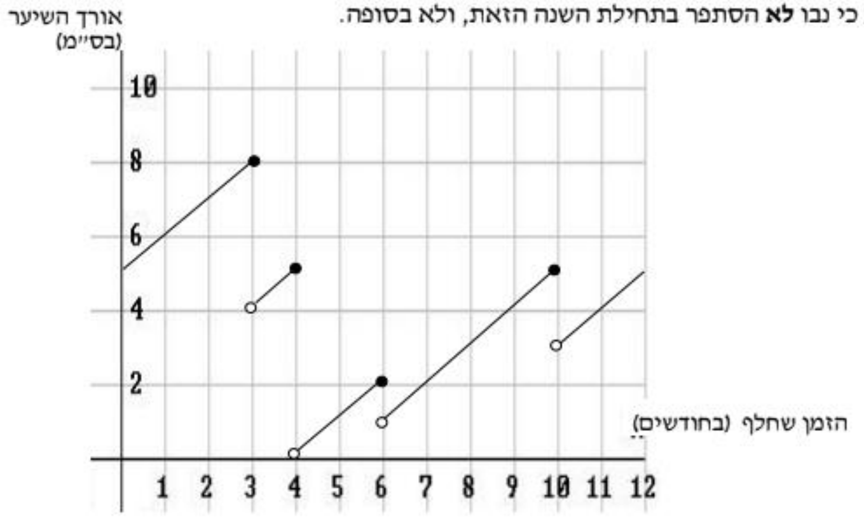
ב. כמה ק"ג של כביסה צריך בעל המכבסה לקבל ביום, כדי להרוויח 100 ש"ח?

2. [נבו מסתפר]

נבו מסתפר

לפניכם גרף המתאר את אורך השיער של נבו במהלך שנת 2004.

ידוע כי נבו **לא** הסתפר בתחילת השנה הזאת, ולא בסופה.



שאלה 1. כמה פעמים הסתפר נבו במשך השנה? (סמנו את התשובה הנכונה)

א. פעם אחת ב. ארבע פעמים. ג. חמש פעמים. ד. אי אפשר לדעת.

שאלה 2. מהו משך הזמן הארוך ביותר בשנה זו שבו נבו לא הסתפר?

שאלה 3. מהו אורך השיער המקסימלי אליו הגיע נבו? (סמנו את התשובה הנכונה)

א. 4 ס"מ ב. 5 ס"מ ג. 8 ס"מ ד. 10 ס"מ

שאלה 4. הסבירו כיצד כל הקטעים שבגרף מקבילים?

שאלה 5. באיזה קצב גדל השיער של נבו? (שימו לב ליחידות)

שאלה 6. מהי משוואת הישר שעליו מונח הקטע המתאר את אורך השיער של נבו בין 4 ל- 6 חודשים?

65

3. שחיינים

שחיינים

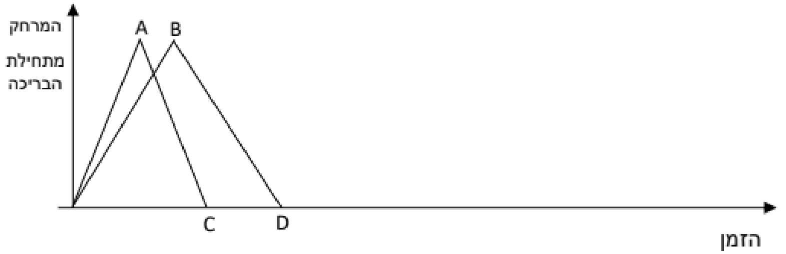
שני שחיינים שוחים בבריכה שאורכה 30 מ'.

השחיינים שוחים מקצה אחד של הבריכה אל הקצה השני ובחזרה, שלוש פעמים.

אבי שוחה במהירות של 1.5 מ' לשנייה, ובן שוחה במהירות של 1 מ' לשנייה.

אבי ובן החלו לשחות בו זמנית.

לפניכם גרף המתאים לזמן השחייה של כל שחיין את מרחקו מתחילת הבריכה,
במהלך שחייה של פעם אחת מקצה הבריכה אל הקצה השני ובחזרה.



שאלה 1. א. מהם שיעורי הנקודות A, B, C ו- D?

ב. מה משמעות הנקודה A בסיפור?

ג. מה משמעות הנקודה D בסיפור?

שאלה 2. במשך כמה זמן מסיים אבי את שחייתו (שלוש פעמים הלוך ושוב)?

א. 20 שניות ב. 40 שניות ג. 1 דקה ד. 2 דקות

שאלה 3. במשך כמה זמן מסיים בן את שחייתו (שלוש פעמים הלוך ושוב)? הסבירו.

שאלה 4. העתיקו את הסקיצה למחברותיכם, והשלימו את הגרף כך שיתאר את מהלך השחייה כולה.

שאלה 5. רשמו 'נכון' או 'לא נכון', ונמקו.

א. מהירות השחייה של אבי גדולה פי 1.5 ממהירות השחייה של בן.

ב. זמן השחייה של אבי גדול פי 1.5 מזמן השחייה של בן.

ג. במהלך השחייה נפגשו אבי ובן לפחות פעם אחת.

ד. כאשר אבי סיים לשחות, הספיק בן לסיים "שתי בריכות" הלוך ושוב.

שאלה 6. מה היה המרחק של בן משפת הבריכה 40 שניות לאחר שהחל לשחות?

א. 10 מ' ב. 20 מ' ג. 30 מ' ד. 40 מ'

שאלה 7. x מייצג את הזמן שחלף מאז החל אבי לשחות.

סמנו את כל הביטויים המתאימים לציון המרחק של אבי משפת הבריכה, במהלך השחייה חזרה בסיבוב הראשון שלו.

א. $1.5x$ ב. $30 - 1.5x$ ג. $30 - 1.5(x - 20)$ ד. $60 - 1.5x$

שאלה 8. כמה שניות חלפו מאז החלו השחיינים לשחות ועד לפגישתם בפעם הראשונה?

שאלה 9. כמה פעמים חלפו השחיינים זה על פני זה במהלך שחייתם?

כמה פגישות נוספות התקיימו?

4. בעיה: המירוץ לכושר – בחירת מסלול אימונים💪♂🏃

לקראת עונת המרוצים, איתי החליט להצטרף למכון כושר כדי לשפר את הכושר הגופני שלו. בחיפושיו הוא מצא שני מסלולי תשלום שונים במכון "אקסטרים-פיט":

1. **מסלול "המתמיד"-** משלמים דמי חבר קבועים בכל חודש, ובנוסף תשלום קטן עבור כל אימון שמבצעים בפועל.
2. **מסלול "הגמיש"-** לא משלמים דמי חבר חודשיים, אך המחיר עבור כל אימון בודד הוא גבוה יותר.

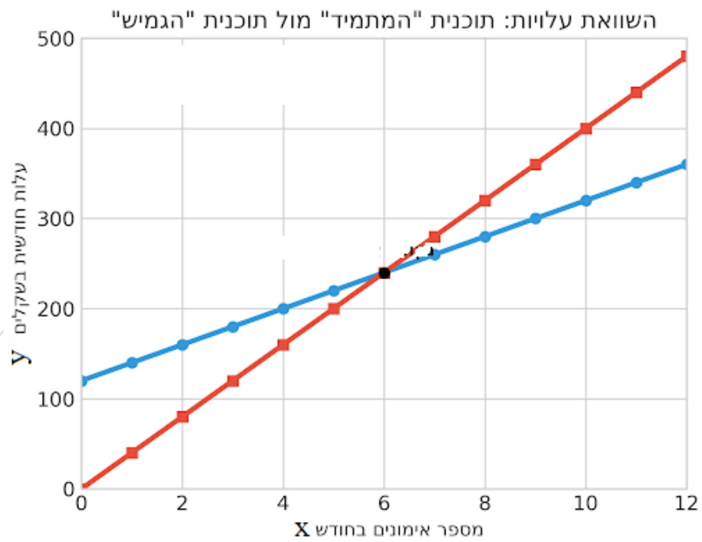
הגדרות ומושגים קונטקסטואליים:

- **דמי חבר** - סכום קבוע שמשולם למכון ללא קשר למספר האימונים. במתמטיקה, זהו "הערך ההתחלתי"
- **עלות לאימון** - המחיר שנוסף עבור כל יחידת פעילות.

א. אם נסמן ב- x את מספר האימונים של איתי, איזה ביטוי יתאר את העלות החודשית של חדר הכושר:

- **במסלול המתמיד**
- **במסלול הגמיש.**

ב. איזה מבין הגרפים הבאים מתאר מסלול מתמיד ואיזה מההגרפים מתאר את המסלול הגמיש?



ג. אם איתי החליט לא להתאמן בכלל בחודש מסוים, כמה הוא ישלם אם הוא רשום למסלול "הגמיש?"

א. 0 ש"ח

ב. 40 ש"ח

ג. 120 ש"ח

ד. 160 ש"ח

ד. באיזה מספר אימונים חודשי העלות בשני המסלולים תהיה זהה בדיוק?

ה. **אם** איתי מתכנן להתאמן פעמיים בשבוע (סה"כ 8 אימונים בחודש). איזו תוכנית זולה יותר עבורו ובכמה? הציגו את דרך הפתרון.

ו. המאמן במכון טוען: "תוכנית 'המתמיד' היא תמיד המשתלמת ביותר למי שבאמת רוצה להיכנס לכושר."

- האם הטענה של המאמן נכונה מבחינה מתמטית עבור כל מתאמן?
- הסבירו את תשובתכם תוך התייחסות למשמעות ה**שיפוע** ו**נקודת החיתוך** של שתי הפונקציות. בתשובתכם, הגדירו מתי (עבור איזה טווח אימונים) טענת המאמן הופכת לנכונה.

5. קבלני גינון

שאלה 1. כתבו לצד כל גרף את שם הקבלן המתאים.

שאלה 2. מהו שטח הגינה עבורו גובים הקבלנים אורי וגדליה מחיר זהה?
מהו המחיר במקרה זה?

שאלה 3. למשפחת ישראלי גינה ששטחה 100 מ״ר. גברת ישראלי רצתה להזמין את הקבלן שהצעת היקרה ביותר, כי - לטענתה - הוא גם הטוב ביותר. מר ישראלי עמד על כך שיזמינו את הקבלן הזול ביותר, כי ממילא בכוונתם לעבור דירה בקרוב. לבסוף נעתרה גברת ישראלי לבקשת בעלה. כמה כסף חסכה משפחת ישראלי בהחלטה זו? הסבירו.

שאלה 4. למשפחת מזרחי יש שטח אדמה גדול, אולם התקציב שלהם לסידור גינה עומד על 1500 ש״ח. איזה קבלן יוכל לסדר להם גינה בשטח הגדול ביותר במסגרת תקציב זה? מה גודלו של שטח זה? הסבירו.

שאלה 5. גברת ירדני החליטה להיענות להצעה הזולה ביותר בעבורה, ולכן היא הזמינה את הקבלן גדליה לסדר לה את הגינה. מה תוכלו לומר על שטח הגינה של גברת ירדני?

שאלה 6. האם יש שטח גינה עבורו יגבו שלושת הקבלנים מחיר זהה? הסבירו.

קבלני גינון

שלושה קבלני גינון פירסמו בעיתון השכונתי הצעות מחיר לסידור גינה:

הצעתו של הקבלן ברוך:

700 ש״ח לייעוץ + 10 ש״ח לכל מ״ר גינה.

הצעתו של הקבלן גדליה:

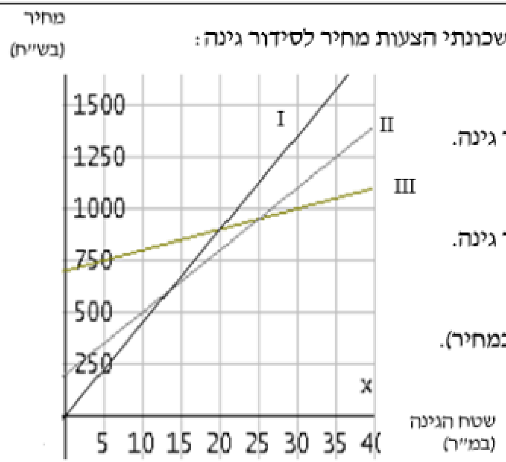
200 ש״ח לייעוץ + 30 ש״ח לכל מ״ר גינה.

הצעתו של הקבלן אורי:

45 ש״ח לכל מ״ר גינה (הייעוץ כלול במחיר).

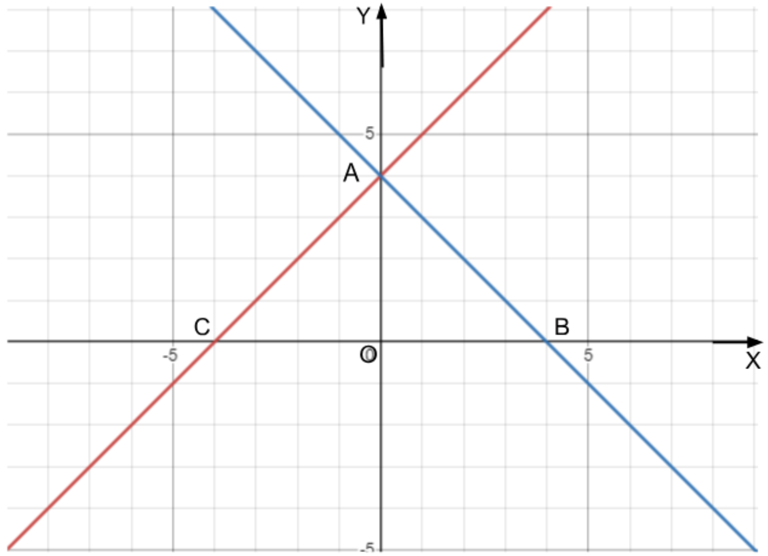
לפניכם שלושה גרפים

המתארים את ההצעות:



6. <u>שאלה מקשרת בין אלגברה של קו ישר וגאומטריה</u>

נתונים הישרים: $y=x+4$ ו- $y=-x+4$ במערכת צירים.



א. התאימו ישר לגרף מתאים וחשבו את שיעורי הנקודות . A,B,C

ב. האם המשולשים AOB ו-AOC חופפים? נמקו.

ג. הסבירו מדוע משולש ABC הוא משולש שווה שוקיים וציינו שני משולשים שווה שוקיים נוספים בשרטוט.

ד. חשבו את שטח המשולש ABC.

ה. מצאו את משוואת הישר העובר דרך נקודה B ומקביל לישר AC. שרטטו ישר זה במערכת הצירים הנתונה וסמנו את נקודת החיתוך עם ציר ה- Y באות D.

ו. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודה C ומקביל לישר AB . שרטטו ישר זה במערכת הצירים הנתונה.

ז. מה תוכלו לומר על צלעות המרובע שהתקבל?

ח. האם המשולשים ABC ו- DBC חופפים? נמקו.

ט. האם קיימים משולשים חופפים נוספים בשרטוט שהתקבל? אם כן, ציינו שמותיהם.

י. אורך הקטע AC הוא 28. יוסי טוען שהיקף המרובע ABCD הוא 88.

האם יוסי צודק?

יא. כתבו לפחות 3 תכונות של המרובע ABCD. התייחסו בתשובתכם לצלעות, לאלכסונים ולזוויות.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
פתרון משוואות הכוללות הגדלה או הקטנה באחוזים.	**חשיבה כמותית ולוגית.** **פתרון בעיות רב שלביות ופתרון בעיות מורכבות** **חשיבה ביקורתית** **ביצוע ויישום** **הנמקה והצדקה** **הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי** **אוריינות מתמטית** **קריאת גרף וסרטוט גרף** **שימוש באחוזים** **שימוש במחשבון.** דגשים:	**דוגמאות** 1. נתון ריבוע. אם נגדיל שתי צלעות נגדיות שלו ב 15% נקבל מלבן שהיקפו גדול ב 6 - ס"מ מהיקף הריבוע. מה אורך צלע הריבוע? מה שטח הריבוע ? מה שטח המלבן המוגדל? 2. היקף מלבן הוא 100 ס"מ. צלע אחת במלבן היא 20% מהיקפו. בכמה ס"מ יש לקצר את הצלע כדי שאורכה יהיה 10% מההיקף המקוצר? 3. בשני אולמות קולנוע יש בסך הכל 240 צופים. אם 20% מהצופים באולם א 'יעברו לאולם ב' יהיה מספר הצופים בשני האולמות שווה. כמה צופים יש בכל אולם?

	1. נושא זה מהווה יישום של הנלמד בתחום המספרי. יש ללמד נושא זה רק לאחר חשיפתו במסגרת התחום המספרי. 2. הגדלה או הקטנה תהיינה מבוססות על הבנת המשתמע מתיאור הבעיה. 3. יש לפתח תובנה חשבונית ואלגברית לשימוש באחוזים באמצעות הדגשת היסוד הכפלי של הגדלה או הקטנה באחוזים. 4. יושם דגש על בקרה עצמית ורפלקציה לגבי האפשרויות של התשובה הסופית ולגבי הדרך.	4. מהכסף שהיה לי בארנק הוצאתי 17% על ספרים ו - 18% על ארוחה. הוצאתי על הארוחה 5 שקלים יותר מאשר על הספרים. כמה כסף היה לי בארנק? 5. אלון קנה חולצה ומכנסיים. מחיר החולצה היה נמוך ב- 30% ממחיר המכנסיים. x מייצג את מחיר המכנסיים בש"ח. א. כתבו ביטוי אלגברי המיצג את מחיר החולצה בש"ח. ב. אלון שילם 204 ש"ח על החולצה והמכנסיים יחד. מהו מחיר המכנסיים? 6. [ממגורה] 7. כרטיס לסרט בקולנוע אוריון עולה 35 ₪. א. מחיר הכרטיס עלה ל - 37.80 ₪. פי כמה הוא המחיר החדש של כרטיס הקולנוע לעומת המחיר הקודם? בכמה אחוזים התייקר כרטיס הקולנוע? ב. כעבור שנה, הורידו את מחיר הכרטיס בחזרה ל - 35 שקלים. פי כמה הוא המחיר האחרון של כרטיס הקולנוע לעומת המחיר לאחר ההעלאה? בכמה אחוזים הוזל הכרטיס? ג. בבתי קולנוע אחרים יש מגוון מחירים של כרטיס קולנוע, אולם בכולם שיעור ההתייקרות היה זהה לשיעור ההתייקרות בקולנוע

		אוריון. כתבו ביטוי אלגברי למחיר לאחר ההתייקרות אם המחיר המקורי היה x.

משימה מסכמת לדיון כיתתי:

1. דן קנה 2 ק"ג תפוחים ו- 1.5 ק"ג אגסים.

מחיר ק"ג תפוחים גדול ב-25% מק"ג אגסים.

בסך הכל דן שילם על הפירות 32 ₪.

מה המחיר לק"ג תפוחים? מה המחיר לק"ג אגסים?

הילה כתבה:	**צופיה כתבה:**
מחיר ק"ג אגסים = x	מחיר ק"ג אגסים = $0.75x$
מחיר ק"ג תפוחים = $1.25x$	מחיר ק"ג תפוחים = x
המשוואה:	המשוואה:
$2 \cdot 1.25x + 1.5x = 32$	$2x + 1.5 \cdot 0.75x = 32$

הסבירו את דרך הפתרון של כל אחת מהתלמידות.

האם התלמידות יקבלו פתרונות זהים? אם לא, מי מהן צודקת? נמקו.

2. משימה מסכמת : העבודה היא חיינו

העבודה היא חיינו

חברת **ברק,** העוסקת בהפניית עובדי ניקיון לעבודה בקבלנות, מפרסמת:

עובדים המוכנים לעבוד במשמרות,

יקבלו אצלנו תוספת בשיעור של 20% מהמשכורת,

עד לתוספת של 800 ש"ח לכל היותר.

שאלה 1. גובה המשכורת של מר כהן הוא 5000 ש״ח, והוא מוכן לעבוד במשמרות. מה יהיה גובה משכורתו החדשה?

א. 5000 ש״ח ב. 6000 ש״ח ג. 5800 ש״ח ד. 1000 ש״ח

שאלה 2. רשמו 'נכון' או 'לא נכון', והסבירו.

א. כל העובדים במשמרות, שגובה משכורתם המקורית הוא למעלה מ- 6000 ש״ח, יקבלו אותה תוספת למשכורת.

ב. כל העובדים במשמרות, שגובה משכורתם המקורית הוא למטה מ- 4000 ש״ח, יקבלו אותה תוספת למשכורת.

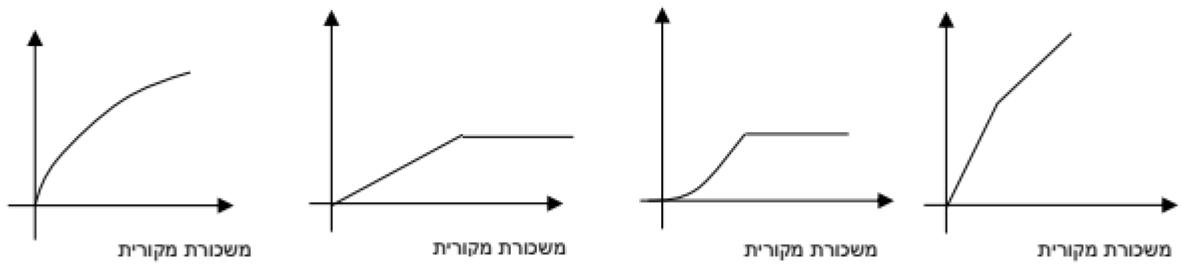
ג. ככל שהמשכורת המקורית גבוהה יותר כך התוספת למשכורת גדולה יותר.

ד. אם עובד קיבל תוספת של 800 ש״ח, סימן שמשכורתו המקורית הייתה בגובה 4000 ש״ח.

שאלה 3. התאימו גרף לכל תיאור, ונמקו את בחירתכם. שימו לב: יש גרפים מיותרים.

א. גרף המתאר את התוספת בשקלים עבור משמרות, בהתאם למשכורת המקורית.

ב. גרף המתאר את המשכורת המוגדלת בשקלים עקב התוספת, בהתאם למשכורת המקורית.



גרף א' | גרף ב' | גרף ג' | גרף ד'

שאלה 4. x מייצג את גובה המשכורת המקורית. ($x < 4000$)

אילו מהביטויים הבאים מתאימים למשכורת אחרי התוספת?

א. $x + \frac{20}{100}$ ב. $x + 0.2x$ ג. $1.2x$ ד. $\frac{120x}{100}$

שאלה 5. כל העובדים המוזכרים בשאלה זו ניאותו לעבוד במשמרות.

א. מר יהלומי קיבל תוספת של 700 ש״ח. מה גובה משכורתו המקורית?

ב. בעקבות התוספת, משכורתה החדשה של גברת כספי עומדת על 4440 ש״ח.
מהי התוספת למשכורתה?

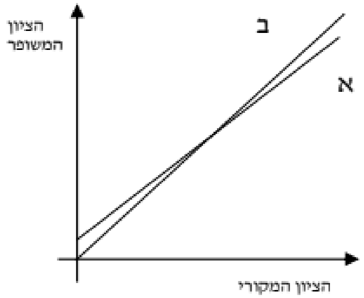
ג. גברת פז קיבלה תוספת של 800 ש״ח. מה גובה משכורתה המקורית?

ד. בעקבות התוספת, גובה משכורתו החדשה של מר ברקת הוא 6000 ש״ח.
מהי משכורתו המקורית?

3. משימה אוריינית שיפור ציון

שיפור ציון

במבחן קשה קיבלו התלמידים ציונים נמוכים.
המורה החליט לשפר את ציוניהם, והציע שתי דרכים לכך:
דרך I: הוספת 10 נקודות לכל ציון
דרך II: הוספת 20% לכל ציון.
לפניכם זוג גרפים המתארים את הקשר בין הציון
המקורי לבין הציון המשופר, לפי שתי הדרכים.
שימו לב! אחרי השיפור ייתכן כי יתקבל ציון
הגבוה מ- 100 נקודות.



שאלה 1. דני קיבל במבחן 64 נקודות.
באיזו דרך יבחר דני לשפר את ציונו? הסבירו.

שאלה 2. x מייצג את הציון המקורי.
אילו מהתבניות הבאות אינן מייצגות את הציון המשופר בדרך II?

א. $1.2x$ ב. $x + 20\%$ ג. $x+\frac{20x}{100}$ ד. $1\frac{1}{5}x$ ה. $x+\frac{20}{100}$

שאלה 3. התאימו כל אחד מהגרפים לאחת מדרכי השיפור, ונמקו.

שאלה 4. רן אמר שאין זה משנה באיזו דרך ישפרו את ציונו, כי בשתי הדרכים יתקבל אותו ציון.
א. מהו הציון המקורי של רן במבחן?
ב. איזו נקודה בגרף מייצגת ציון זה?

שאלה 5. דינה אמרה שהיא מעדיפה לשפר את הציון שלה בדרך II .
מה תוכלו לומר על הציון המקורי של דינה? איך לומדים זאת מהגרף?

שאלה 6. קבעו לגבי כל היגד אם הוא מתאים לשיפור בדרך I, לשיפור בדרך II, לשיפור בשתי הדרכים, או אינו מתאים לאף אחת מן הדרכים. הסבירו את קביעתכם.
א. התוספת לציון גדולה יותר ככל שהציון במבחן גבוה יותר.
ב. הציונים הנמוכים מקבלים תוספת גדולה יותר מאשר הציונים הגבוהים.
ג. שני ציונים שונים יכולים לקבל אותה תוספת.
ד. הציון 50 משתפר לציון 60.
ה. הציון המשופר יכול להיות גדול פי 2 מהציון המקורי.

שאלה 7. עופר השווה בין שתי התוספות האפשריות לציון שקיבל, וראה שבדרך II הוא מקבל 5 נקודות יותר מאשר בדרך I. מה היה ציונו המקורי?

4. כיצד לחשב מס הכנסה - גרפים

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td>אי שוויונות ממעלה I ופתרונן</td><td>חשיבה כמותית ולוגית.

פתרון בעיות רב שלביות ופתרון בעיות מורכבות

חשיבה ביקורתית

מעבר בין ייצוגים שונים

הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי

אוריינות מתמטית

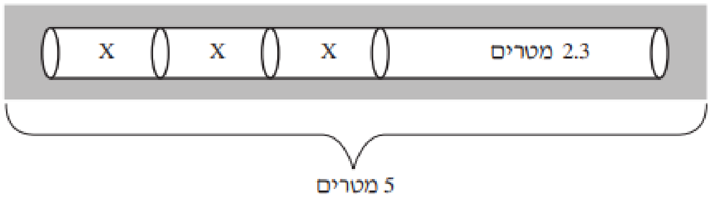
קריאת גרף וסרטוט גרף

מיון וסיווג

ביצוע ויישום

הנמקה והצדקה</td><td>1.

גנן תכנן להרכיב צינור מים מארבעה חלקים, ולהניח אותו בגינה שאורכה 5 מטרים.
האורך הכולל של הצינור צריך להיות קצר מאורך הגינה.
הגנן הניח חלק אחד שאורכו 2.3 מטרים, וחיבר אליו עוד שלושה חלקים אחרים השווים באורכם זה לזה, כפי שמתואר בסרטוט.
x מייצג את האורך במטרים של כל אחד משלושת החלקים השווים באורכם.

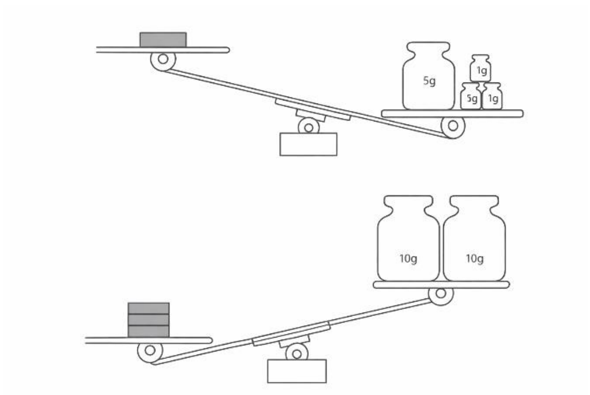


סַמנו את האי־שוויון המתאים לנתוני השאלה.

☐ 1 $3x + 2.7 < 5$
☐ 2 $x > \frac{2.7}{3}$
☐ 3 $x > \frac{2.3}{3}$
☐ 4 $3x + 2.3 < 5$</td></tr>
</table>

קישוריות יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
2. לתמר היו 300 ש"ח לקניית שק שינה ותרמיל. מחיר שק השינה היה **נמוך** ב־ 120 ש"ח ממחיר התרמיל. המחיר של שק השינה והתרמיל יחד היה **קטן** מסכום הכסף שהיה לתמר. **א.** x מייצג את מחיר התרמיל. איזה אי־שוויון מתאים לכל נתוני השאלה? ☐1 $x - 120 > 300$ ☐2 $x - 120 < 300$ ☐3 $x + x - 120 > 300$ ☐4 $x + x - 120 < 300$ **ב.** האם ייתכן שמחיר התרמיל שקנתה תמר היה 215 ש"ח?	היכרות ראשונית עם מושג אי שוויון אלגברי ופתרונו. אי שוויון אלגברי הוא אי שוויון שלפחות באחד משני האגפים שלו יש משתנה. פתרון של אי שוויון אלגברי הוא מציאת תחום הערכים של המשתנה שעבורו אי השוויון מתקיים. דגשים: 1. יש לדעת להרכיב אי שוויון על סמך תיאור מילולי. 2. יש לדעת לזהות האם מספר כלשהו מהווה פתרון חלקי לאי שוויון (כלומר, האם המספר הוא בתחום הפתרון).	

קישוריות יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
3. אריאל צריך לבנות טיסנים רבים ככל האפשר ב-50 דקות. דרושות לו 5 דקות כדי לבנות טיסן מדגם A ו-3 דקות כדי לבנות טיסן מדגם B. א. אריאל רוצה לבנות 5 טיסנים מדגם A ו-10 טיסנים מדגם B. הסבירו מדוע לא יהיה לו מספיק זמן לסיים לבנות את הטיסנים האלו. ב. a מייצג את מספר הטיסנים מדגם A ו- b מייצג את מספר הטיסנים מדגם B שאריאל מתכוון לבנות. באיזה אי-שוויון אריאל יוכל לבדוק אם יש לו מספיק זמן לבנות את הטיסנים? א) $a+b \leq 50$ ב) $a+b+8 \leq 50$ ג) $3a+5b \leq 50$ ד) $5a+3b \leq 50$	3. יש לעסוק באי-שוויונות ליניאריים באמצעים אלגבריים וגרפיים. 4. יש לעסוק בפתרון אי שוויונות שבהם אי השוויון הופך כיוון כתוצאה של כפל או חילוק במספר שלילי. 5. יש לדעת למצוא את התחום המשותף של הפתרונות לשני אי-שוויונות פשוטים. 6. יושם דגש על בקרה עצמית ורפלקציה לגבי התשובה הסופית ולגבי הדרך.	

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		4. לדנה יש שלושה מטילים מתכתיים זהים. כאשר היא הניחה מטיל אחד על כף מאזניים ומשקולות השוקלות 8 גרם על הכף השנייה, זה מה שארע:  כאשר היא הניחה את שלושת המטילים על כף מאזניים ומשקולות השוקלות 20 גרם על הכף השנייה, זה מה שארע: מה יכול להיות המשקל של מטיל אחד? א. 5 ג' ב. 6 ג' ג. 7 ג' ד. 8 ג'

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		5. לפניכם אי-שוויון: $4x+30 < 9x$. האם -8 הוא אחד הפתרונות של האי-שוויון? 6. נתון אי-שוויון: $-4x < 12$ א. הסבירו, מבלי לפתור את האי-שוויון, מדוע כל מספר חיובי פותר אותו. ב. ישנם גם מספרים שליליים שהם פתרונות של האי-שוויון. תנו דוגמה למספר שלילי שהוא פתרון של האי-שוויון. 7. לפניכם אי-שוויון: $3x > -4$. א. הביאו דוגמה למספר שהוא פתרון של האי-שוויון. ב. הביאו דוגמה למספר שהוא איננו פתרון של האי-שוויון 8. מהם תחומי הערכים של x שעבורם מתקיימים אי-השוויונות הבאים:

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		א. $x+3<7.1$ ב. $8x-4>17.2$ ג. $4x-3>2x+5$ ד. $2(x+5)>x+18$ 9. נתונות שתי המשוואות הבאות: משוואה א: $y=3x-7$ משוואה ב: $y=-2x+3$. ה. סרטטו את שני הישרים המתאימים על אותה מערכת צירים. ו. מהו תחום הערכים של x שעבורו ערכי ה- y במשוואה ב הם חיוביים? ז. מהי נקודת החיתוך בין הישרים? מצאו בדרך גרפית ובדרך אלגברית. ח. מהו תחום הערכים של x שעבורם ערכי ה- y של ישר א גדולים מערכי ה- y של ישר ב.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		10. נתון הישר שמשוואתו y=2x-3. מי מהנקודות הבאות מונחת מעל הישר, מי מתחתיו ומי מונחת עליו? (3,3) (2,2) (1,-2) (-1,-4) (-2,-7) 11. פתרו את האי-שוויונות הבאים: א. $-3(x+1) < 6x$ ב. $\frac{3x+5}{-2} < 8$ ג. $3(x+2)+1 < 5x+3$ 12. נתונים שני אי-שוויונות: א. פתרו את אי השוויון הראשון: $3x > x-4$ ב. פתרו את אי-השוויון השני: $2x+1 < 12-2x$ ג. מהו תחום הערכים של x שעבורם מתקיימים שני האי-שוויונות (תחום פתרון משותף).

שאלת סיכום אוריינית:

בעיה: המעבר לאנרגיה סולארית – האם זה משתלם🏠☀ ?

מדינת ישראל מעודדת משפחות להתקין פנלים סולאריים על גגות הבתים כדי לייצר חשמל נקי. משפחת לוי בוחנת שתי אפשרויות לתשלום חשבון החשמל החודשי שלהם:

1. **תכנית "חשמל רגיל" -** תשלום של **0.6 ש"ח** עבור כל קוט"ש (קילו-ואט שעה) של חשמל שנצרך. אין תשלום קבוע.
2. **תכנית "גג ירוק" -** התקנת פנלים בעלות אחזקה קבועה של **120 ש"ח** לחודש, אך מחיר החשמל יורד ל **0.2-ש"ח** בלבד עבור כל קוט"ש שנצרך.

לידיעתכם: קוט"ש (kWh): יחידת מידה לכמות האנרגיה החשמלית שצורכים המכשירים בבית.

נסמן ב- x את מספר הקוט"ש שצורכת המשפחה בחודש.

א. איזה ביטוי מתאר את המחיר שמשלמת המשפחה בחודש:

- בתכנית "חשמל רגיל"
- בתכנית "גג ירוק"

ב. **ניתוח נתונים**

1. אם משפחת לוי צרכה 200 קוט"ש בחודש מסוים, מה יהיה ההפרש בין שתי התכניות?

א. תכנית "חשמל רגיל" תהיה זולה ב-40 ש"ח.

ב. תכנית "גג ירוק" תהיה זולה ב-40 ש"ח.

ג. המחיר יהיה זהה בשתי התכניות.

ד. תכנית "גג ירוק" תהיה יקרה ב-120 ש"ח.

2. איזה מהאי-שוויונות הבאים מייצג את המצב שבו תכנית "גג ירוק" זולה יותר מתכנית "חשמל רגיל?"

א. $0.6x < 0.2x + 120$

ב. $0.6x > 0.2x + 120$

ג. $0.6x + 120 < 0.2x$

ד. $0.8x > 120$

ג. הסבירו מה צריכה להיות צריכת החשמל (מספר הקוט"ש) שעבורה משתלם למשפחת לוי לעבור לתכנית "גג ירוק".

ד. משרד האנרגיה פרסם כי "משפחה ממוצעת בישראל צורכת כ-800 קוט"ש בחודש."

(1) בהסתמך על נתון זה, האם הייתם ממליצים למשפחה ממוצעת לעבור לתכנית הסולארית? נמקו את תשובתכם בעזרת חישוב.

(2) **שאלה למחשבה :**נניח שבחודשי הקיץ המשפחה מפעילה מזגנים רבים והצריכה קופצת ב-50% מהממוצע. כיצד זה ישפיע על החיסכון החודשי שלהם בתכנית "גג ירוק"? (הסבירו ללא צורך בחישוב מדויק, התייחסו לשיפוע הפונקציה).

<table dir="rtl">
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr>
<td>פתרון מערכת משוואות לינאריות בשני משתנים שהצגתן מפורשת.</td>
<td>חשיבה כמותית ולוגית.

פתרון בעיות רב שלביות ופתרון בעיות מורכבות

חשיבה ביקורתית

יושם דגש על בקרה עצמית ורפלקציה לגבי התשובה הסופית ולגבי הדרך.

מעבר בין ייצוגים שונים

יכולת התרגום בין ייצוגים שונים היא בסיסית לצורך אוריינות מתמטית.

הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי

אוריינות מתמטית

קריאה והבנה של מלל קצר ופשוט

קריאת גרף וסרטוט גרף

שימוש במחשבון.</td>
<td><u>דוגמאות</u>

1. נתונות שתי משוואות: f(x)=2x-2 g(x)=-x+4.
א. הצב את ערכי x הבאים בשתי המשוואות, ורשום בטבלה את ערכי y המתקבלים בהצבה:
<table>
<tr><td>x</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>-1</td><td>-2</td></tr>
<tr><td>f(x)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>g(x)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
ב. עבור איזה ערך של x מתקיים f(x)=g(x) ?
ג. עבור אילו ערכים של x מתקיים האי-שוויון f(x)>g(x) ?

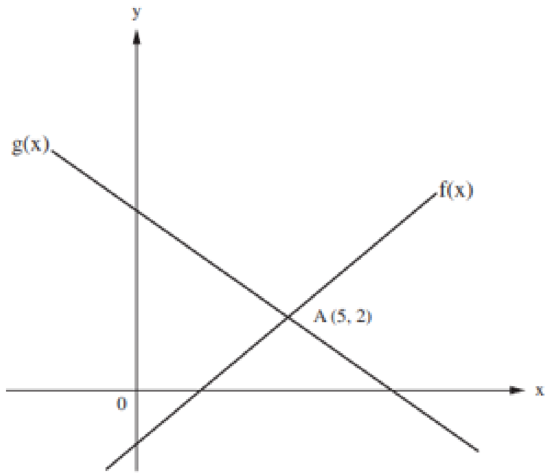
2. נתונות שתי הפונקציות: g(x)=-2x-10 f(x)=3x+5 .
א. סרטטו את הגרפים שלהן במערכת הצירים.
ב. מהם שיעורי נקודת החיתוך של שני הישרים ?</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td>ביצוע ויישום

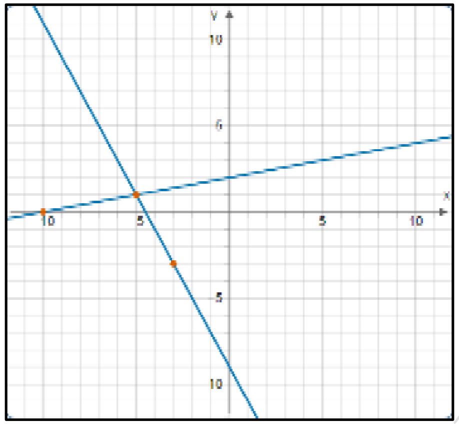
הנמקה והצדקה

דגשים:
1. מומלץ לפתוח בפתרון מערכות שבהן אחת המשוואות מתאימה לישר אופקי.
2. בשלבים התחלתיים יש להתמקד במציאת נקודות החיתוך של שני ישרים הנתונים בייצוג גרפי או בייצוג אלגברי.
3. יש להדגיש כי פתרון מערכת משוואות הוא זוג סדור של מספרים שהצבתם בכל אחת מהמשוואות מביא לשוויון מספרי בין שני אגפי המשוואה (משמעות אלגברית).
4. משמעות גרפית של פתרון מערכת משוואות כשיעורי נקודת החיתוך של שני ישרים.
5. יש ללמוד לפתור מערכות משוואות באמצעות גרפים.</td><td>ג. מהו הערך של x שעבורו: f(x)=g(x)

3. לפניכם גרפים של שני ישרים: g(x) , f(x) .
הגרפים נחתכים בנקודה A(5,2) .
סמנו ליד כל טענה האם היא נכונה או איננה נכונה.

<table><tr><th>הטענה</th></tr><tr><td>f(6) > g(6)</td></tr><tr><td>f(0) = 3</td></tr><tr><td>f(5) = g(5)</td></tr></table>

</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	6. יש ללמוד לפתור מערכות משוואות בעזרת שוויון ביטויים. 7. יש להתאים מערכת לפתרון מוצע . 8. יש לזהות את מספר הפתרונות שיכול להיות אפס או אחד באמצעיים אלגבריים ואמצעיים גרפיים. (אינסוף פתרונות יילמדו כאשר ההצגה לא תהיה רק מפורשת). 9. יש לשלב שאלות מילוליות ואורייניות המחייבות פתרון מערכת של שתי משוואות קוויות בשני נעלמים.	4. נתונים שני ישרים: ישר א' עובר דרך הנקודה (1,1), ושיפועו 2. ישר ב' הינו ישר אופקי העובר בנקודה (1,4). א. מצאו את המשוואות של שני הישרים. ב. מצאו את נקודת החיתוך של הישרים באמצעות השוואת הביטויים. שימו לב שלנקודת החיתוך יש שני שיעורים ועליכם למצוא את שניהם. ג. סרטטו את הישרים על מערכת צירים אחת, וודאו אם הישרים אמנם נחתכים בנקודה שמצאתם בסעיף הקודם. 5. נתונות שתי משוואות של שני ישרים: $y = -2x - 10$ $y = 3x + 5$ א. סרטטו את שני הישרים המתאימים במערכת צירים משותפת. ב. מהם שיעורי נקודת החיתוך של שני הישרים? ג. מצאו את הערך של x בנקודת החיתוך, באמצעות השוואת הביטויים האלגבריים ופתרון המשוואה.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		6. נתונות שתי משוואות של שני ישרים: $g(x) = 3x - 7$ $\quad f(x) = -2x + 3$ א. שרטטו את הישרים המתאימים על אותה מערכת צירים. ב. מהו תחום הערכים של x שעבורו $f(x) < 0$? ג. מהם שיעורי הנקודה שבה $f(x) = g(x)$? ד. מהו תחום הערכים של x שעבורו $f(x) < g(x)$? 7. נתונים שני ישרים במערכת צירים. א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך בין שני הישרים. 

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>

ב. לפניכם 3 זוגות של משוואות ישר:

<table>
<tr><th>(1)</th><th>(2)</th><th>(3)</th></tr>
<tr><td>$y=-2x+9$
$y=-\frac{1}{5}x+2$</td><td>$y=-2x-9$
$y=\frac{1}{5}x+2$</td><td>$y=-2x+9$
$y=\frac{1}{5}x+2$</td></tr>
</table>

מי מבין זוגות המשוואות
מתארת את הישרים הנתונים?

8. נתונה מערכת משוואות: $\begin{cases} y=2x \\ y=-3x+5 \end{cases}$

סמנו את הזוג הסדור שהוא פתרון המערכת הנתונה, ונמקו את בחירתכם.

$(0,0)$ $(3,5)$ $(-2,-4)$ $(1,2)$

</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		9. רשמו דוגמה של מערכת משוואות שפתרונה הוא $(3,5)$. 10. נתונה מערכת משוואות: $\begin{cases} y = 2x + 6 \\ y = 2x - 6 \end{cases}$ כמה פתרונות יש למערכת? 11. נתונה משוואת הישר $y = \frac{1}{3}x - 6$ א. ישר שני, סימטרי לישר הנתון ביחס לציר y. מהי משוואת הישר השני? ב. האם לישר השני נקודה משותפת עם הישר הראשון? אם כן, מה שיעוריה? ג. ישר שלישי, סימטרי לישר הנתון ביחס לציר x. מהי משוואת הישר השלישי? ד. האם לישר השלישי נקודה משותפת עם הישר הראשון? אם כן, מה שיעוריה?

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
פתרון מערכות משוואות לינאריות בשני נעלמים	**חשיבה כמותית ולוגית.** **פתרון בעיות רב שלביות ופתרון בעיות מורכבות** **חשיבה ביקורתית** **מעבר בין ייצוגים שונים** **קריאת גרף וסרטוט גרף** **ביצוע ויישום** **הנמקה והצדקה** נושא זה הוא המשך של הנושא הקודם כאשר לפחות משוואה אחת של המערכת אינה בצורה מפורשת.	<u>דוגמאות</u> 1. נתונות שתי המשוואות הבאות: $y=x+5$ $x+2y=7$. א. הציבו את הביטוי של y במשוואה השמאלית, לקבלת משוואה עם המשתנה x. פתרו את המשוואה ומצאו את הערך של x ושל y. ב. בודדו את x במשוואה השמאלית, והציבו את הביטוי שהתקבל במשוואה הימנית, לקבלת משוואה עם המשתנה y. פתרו את המשוואה ומצאו את הערך של x ושל y. 2. מצאו שני מספרים שסכומם 127 והפרשם 47. 3. פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases}2x+y=2\\3x-y-x=-4\end{cases}$

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	יש ללמוד לפתור מערכות משוואות באמצעים אלגבריים: בשיטת ההצבה ועל ידי הבאה למקדמים שווים – השוואת מקדמים או הנגדת מקדמים. מומלץ להתחיל לפתור מערכת משוואות בשיטת ההצבה כאשר אחת מהמשוואות רשומה בייצוג מפורש. יש ללמוד לשקול איזו שיטה נוחה יותר עבור מערכת משוואות נתונה. המשך הדגשת משמעות גרפית ומשמעות אלגברית של פתרון מערכת משוואות. יש לזהות את מספר הפתרונות שיש למערכת: 0, 1 או אינסוף. פתרון משוואות יכלול פישוט ביטויים אלגבריים שמתבסס על כינוס איברים דומים	4. רות שילמה 29 שקלים בעבור כביסה של 4 מגבות ו -7 סדינים. לקראת החג יצאו במבצע של 20% הנחה. במסגרת ההנחה שילמה רות 20 שקלים בלבד בעבור כביסה של 5 מגבות ו -5 סדינים. מהו התעריף הרגיל של המכבסה בעבור כביסת מגבת אחת ובעבור סדין אחד? 5. דני ועמי יצאו ברגל זה לקראת זה משני יישובים המרוחקים זה מזה 30 ק"מ. הם נפגשו כעבור 4 שעות. למחרת, עמי יצא 5 שעות אחרי דני, והם נפגשו שעתיים לאחר צאתו של עמי. מהי מהירות ההליכה של דני ועמי? 6. אם נגדיל צלע אחת של מלבן ב -2 ס"מ ונקטין צלע סמוכה לה ב -3 ס"מ, נקבל ריבוע שהיקפו 20 ס"מ. מהן מידות המלבן? מהו שטח המלבן? מהו שטח הריבוע שנוצר?

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	וחוקי חשבון (חוקי החילוף, חוקי הקיבוץ וחוק הפילוג). יש לשלב שאלות מילוליות ואורייניות המחייבות פתרון מערכת של שתי משוואות קוויות בשני נעלמים.	

שאלה מסכמת אוריינית/ קבלת החלטות.

בעיה: מבצע "צבי הים" – תכנון משימת מחקר 🐢🔬

תיאור הסיטואציה: צוות חוקרים ימיים בים התיכון מתכנן מבצע להצמדת משדרים ל-**30 צבי ים** שהשתקמו במרכז להצלת צבים. המטרה היא לעקוב אחרי מסלול הנדידה שלהם. לרשות החוקרים עומדים שני סוגי משדרים:

1. **משדר "קל" (Lite):** משדר קטן וזול יחסית.
2. **משדר "לווייני" (Sat):** משדר משוכלל המאפשר מעקב ארוך טווח, אך הוא כבד ויקר יותר.

החוקרים חייבים לנצל את כל התקציב שהוקצה למשימה ולהתחשב במגבלת המשקל הכוללת של הציוד שהסירה יכולה לשאת.

הגדרות ונתונים:

- **עלות:** תקציב המשימה הכולל הוא **18,000 ש"ח**.
- **משקל:** המשקל הכולל של כל המשדרים יחד חייב להיות בדיוק **9 ק"ג (9,000 גרם)**.

טבלת נתוני המשדרים:

סוג המשדר	משקל ליחידה (גרם)	עלות ליחידה (ש"ח)
משדר "קל" (x)	200	500
משדר "לווייני" (y)	500	800

א. סמנו ב- x את מספר המשדרים מהסוג ה"קל" וב- y את מספר המשדרים מהסוג ה"לווייני."
- כתבו מערכת של שתי משוואות המייצגת את הנתונים (שימו לב ליחידות המידה).
- פתרו את מערכת המשוואות ומצאו כמה משדרים מכל סוג על החוקרים להזמין כדי לעמוד בדיוק בתקציב ובמגבלת המשקל עבור 30 צבים.

ב. בבוקר המבצע התברר כי 25 מצבי הים הם "צבים צעירים" (קטנים מאוד). הווטרינר הראשי קבע כי צבים אלו **אינם יכולים** לשאת משדר השוקל יותר מ-300 גרם.

- האם הפתרון שמצאתם בסעיף א עדיין מאפשר את ביצוע המשימה עבור כל 30 הצבים? הסבירו מדוע. אם התשובה היא לא – הציעו שינוי אחד שהחוקרים יכולים לבצע (למשל: שינוי בתקציב או במספר הצבים) כדי לפתור את הבעיה .

הערה: אפשרי לקיים דיון: חוקר אחד הציע: "בואו נקנה רק משדרים 'קלים', כך נוכל לעקוב אחרי הרבה יותר צבים באותו תקציב.!" ציינו סיבה **מדעית** אחת מדוע הצוות עשוי להתנגד להצעה זו, למרות החיסכון הכספי.

תחום אלגברי - כיתות ז' וח'

עקרונות תוכנית הלימודים

1. רציונל ומטרות התחום האלגברי

התחום האלגברי מהווה את הכלי המרכזי לתיאור ולניתוח שינוי ויחסים במתמטיקה. בלימוד האלגברה התלמידים עוברים ממחשבה חשבונית ספציפית לחשיבה מופשטת וכללית, המאפשרת לתאר תופעות, לנתח קשרים ולפתור בעיות מורכבות.

מטרות התחום:

- פיתוח חשיבה סימבולית והבנת משתנים כמייצגים כלליים של ערכים מספריים
- יכולת מעבר חופשי בין ייצוגים שונים: מילולי, אלגברי, טבלאי וגרפי
- הבנה של קשרים פונקציונליים בין משתנים והתנהגות בתופעות לאורך זמן
- פיתוח מיומנויות פתרון בעיות אורייניות המשלבות אלגברה עם הקשרי חיים

2. עקרונות מנחים בתחום האלגברי

מהקונקרטי למופשט - בניה מדורגת של מושגים

הלמידה תתחיל ממצבים מוחשיים ומוכרים ותתקדם בהדרגה להפשטה. התלמידים יחוו את התועלת במשתנים דרך תיאור מצבים מציאותיים, הכללת דפוסים וניסוח חוקיות. הטמעת הייצוג הסימבולי תיעשה באמצעות המחשות, דוגמאות ממחישות ודיון במשמעות.

קישוריות ומעבר בין ייצוגים

יכולת התרגום בין ייצוגים שונים היא יסודית לאוריינות מתמטית ולהבנה עמוקה. התלמידים יתרגלו מעבר דו-כיווני בין תיאור מילולי, ביטוי אלגברי, טבלה וגרף. הקשרים בין הייצוגים יובהרו באופן מפורש, והתלמידים יבינו שייצוגים שונים יכולים לתאר את אותה תופעה.

הכללה והפשטה

התלמידים יעברו ממקרים פרטיים לכלליים מדפוסים ספציפיים לניסוח אלגברי כללי. זיהוי דפוסים והכללתם הם הבסיס לחשיבה אלגברית. התלמידים ילמדו לזהות מבנים משותפים במצבים שונים ולבטא אותם באופן אלגברי.

ספירליות ורצף למידה

התכנים יוצגו ברצף ספירלי, כאשר כל שכבת גיל מוסיפה עומק ומורכבות. למשל: ביטויים אלגבריים ←משוואות קשרים ליניאריים ←מערכות משוואות. כל שלב מתבסס על הקודם ומכין את הבא, תוך שימוש מפורש בקשרים לידע קודם.

אוריינות והקשרה בין אלגברה לבין מציאות

האלגברה תלמד בהקשרים מגוונים (אישי, כלכלי, מדעי, ניהולי, טכנולוגי, חברתי, תופעות פיזיקליות ועוד). הבנת הקשר בין המודל המתמטי למצב המציאותי חיונית, כולל בחינת סבירות פתרונות והתאמתם להקשר.

3. מיומנויות כלליות חוצות נושאים

כל נושא בתחום האלגברי מפתח מיומנויות כלליות אלו:

- **חשיבה ביקורתית:** הערכת סבירות, זיהוי מתי ביטויים שווים, ניתוח קשרים בין ייצוגים
- **גמישות ויצירתיות:** פתרון בדרכים שונות, יצירת בעיות חדשות, זיהוי דפוסים
- **הנמקה והסבר:** הסבר מילולי של תהליכים, הצדקה של פעולות אלגבריות, ביסוס מסקנות
- **ויסות עצמי ורפלקציה:** בקרה עצמית על תהליך הפתרון, בדיקת התאמה, למידה מטעויות

4. מאזן בין מיומנויות אלגוריתמיות למיומנויות אסטרטגיות

לימודי אלגברה יפתחו מיומנויות אלגוריתמיות, כגון, כינוס איברים ,פתרון משוואות , שהינן בסיס הכרחי ללימודי אלגברה. מאך אין להסתפק בהן יש לשלב באופן שיטתי מיומנויות מורכבות יותר כגון:

- תרגום בין שפה מתמטית לשפה יומיומית
- ייצוג ויזואלי של ביטוים אלגבריים
- שימוש בבלים דיגיטליים לסרטוט גרפים
- דגש על הסבר דרך החשיבה ולא רק על מתן תשובות נכונות
- בעיות פתוחות ,רב-שלביות ומורכבות מהעולם האמיתי

5. נקודות מפתח לתחום האלגברי

5.1 כיתה ז' - בניית יסודות החשיבה האלגברית

- **משתנים כמייצגים כלליים** :הדגשת המעבר מחישוב ספציפי לייצוג כללי
- **ביטויים אלגבריים** :הצבה ,שוויון בין ביטויים ,כינוס איברים דומים
- **משוואות** :הבנת מושג הנעלם ,בניית משוואות ,פתרון משוואות פשוטות
- **גרפים** :קריאת גרפים נקודתיים ברביע הראשון ,התאמה לטבלה וביטוי

5.2 כיתה ח' - הרחבה ועיבוד מתקדם

- **גרפים יישומיים:** הרחבה למערכת צירים שלמה ,עלייה וירידה ,קריאה מתקדמת
- **קשרים ליניאריים:** שיפוע ,קצב שינוי ,משוואת ישר ,התאמה בין ייצוגים
- **אי-שוויונות** :הבנת טווחי פתרונות ,פתרון אלגברי וגרפי
- **מערכת משוואות:** פתרון גרפי והשוואה ,פתרון אלגברי ,יישום בבעיות מורכבות

העקרונות המתוארים לעיל מנחים את תכנון ההוראה ,בחירת המשימות ופיתוח חומרי הלמידה.
המטרה :לפתח תלמידים בעלי חשיבה אלגברית גמישה ,יצירתית ומבוססת הבנה.

נושאים מרכזיים ותתי נושאים

כיתה ז'

- משתנים וביטויים אלגבריים
- שוויון בין ביטויים אלגבריים
- כינוס איברים דומים
- משוואות
- פתרון משוואות ממעלה ראשונה ויישום בשאלות מילוליות ואורייניות
- קריאת תיאור גרפי של נקודות ברביע I

כיתה ח'

- גרפים שימושיים - קריאה וסרטוט
- עלייה וירידה על סמך קריאה של הייצוג הגרפי
- מבוא לפונקציות
- פונקציה בייצוג אלגברי
- תיאור גרפי של תופעות לינאריות - קריאת מידע מגרף ליניארי
- מושג קצב שינוי, קצב שינוי אחיד וקצב שינוי לא אחיד, שיפוע של ישר
- ייצוג אלגברי של קשר ליניארי, משוואת הישר, התאמת ישר למשוואתו
- פתרון משוואות הכוללות הגדלה או הקטנה באחוזים
- אי שוויונות ממעלה ראשונה ופתרונן
- פתרון מערכת משוואות שהצגתן מפורשת
- פתרון מערכות משוואות בשני נעלמים

כיתה ז' – תחום אלגברי

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית.		
משתנים וביטויים אלגבריים	**מושגים וכללים:** **משתנה:** סימן שמייצג ערך מספרי וניתן לקביעה ולשינוי לפי הצורך. - משתמשים באותיות לסימון משתנים - האות באלגברה היא סימן שמייצג ערך מספרי. **ביטוי אלגברי:** צירוף של מספרים ו/או משתנים הקשורים ביניהם בפעולות מתמטיות. **מיומנויות מתמטיות:** הצבת מספרים בביטויים אלגבריים, וחישוב ערכם המספרי של הביטויים החשבוניים המתקבלים, בהתאם לסדר פעולות חשבון. הסבר באופן מילולי את תהליך ההצבה של ערך משתנה בביטוי אלגברי, תוך הסתמכות על סדר פעולות חשבון. ביצוע פעולות עם ביטויים אלגבריים שיכללו את 4 פעולות החשבון וכן חזקות 2 או 3. תיאור מצבים מציאותיים או סדרות באמצעות ביטוים אלגבריים. **מעבר בין ייצוגים:** מילולי ← אלגברי → מספרי **ספירליות:** קשר לסדר פעולות (יסודי), הכנה למשוואות **מיומנויות המאה ה-21:** **חשיבה ביקורתית:** הסבר מילולי של תהליך ההצבה, התאמה בין ביטוים שונים, חלקם אינם נכונים לסיטואציה נתונה (מציאותית או גיאומטרית) **אוריינות:** תיאור מצבים מציאותיים או גיאומטריים בעזרת ביטויים	בלימוד התחלתי יש להתמקד בייצוג ערכים מספריים באמצעות משתנים. מומלץ להתחיל מהצבת ערכים מספריים שהם מספרים טבעיים בלבד. מוצע להציג את המושג 'משתנה' בדוגמאות שבהן רואים את התועלת שבו. למשל, תיאור מצבים חשבוניים או גאומטריים והכללות של מקרים פרטיים (ניסוח חוקיות). לתלמידים אין היכרות קודמת עם סימנים כמייצגים ערכים מספריים (למעט שימוש במשבצות), ויש להקדיש זמן להטמעת הייצוג. במידת הצורך, אפשר להיעזר באמצעי המחשה. מוצע להציג ביטויים אלגבריים גם דרך דוגמאות הממחישות את התועלת שבהם. הצבת מספרים בביטויים אלגבריים תיעשה הן כתרגול לשמו והן בשאלות בהקשרים מעשיים שונים. הטיפול בביטויים הכוללים שני משתנים יהיה רק לאחר הטמעה של ביטויים אלגבריים עם משתנה אחד. יש לשים לב שאופן הכתיבה המקובל של כפל מספר במשתנה, למשל $2x$, עלול ליצור קושי אצל תלמידים. בשלבים הראשונים של הלימוד מומלץ לרשום את סימן הכפל באופן מפורש, למשל: $2 \times x$. על מנת **לפתח גמישות, יצירתיות והנמקה** יש לשלב באופן סיסטמתי משימות שדורשות: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות (ד) ליצור בעיות חדשות

נושאים מרכזיים	**ידע: מושגים, הגדרות וכללים** **מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)**	**הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)**
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית.		
שוויון בין ביטויים אלגבריים	משמעות **סימן השוויון בין ביטויים אלגבריים** הוא זהות בין שני האגפים (לכל הצבה). **שני ביטויים אלגבריים נקראים שווים (זהים)** אם הם מקבלים את אותו ערך מספרי עבור כל ערך של המשתנה (או המשתנים) המופיע בהם. **מיומנויות מתמטיות:** הצבת מספרים בביטויים אלגבריים, וחישוב ערכם המספרי של הביטויים החשבוניים המתקבלים, בהתאם לסדר פעולות חשבון. הסבר באופן מילולי את תהליך ההצבה של ערך משתנה בביטוי אלגברי, תוך הסתמכות על סדר פעולות חשבון. מעבר בין ייצוגים תוך שימוש בביטויים שונים לאותה משמעות. **ספירליות:** בסיס לכינוס איברים, קשר לחוקי חשבון, חשיבה מספרית. **מיומנויות המאה ה-21:** **חשיבה ביקורתית**: הבנה כי: (א) ייצוגים שונים יכולים לייצג אותו דבר (ב) שווין ערכים מספריים של ביטוים אלגבריים בהצבת מספר אחד לא מספיק עבור שווין הביטויים **אוריינות ויצירתיות:** זיהוי דרכים שונות לתאר מצבים זהים, הזהות בין ביטויים אלגבריים נובעת מתיאור של אותו מצב מנקודות ראות שונות,	יש להוביל להבנה כי הזהות בין ביטויים אלגבריים נובעת מדרכים שונות של תיאור אותן סיטואציות בהקשרים מתמטיים או מעשיים, ללא פישוט אלגברי. יש לבסס תובנה של מושג השוויון בין ביטויים אלגבריים, כאשר שני הביטויים שרשומים משני צדדיו של השוויון יכולים להיות שונים מבחינת הייצוג האלגברי שלהם, אבל זהים מבחינת המשמעות האלגברית. ביטויים אלגבריים שווים יתורגלו רק בדוגמאות שבהם משתנה אחד בלבד. על מנת **לפתח גמישות, יצירתיות והנמקה** יש לשלב באופן סיסטמתי משימות שדורשות: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות (ד) ליצור בעיות חדשות

נושאים מרכזיים	**ידע: מושגים, הגדרות וכללים** **מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)**	**הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)**
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית.		
כינוס איברים דומים	**מיומנויות מתמטיות:** כינוס איברים דומים על סמך כללי פעולות החשבון. זיהוי שני ביטויים אלגבריים שווים באמצעות הפעלה של חוקי החשבון הנלמדים בתחום המספרי (חוקי החילוף, חוקי הקיבוץ וחוק הפילוג). - חוקי החשבון מאפשרים להמיר ביטויים אלגבריים בביטויים אלגבריים ששווים להם אך פשוטים יותר. - פישוט ביטויים אלגבריים יהווה כלי לצורך פתרון משוואות. **ספירליות:** שימוש בחוקי חשבון מיסודי, הכנה לפתרון משוואות **מעבר בין ייצוגים:** ביטוי פשוט↔ ביטוי מורכב ↔ סיטואציה מציאותית **מיומנויות המאה ה-21:** **חשיבה ביקורתית:** זיהוי מתי ביטויים שווים **אוריינות:** שימוש בחוקי חשבון לייצוג פשוט של מציאת	כללי החשבון נלמדו ביסודי ואין צורך לחזור על רובם. כלל החשבון שאותו יש להדגיש הוא חוק הפילוג. בשלב זה, ניתן לשלב שני משתנים, וכן שימוש בשברים פשוטים. במידת הצורך, אפשר להיעזר באמצעי המחשה. בהקשר זה, יש לתרגל פעולות בשברים, ובפרט להציג את השקילות בין סימן החילוק ':' לבין קו השבר. **גמישות, יצירתיות והנמקה:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי : (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות (ד) ליצור בעיות חדשות

נושאים מרכזיים	**ידע: מושגים, הגדרות וכללים** **מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)**	**הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)**
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית.		
משוואות	המטרה העיקרית היא להכיר לתלמידים את המושג 'משוואה' ואת המשמעות של פתרון משוואה. **נעלם** הוא סימן שמייצג ערך (או קבוצת ערכים) לא ידוע שמופיע בהקשר של משוואה או שאלה מילולית. **משוואה** בנויה משני ביטויים אלגבריים, שלפחות באחד מהם יש נעלם, ובין הביטויים יש סימן שוויון. **מיומנויות מתמטיות:** זיהוי ערכים מספריים של נעלם שמהווים פתרונות משוואה. הרכבת משוואה שתהיינה מבוססות על שאלות מילוליות (המעבר מייצוג מילולי לייצוג אלגברי). בניית משוואות על בסיס סיטואציות מציאותיות. בניית משוואות בהקשר גיאומטרי. ספירליות: שימוש בביטויים אלגבריים, הכנה לפתרון מעבר בין ייצוגים: אלגברי→ מילולי **מיומנויות המאה ה-21:** **חשיבה ביקורתית:** בחינת סבירות פתרונות בהקשר **אוריינות:** תרגום בעיות מציאות למשוואות	יכולת התרגום בין תיאור מילולי לתיאור אלגברי היא יסודית לצורך אוריינות מתמטית. הרכבת המשוואות יכולה להיות מבוססת על מגוון דרכים ובהן: בניה מדורגת של ביטויים אלגבריים, תוך רישום מילולי של המשמעות של כל ביטוי אלגברי. שימוש בטבלת ביטויים אלגבריים. היות שהמשוואות מבוססות על מצבים מציאותיים, הפתרונות הפוטנציאליים חייבים להתאים להקשר השאלה. יש להפעיל שיקול דעת לגבי היתכנות של פתרון משוואה בהתאם להקשר יישומי. שאלות שדורשות בניית משוואה בהקשר גאומטרי, אמורות להתבסס על החומר שנלמד בגאומטריה עד כה. **גמישות, יצירתיות והנמקה:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות (ד) ליצור בעיות חדשות

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית.		
פתרון משוואות ממעלה ראשונה ויישום בשאלות מילוליות ואורייניות	**פתרון של משוואה** הוא המספר (או קבוצת המספרים) שהצבתו במקום הנעלם מביאה לשוויון מספרי בין שני אגפי המשוואה. **מיומנויות מתמטיות:** הנמקת פעולותיהם אלגבריות בשלושה היבטים: - מדוע המעבר ממשוואה אחת למשוואה אחרת שומר על השוויון בין אגפי המשוואה. - מדוע המעבר בין המשוואות אינו משנה את קבוצת הפתרונות של המשוואה. - כיצד המעבר בין המשוואות מקדם את תהליך מציאת הפתרון. פתרון משוואות ממעלה ראשונה יתבצע באמצעות מעבר בין משוואות שקולות, שאינן משנות את קבוצת הפתרונות. פתרון משוואות בהקשר לשאלות מילוליות ואורייניות בתחומים שונים (כגון, תנועה, תהליכים עם קצב קבוע מתחומי מדע, כלכלה, טכנולוגיה ועוד). **מעבר בין ייצוגים:** מילולי $\leftrightarrow$ משוואה $\leftrightarrow$ פתרון $\leftrightarrow$ פרשנות **ספירליות:** כינוס איברים ,חוקי חשבון, הכנה לגרפים **אוריינות:** יישום במצבים מציאותיים (תנועה, כלכלה)	יושם דגש על בקרה עצמית ורפלקציה לגבי התשובה הסופית ולגבי הדרך. בשלב התחלתי יש למצוא את הפתרון של משוואה שבה ביטוי אלגברי פשוט שווה מספר משיקולים מספריים. יש לשלב בפתרון משוואות פעולות בביטויים אלגבריים על סמך חוקי הפעולות, ולהסביר שביצוע פעולה על שני אגפי המשוואה שומר על האיזון ביניהם. יש לטפל במשוואות שבהן שני ביטויים אלגבריים הכוללים נעלם בשני האגפים. יש לבנות משוואות תואמות שאלות מילוליות ואורייניות העוסקות במגוון תכנים תוך הלימה בין מורכבות המשוואות למורכבות השאלות המילוליות. כשמתקבל פתרון של משוואה הנובעת משאלה מילולית או אוריינית יש לבדוק האם הפתרון מתאים לשאלה עצמה ולא להסתפק בהצבה במשוואה (כגון, לא יכול להיות פתרון שהוא שבר לשאלה שבמהותה עוסקת בשלמים). יש לטפל במשוואות שפתרונן כרוך בכינוס איברים דומים ושימוש בחוקי החשבון (חוקי החילוף, חוקי הקיבוץ וחוק הפילוג). יש לשלב את פתרון המשוואות עם שאלות מילוליות ואורייניות בהקשרים מתמטיים והקשרים מעשיים שונים (כגון, תנועה, תהליכים עם קצב קבוע מתחומי מדע, כלכלה, טכנולוגיה ועוד). **גמישות, יצירתיות והנמקה:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות (ד) ליצור בעיות חדשות

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית.		
קריאת תיאור גרפי של נקודות ברביע I	הגרף משמש ייצוג ויזואלי אנליטי של קשר בין שני משתנים. הקשר יכול לנהיות מיוצג גם באופן מילולי, טבלאי או סימבולי. כול אלה הם ייצוגים אלגבריים. לכל נקודה בדידה במערכת הצירים מתאים זוג מספרים (x,y) הקובע מיקום הנקודה במערכת הצירים. מספרים x ו- y נקראים שיעורי הנקודה. **מיומנויות מתמטיות:** ייצוג תופעות באמצעות גרף ברביע הראשון של מערכת צירים, כך שתלמידים ידעו לקרוא אותו וליצור מתוכו טבלת ערכים של נקודות השייכות לגרף. קריאת גרפים: - מציאת הערך של y שמתאים לערך נתון של x. - מציאת ערך או ערכים של x שמתאימים לערך נתון של y. הצגת התופעה באמצעות טבלה או ביטוי אלגברי, והתאמתם לייצוגים גרפיים נקודתיים מתאימים. **מעבר בין ייצוגים:** מילולי ↔ טבלה ↔ גרף ↔ אלגברי **ספירליות:** סיכום הידע האלגברי, בסיס לכיתה ח' **מיומנויות המאה ה-21:** **חשיבה ביקורתית:** פרשנות מידע גרפי **אוריינות:** הבנת תופעות מציאותיות דרך גרפים - היקף ריבוע, שטח ריבוע לצלעות באורך 1, 2, 3,..., מכיר כרטיס קולנוע, ומצבים אחרים בתחומים של מספרים חיוביים.	**מושג מערכת הצירים הוצג בתחום מספרי שכבר לנלמד בכיתה ז'** יש אפשרות שהערכים של השיעורים שלהן לא יהיו שלמים. בשלב זה, כל העיסוק בביטויים יהיה רק במספרים חיוביים ואפס. מומלץ לפתוח את הנושא בקריאת גרף ללא שימוש בביטוי אלגברי, ולסכם אותו עם שימוש בביטוי אלגברי. רצוי להיעזר בכלים דיגיטליים גרפיים לסימון נקודות, כהטרמה לשימוש אינטנסיבי בהם בכיתות ח' וט'. ביטויים אלגבריים יכולים להיות ליניאריים, או ביטויים פשוטים עם חזקות 2 או 3. מומלץ לשלב משימות סיכום אשר כוללות את מלוא הידע האלגברי שנלמד עד כה. **גמישות, יצירתיות והנמקה:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות (ד) ליצור בעיות חדשות

כיתה ח' – תחום אלגברי

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָּׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית **גמישות, יצירתיות והנמקה:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות, (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות, (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות וגם (ד) ליצור בעיות חדשות		
גרפים שימושיים - קריאה וסרטוט	**המיומנויות בקריאת גרף:** מציאת הערך של y שמתאים לערך נתון של x. מציאת ערך או ערכים של x שעבורם מתקבל ערך זה של y. מציאת הערך גדול (או קטן) ביותר של y בתחום X מסוים. מציאת טווח הערכים של y המתקבל עבור תחום נתון של x. הדגמת תופעות המיוצגות באמצעות גרף במערכת צירים. התאמה של גרף לייצוגים אחרים: תיאורים מילוליים, טבלאות ערכים וביטויים אלגבריים. **מעבר בין ייצוגים:** מילולי ↔ ביטוי ↔ טבלה ↔גרף **ספירליות:** המשך מכיתה ז', בסיס לפונקציות ליניאריות **מיומנויות המאה ה-21:** **אוריינות:** הבנת תופעות מציאותית באמצעות גרפים **חשיבה ביקורתית:** פרשנות, השוואה וניתוח גרפי	יש לבקש לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות באופן קבוע בכול השאלות עד כה התלמידים למדו להכליל טבלת ערכים לביטוי אלגברי ולייצג טבלת ערכים במערכת צירים. המושג 'תחום' יוזכר לצורך שימוש בו בהמשך במגוון של נושאים, כמו תחומי עלייה ותחומי ירידה של פונקציות. במרבית הגרפים השימושיים שבהם ציר ה-x הוא משתנה רציף. יש לראות גם דוגמאות שבהן ציר ה-x מייצג גדלים אחרים. בשלב זה: - נתמקד בתחומים שצורתם קטע, קרן, קבוצה סופית של נקודות או איחוד של אלה. - התלמידים ילמדו לעבור מביטוי אלגברי לייצוג גרפי באמצעות טבלת ערכים בשלב מתווך

נושאים מרכזיים	**ידע: מושגים, הגדרות וכללים** **מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)**	**הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)**
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית **גמישות, יצירתיות והנמקה:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות, (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות, (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות וגם (ד) ליצור בעיות חדשות		
עלייה וירידה על סמך קריאה של הייצוג הגרפי	**יומנויות מתמטיות בנושא עלייה וירידה של גרפים:** קביעה האם גרף עולה, יורד או אינו מונוטוני בתחום נתון. זיהוי תחומי עלייה וירידה מתוך גרף. זיהוי תחומי עלייה וירידה מתוך טבלת ערכים. תיאור מילולי של מגמת שינוי (עלייה/ירידה) של גרף. השוואת ערכי פונקציה עבור ערכי x שונים והסקת מסקנות לגבי מגמה. קישור בין סדר ערכי x לבין השינוי בערכי y. מעבר בין ייצוגים שונים לצורך זיהוי מגמות: טבלה, גרף ותיאור מילולי. ניתוח איכותני של התנהגות גרף ללא שימוש בכלים פורמליים. זיהוי מקרים בהם גרף אינו מונוטוני בכל התחום (עלייה וירידה לסירוגין). מעבר בין ייצוגים: טבלה ↔ גרף ↔ תיאור מילולי. הסקה לוגית: קביעת עלייה/ירידה על סמך נתונים חלקיים או ייצוג נתון. ספירליות: הרחבה של מושגי שינוי מכיתה ז', כהכנה להבנת שיפוע. **מיומנויות המאה ה-21:** **חשיבה ביקורתית:** זיהוי מגמות, השוואה בין קטעים שונים של גרף והסקת מסקנות. **אוריינות מתמטית:** תיאור והסבר של שינוי כמותי בשפה מילולית ומתמטית.	מומלץ להציג את המושגים עלייה וירידה תחילה באמצעות טבלה, כדי לאפשר לתלמידים לזהות דפוסים באופן אינטואיטיבי. יש להדגיש את סידור ערכי x בסדר עולה כתנאי הכרחי לניתוח נכון של השינוי ב - y. ההסבר הראשוני צריך להיות איכותני (ללא שימוש בהגדרה פורמלית), דרך התבוננות בשינוי ערכים בטבלה. לאחר מכן יש לעבור לייצוג גרפי, ולהדגיש את הקריאה משמאל לימין כהרגל בסיסי. חשוב לחבר בין שני הייצוגים (טבלה וגרף), ולהראות שהם מתארים את אותה תופעה. יש להימנע בתחילה מהעמסה פורמלית, ולהגיע להגדרה המדויקת רק לאחר הבנה אינטואיטיבית. כדאי להציג גם דוגמאות נגדיות (פונקציה שאינה עולה ואינה יורדת בכל התחום). **הנמקה והסבר:** מומלץ לעודד תלמידים להסביר במילים את מה שהם רואים, כדי לחזק הבנה מושגית ולא רק זיהוי טכני . יש להדגיש שהמושג מתייחס לכל התחום הנתון, ולא רק לחלקים ממנו.

<table>
<tr><th>נושאים מרכזיים</th><th>ידע: מושגים, הגדרות וכללים
מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)</th><th>הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)</th></tr>
<tr><td colspan="3">עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית
גמישות, יצירתיות והנמקה: יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות, (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות, (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות וגם (ד) ליצור בעיות חדשות</td></tr>
<tr><td>מבוא לפונקציות</td><td>הגדרות:
פונקציה היא התאמה בין שתי קבוצות, שבה לכל איבר בקבוצה אחת הנקראת תחום הגדרה, מותאם בדיוק ערך אחד בקבוצה השנייה הנקראת קבוצת היעד (טווח)
תחום הגדרה - הוא קבוצת כל הערכים שמותר להציב בפונקציה.
ערך הפונקציה - לכל ערך בתחום ההגדרה מותאם ערך יחיד של הפונקציה.
נקודה על גרף של פונקציה מתוארת באמצעות הזוג: $(x,f(x))$, כלומר הרכיב הראשון מייצג את ערך ה- x והרכיב השני מייצג את ערך הפונקציה המתאים לו.
ייצוג גרפי של פונקציה - גרף מייצג פונקציה אם כל ישר אנכי, שערך ה-x שלו נמצא בתחום ההגדרה, חותך את הגרף לכל היותר בנקודה אחת.

ייצוגים של פונקציה - ניתן לייצג פונקציה בכמה דרכים: תיאור מילולי , טבלת ערכים , כלל אלגברי , גרף .

מיומנויות מתמטיות

זיהוי תחום הגדרה, התאמת ערך פונקציה לערך נתון, קריאה ופרשנות של גרף, מעבר בין ייצוגים שונים של פונקציה , זיהוי האם גרף מסוים מייצג פונקציה, שימוש בשפה וסימון מתמטיים תקינים, חשיבה לוגית והסקת מסקנות, זיהוי קשרים ותבניות, ארגון מידע והצגתו, נימוק והצדקה .</td><td>מושג הפונקציה הוא מושג יסודי במתמטיקה, ולכן חשוב להציגו תחילה ברעיון כללי של "התאמה" ולא רק בכלל חישובי. מומלץ להתחיל מדוגמאות מחיי היום-יום : מחיר כפונקציה של כמות מוצרים , מרחק כפונקציה של זמן , ציון כפונקציה של מספר תשובות נכונות .

חשוב להדגיש את רעיון ה"חד-ערכיות": לכל ערך מתחום ההגדרה מותאם ערך אחד בלבד בטווח

סדר הוראה מומלץ

הצגת רעיון ההתאמה באמצעות דוגמאות מילוליות .

מעבר לטבלאות התאמה .

הצגת כלל פונקציה פשוט .

ייצוג גרפי של פונקציה .

דיון בתחום ההגדרה ובמשמעותו .

מעבר בין ייצוגים שונים של אותה פונקציה .

בדיקה האם גרף מסוים מייצג פונקציה באמצעות מבחן הישר האנכי .

דגשים בהוראת גרפים

בכל דיון על גרף יש להתייחס למשמעות של צירי הקואורדינטות .

חשוב לקשר בין נקודה על הגרף לבין משמעותה בהקשר הנתון .

יש להרגיל תלמידים לבדוק האם ייצוג גרפי מתאים להגדרת פונקציה .

טעויות נפוצות שכדאי לתת עליהן את הדעת

בלבול בין x לבין $f(x)$;
קושי בהבנת תחום ההגדרה .</td></tr>
</table>

נושאים מרכזיים	**ידע: מושגים, הגדרות וכללים** **מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)**	**הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)**
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית **גמישות, יצירתיות והנמקה:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות, (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות, (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות וגם (ד) ליצור בעיות חדשות		
פונקציה בייצוג אלגברי	**הגדרות וכללים**: פונקציה יכולה לתאר קשר בין שני גדלים במצבים מהמציאות. במקרים אלה המשתנה הבלתי-תלוי מייצג גודל שניתן לבחור את ערכו, ערך הפונקציה (המשתנה התלוי) נקבע בהתאם לערך שנבחר. **מיומנויות מתמטיות** זיהוי מהו המשתנה הבלתי-תלוי, מהו המשתנה התלוי, מה מייצג ערך הפונקציה בהקשר המעשי . מעבר בין תיאור מילולי לייצוג אלגברי. **עבור הפונקציות שיוגדרו בדרך כלל עבור ערכים חיוביים**: תיאור מצב מעשי באמצעות ביטוי אלגברי, זיהוי פונקציה המתאימה לתיאור נתון, קישור בין משמעות המשתנים לבין המציאות המתוארת. בייצוג אלגברי של פונקציה ללא הקשר מעשי התלמידים יעסקו בפונקציות הנתונות באמצעות כלל אלגברי בלבד; חישוב ערך פונקציה באמצעות הצבה. **עבור הפונקציות שיוגדרו לכל המספרים**, אלא אם צוין אחרת: זיהוי מהו המשתנה הבלתי-תלוי, מהו המשתנה התלוי, מה מייצג ערך הפונקציה בהקשר המעשי, הבנת משמעות תחום ההגדרה, שימוש נכון בסימון פונקציות. **מיומנויות חוץ-מתמטיות ומיומנויות המאה 21:** קישור בין מתמטיקה למצבים מהחיים, קריאה ופרשנות של מידע, תרגום בין שפה מילולית לשפה מתמטית, פיתוח חשיבה לוגית והבנת קשרי סיבה ותוצאה .	**סדר הוראה מומלץ** התחלה ממצבים מעשיים מוכרים לתלמידים . תיאור הקשר באמצעות טבלה . מעבר לביטוי אלגברי המתאר את הקשר . זיהוי המשתנה הבלתי-תלוי והמשתנה התלוי . חישוב ערכי פונקציה באמצעות הצבה . מעבר הדרגתי לפונקציות ללא הקשר מעשי . דגשים דידקטיים מומלץ להתחיל בדוגמאות שבהן משמעות המשתנים ברורה ואינטואיטיבית . חשוב להדגיש שהפונקציה מתארת תלות בין גדלים . יש לקשור באופן עקבי בין הסימון האלגברי לבין משמעותו המעשית . מומלץ להשתמש בטבלאות לפני המעבר לכתיבה פורמלית של פונקציה. יש להקדיש תשומת לב מיוחדת להבחנה בין המשתנה הבלתי-תלוי — הגודל שאותו בוחרים , והמשתנה התלוי — הגודל שערכו נקבע בהתאם . לאחר ביסוס ההבנה בהקשרים מעשיים, מומלץ לעבור בהדרגה לפונקציות מופשטות ללא הקשר מציאותי, כדי לפתח חשיבה אלגברית כללית.

<table>
<tr><th>נושאים מרכזיים</th><th>ידע: מושגים, הגדרות וכללים
מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)</th><th>הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)</th></tr>
<tr><td colspan="3">עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית
גמישות, יצירתיות והנמקה: יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות, (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות, (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות וגם (ד) ליצור בעיות חדשות</td></tr>
<tr><td>תיאור גרפי של תופעות ליניאריות - קריאת מידע מגרף ליניארי</td><td>הגדרות וכללים:
התאמה: לכל ערך שיש על הציר האופקי, הגרף מתאר התאמה שלו לערך על הציר האנכי.
מיומנויות מתמטיות:
קריאה והבנה של מלל קצר ופשוט.
קריאת גרף וסרטוט גרף הנמקה והצדקה.
סרטוט במדויק על גבי מערכת צירים לפי טבלת ערכים.
ספירליות: הכללה מרביע ה-I, בסיס למשוואת ישר
מיומנויות המאה ה-21:
חשיבה ביקורתית: הבנת רציפות הקו לעומת נקודות הקשר בין ייצוג בטבלה לגרף רציף "נקודות חסרות בטבלה"
אוריינות: יישומים מציאותיים של קווים ישרים</td><td>יושם דגש על צורה של קו ישר, החורג מהתיאור של נקודות, כפי שהיה עד כה.
בהתייחס לגרף של נקודות שנלמד בעבר, ניתן להוסיף נקודות מתאימות על הגרף, בין שתי נקודות קיימות, והכללת תוספת הנקודות לתיאור קווי.
יושם דגש על גרפים המתארים קשרים/חוקים מציאותיים.
יושם דגש על קווים ישרים שחורגים מרביע I כפי שהיה עד כה. הרחבת הישר למערכת שלמה, כוללת תוספת של ביטויים אלגבריים שבהצבה בהם יש פעולות עם מספרים מכוונים.
הנמקה:
יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי:
לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות.</td></tr>
</table>

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית **גמישות, יצירתיות והנמקה:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות, (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות, (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות וגם (ד) ליצור בעיות חדשות		
מושג קצב שינוי, קצב שינוי אחיד וקצב שינוי לא אחיד, שיפוע של ישר	**הגדרות וכללים**: **קצב שינוי** בגרף הוא המנה שבין השינוי בערכי ה-y לבין השינוי בערכי ה-x. הקשר בין X ו- Y הינו קשר פונקציונלי. אם אותה המנה מתקבלת לכל שני ערכים שונים של x, אז **קצב השינוי הוא אחיד**. בבל מקרה אחר - פונקציה משתנה בקצב שאינו אחיד (משתנה). יש להכיר את משמעות השיפוע מתוך טבלת ערכים ומתוך הגרף. **השיפוע של ישר** היא היחס שבין קצב שינוי של y לבין שינוי של x. **תלמידים צריכים להבין כי:** - קיים קשר בין שיפוע ישר לבין קצב שינוי אחיד. - בגרף עם קצב שינוי קבוע בחירת נקודות למציאת השיפוע אינה משפיעה על ערכו (כיוון שמתקבלת פרופורציה). - לישרים מקבילים במערכת הצירים שיפועים שווים. - השיפוע של ישר אופקי הוא אפס. **מעבר בין ייצוגים:** טבלה ← חישוב שיפוע ← גרף **ספירליות:** פרופורציות (יסודי), בסיס למשוואת ישר **מיומנויות המאה ה-21:** **חשיבה ביקורתית:** הבנת קצב שינוי קבוע מול משתנה **אוריינות:** שיפוע במהירות, קצב, מחיר ליחידה	יש לתת דוגמאות לגרפים מציאותיים שבהם קצב השינוי אחיד וגם לתת דוגמאות לגרפים שבהם קצב השינוי אינו אחיד. יש לקשר בין סימן השיפוע לבין העלייה או הירידה של הישר המתאים. מומלץ לפתח יכולת לאמוד את גודלו של השיפוע מתוך התבוננות בגרף. יושם דגש על שיפוע המתאר מצב מציאותי. **הנמקה והסבר:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: לנמק ולהסביר תשובות ודרכי פתרון.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית **גמישות, יצירתיות והנמקה:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות, (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות, (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות וגם (ד) ליצור בעיות חדשות		
ייצוג אלגברי של קשר ליניארי, משוואת הישר, התאמת ישר למשוואתו	מיקוד בקשר בין - קו ישר במערכת הצירים - קצב השינוי הוא אחיד - הייצוג האלגברי של הישר מהצורה: y = mx + b פרמטר m - המקדם של x - הוא שיפוע הישר. אות b - האיבר החופשי הינו ערך ה-y של נקודת החיתוך עם הציר האנכי. לישר יש תחומי חיוביות ותחומי שליליות. **מיומנויות מתמטיות:** התאמת ישר לנתונים המופיעים בטבלה וסרטוטו. זיהוי שיעורי נקודות המונחות על ישר על סמך משוואת הישר. מציאת משוואת ישר על סמך שיפוע הישר ונקודה שעליו. מציאת משוואת ישר על סמך שתי נקודות שבהן הישר עובר. איתור תחומי חיוביות שליליות בעזרת התבוננות בנקודת חיתוך הישר עם ציר x , או בעזרת הצבה y=0 במשוואת הישר, ופתרונה. כתיבת משוואה עבור סיטואציה מתוארת באופן מילולי. מציאת סיטואציה שמתאימה למשוואה. **מעבר בין ייצוגים:** משוואה ⟷ גרף ⟷ טבלה **ספירליות:** סינתזה של כל הידע על קשר הליניארי, בסיס למערכות משוואות **מיומנויות המאה ה-21:** **חשיבה ביקורתית:** בדיקת קשר בין ייצוג אלגברי לגרפי במצבים שלא כול הגרפים מתאימים למשוואות או לא כול המשוואות מתאימות לגרפים **אוריינות:** הצגת דוגמאות מציאותיות לקשרים ליניאריים	יש לפתוח בדוגמאות שבהן קצב ההשתנות אחיד (טבלאות ערכים וגרפים) וללמוד שכל גרף שבו קצב השינוי הוא אחיד ניתן לייצוג באמצעות משוואה מהצורה y = mx + b. יש להתאים ישר במערכת הצירים למשוואתו בעזרת הצבות של אפס, והיסק לגבי שתי נקודות החיתוך שלו עם הצירים (כאשר יש כאלה). יש להתאים ישר נתון במערכת הצירים למשוואתו בהסתמך על שני המאפיינים של משוואת הישר. סרטוט ישר על סמך משוואתו, בהסתמך על שני המאפיינים של משוואת הישר. יש לקשר את האקסיומה שבין שתי נקודות עובר קו ישר אחד, לכך שמתקבלת משוואה יחידה של ישר בין שתי הנקודות. יושם דגש על בקרה עצמית ורפלקציה לגבי ההתאמה המבוקשת.

הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	נושאים מרכזיים
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית **גמישות, יצירתיות והנמקה:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות, (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות, (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות וגם (ד) ליצור בעיות חדשות		
ניתן לאפשר שימוש במחשבון. נושא זה מהווה יישום של הנלמד בתחום המספרי. יש ללמד נושא זה רק לאחר חשיפתו במסגרת התחום המספרי. יש הציג מצבים שונים עבור הגדלה או הקטנה שתהיינה מבוססות על הבנת המשתמע מתיאור הבעיה. יש לפתח תובנה חשבונית ואלגברית לשימוש באחוזים באמצעות הדגשת היסוד הכפלי של הגדלה או הקטנה באחוזים. יושם דגש על בקרה עצמית ורפלקציה לגבי האפשרויות של התשובה הסופית ולגבי הדרך.	**מיומנויות מתמטיות:** פתרון משוואות הכוללות הגדלה או הקטנה באחוזים. פתרון בעיות אחוזים שימוש באחוזים. **חשיבה ביקורתית:** הבנת היסוד הכפלי של אחוזים, הבנה ששתי פעולות מבוצעות על גודל הנתון - הקטנה והגדלה (או הגדלה והקטנה) באחוז קבוע לא מחזיר את הגודל הנתון **אוריינות:** הנחות, ריבית, מס, שינויי מחירים מעבר בין ייצוגים בשני הכוונים: מילולי $\leftrightarrow$ משוואה עם אחוזים **ספירליות:** אחוזים מיסודי ומתחום מספרי, פתרון משוואות	**פתרון משוואות הכוללות הגדלה או הקטנה באחוזים**

<table>
<tr><th>נושאים מרכזיים</th><th>ידע: מושגים, הגדרות וכללים
מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)</th><th>הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)</th></tr>
<tr><td colspan="3">עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית
גמישות, יצירתיות והנמקה: יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות, (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות, (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות וגם (ד) ליצור בעיות חדשות</td></tr>
<tr><td>אי שוויונות ממעלה I ופתרונן</td><td>מושגים מרכזיים:
סימני אי שוויון, קבוצת פתרונות , תחום פתרונות
כללים:
חיבור/חיסור אותו מספר לשני האגפים אינו משנה את כיוון אי השוויון .
כפל/חילוק במספר חיובי אינו משנה את כיוון אי השוויון .
כפל/חילוק במספר שלילי מחייב היפוך כיוון אי השוויון .
פתרון אי שוויון הוא קבוצה של ערכים (ולא בהכרח ערך יחיד) .
מיומנויות מתמטיות:
הרכבת אי שוויון על סמך תיאור מילולי.
פתרון אי שוויונות ליניאריים באמצעים אלגבריים .
ייצוג פתרונות על ישר המספרים
בדיקה האם ערך נתון הוא פתרון (פתרון חלקי).
זיהוי והסקת תחום פתרונות מתוך ייצוג גרפי.
הבנת השפעת פעולות אלגבריות על כיוון אי השוויון.
ניתוח מצבים ופתרון בעיות הכוללות אי שוויונות.
בקרה עצמית על פתרונות באמצעות הצבה והיגיון מתמטי.
חשיבה כמותית ולוגית: ניתוח קשרים בין גדלים והסקת מסקנות.
פתרון בעיות רב שלביות ובעיות מורכבות :תכנון תהליך פתרון הכולל מספר שלבים.
מיומנויות המאה ה-21:
חשיבה ביקורתית: בדיקת נכונות הפתרון והערכת סבירותו.
מעבר בין ייצוגים שונים: מילולי ↔ אלגברי ↔ גרפי.
אוריינות מתמטית: הבנה ושימוש בשפה מתמטית מדויקת בסיטואציות מציאותיות.
מיון וסיווג: הבחנה בין סוגי אי שוויונות ופתרונותיהם.</td><td>יש להתחיל מהיכרות אינטואיטיבית עם מושג אי שוויון דרך מצבים מחיי היום־יום (למשל: “לפחות”, “יותר מ־”, “עד”).
חשוב להדגיש שהפתרון הוא תחום ערכים ולא מספר יחיד, ולהמחיש זאת באמצעות ישר המספרים.
יש לשלב באופן עקבי מעבר בין ייצוגים שונים כדי לחזק הבנה מושגית.
יש לעסוק באי שוויונות גם באמצעים אלגבריים וגם באמצעים גרפיים, ולהדגיש את הקשר ביניהם.
יש להקדיש תשומת לב מיוחדת להיפוך כיוון אי השוויון בעת כפל/חילוק במספר שלילי, כולל הסבר רעיוני.
יש לשלב בדיקות של פתרונות באמצעות הצבה כדי לחזק הבנה ולא רק ביצוע טכני.
חשוב לעודד תלמידים להסביר את דרך הפתרון ולנמק את צעדיהם.
יש להציג טעויות נפוצות ולדון בהן כחלק מתהליך הלמידה.
מומלץ לשלב משימות של מציאת תחום משותף כדי לפתח חשיבה על חיתוך תנאים.
יש לעודד בקרה עצמית ורפלקציה על התהליך והתוצאה הסופית.
גמישות, יצירתיות והנמקה:
ביצוע ויישום: יישום כללים אלגבריים בצורה נכונה.
הנמקה והצדקה: מומלץ לדרוש הסבר של שלבי הפתרון ובחירת הפעולות.
הַקְשָׁרָה למציאות ומידול מתמטי: מומלץ לשלב משימות פתרון וניסוח בעיות מבוססות מציאותיות באמצעות אי שוויונות.</td></tr>
</table>

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית **גמישות, יצירתיות והנמקה:** יש לבקש מהתלמידים (לכלול דרישה בספרי לימוד) באופן סיסטמתי: (א) לנמק ולהסביר תשובות ופתרונות, (ב) לפתור בעיות בדרכים שונות, (ג) להעלות שאלות על בסיס סיטואציות שונות וגם (ד) ליצור בעיות חדשות		
פתרון מערכת משוואות שהצגתן מפורשת	**מיומנויות מתמטיות:** פתרון מערכות משוואות באמצעים גרפיים. פתרון מערכות משוואות בעזרת השוואת ביטויים. זיהוי מספר הפתרונות של המערכת (אפס או אחד בשלב זה). פתרון בעיות מילוליות אורייניות שאותן ניתן לפתור באמצעות פתרון מערכת של שתי משוואות קוויות בשני נעלמים. **מעבר בין ייצוגים:** מערכת ↔ גרף ↔ פתרון **ספירליות:** סינתזה של תכונות ישרים במערכות צירים ומשוואות לינאריות **מיומנויות המאה ה-21: חשיבה ביקורתית:** הבנת נקודת חיתוך כפתרון משותף; **אוריינות:** שאלות עם תנאים מגבילים, שני תנאים במקביל	יכולת התרגום בין ייצוגים שונים היא בסיסית לצורך אוריינות מתמטית. חשוב: אינסוף פתרונות יילמדו כאשר ההצגה לא תהיה רק מפורשת. כאשר נתונות משוואות של שני קוים ישרים ומעלה (אך לא רק במצב זה) נוח להבדיל ביניהן באמצעות סימונים שונים. מקובל לסמן משוואות שונות בצורה: y=f(x), y=g(x), y=h(x). שיטת סימון כזו נוחה לסימון של הצבות. יש לפתוח בפתרון מערכות שבהן אחת המשוואות מתאימה לישר אופקי.
פתרון מערכות משוואות בשני נעלמים	**מיומנויות מתמטיות:** פתרון מערכת משוואות בשיטת ההצבה כאשר אחת מהמשוואות רשומה בייצוג מפורש פתרון מערכת משוואות בשיטת ההצבה כאשר שתי המשוואות אינן בייצוג מפורש. פתרון מערכת משוואות בשיטת השוואת מקדמים. זיהוי מספר הפתרונות שיש למערכת: 0, 1 או אינסוף. **מעבר בין ייצוגים:** מערכת משוואות ↔ הצבה/חיסור ↔ פתרון **ספירליות:** שיטות פתרון מתקדמות, בסיס למערכות משוואות ממעלה גבוהה יותר **מיומנויות המאה ה-21: חשיבה ביקורתית:** בחירת שיטה מתאימה, זיהוי מקרי קצהף **אוריינות:** יישום במצבים מורכבים עם מספר משתנים	

מתווה לתוכנית לימודים

בחטיבת הביניים במתמטיקה

כיתות ז׳–ט׳

1. רציונל ומטרות

תקופתנו מתאפיינת בשינויים מהירים במדע, טכנולוגיה, חברה וכלכלה. המתמטיקה היא התשתית להבנת מדעי הטבע, מדעי המחשב, הנדסה ומדעי החברה. חטיבת הביניים אמורה להעניק את הבסיס להבנת מושגים ומבנים מתמטיים ולפתח מיומנויות וכישורים. מתמטיקה של חטיבת הביניים היא חלק אינהרנטי של המתמטיקה כתחום דעת מדעי וכחלק מהתרבות האנושית.

1.1 מטרת התוכנית: מימוש הפוטנציאל המתמטי

הפוטנציאל המתמטי הוא מכלול של מרכיבים המאפשרים למידה וביצוע מתמטי (Leikin, 2009):

- **יכולת קוגניטיבית:** כוללת מיומנויות קוגניטיביות כלליות, ידע ומיומנויות מתמטיות, ויצירתיות מתמטית. ידע ומיומנויות מתמטיות הינם הבסיס הנלמד שעליו מתבססת הפעילות המתמטית.
- **רגש:** גלובלי (מוטיבציה ועמדות כלפי המתמטיקה) ולוקלי (הנאה, עניין וחרדה בהקשר ספציפי). סקרנות מתמטית הינה שילוב קוגניציה ורגשת באה לידע ביטוי בהבנת פערים בידע במיומנויות מלווים במוטיבציה לסגור את הפער.
- **מאפייני אישיות:** גמישות, פתיחות, ביטחון עצמי משפיעים באופן משמעותי תהליך למידה ואינטרקציה של תלמיד עם מורה, חומר לימודי ותלמידים אחרים ולכם משפיעים על תהליך למידה.
- **הזדמנויות למידה:** מערכת החינוך, בית הספר והמורים אחראים על מתן בעבר ובהווה – ההקשרים שבהם התלמיד נחשף למתמטיקה

מטרת התוכנית היא לאפשר לכל תלמיד לממש את הפוטנציאל המתמטי שלו – לפתח יכולות קוגניטיביות, לבנות ידע ומיומנויות, לטפח עמדות חיוביות כלפי המתמטיקה, ולהעניק הזדמנויות למידה מונעת סקרנות משמעותית ומגוונת.

1.2 פילוסופיה חינוכית

תכנית הלימודים מונעת על ידי יקרנות הבאים:

- למידה מותאמת לרמת הפוטנציאל של תלמידים
- למידה משלבת חשיבה עצמאית וחשיבה שיתופית
- דגש על אוריינות מתמטית כחלק אינטגרלי מהלמידה
- למידה מפתחת מיומנות המאה ה- 21, כגון, יצירתיות, חשיבה ביקורתית, גמישות מחשבתית - קוגניטיבית וחברתית.
- גישור על פערי הישגים והבטחת שוויון ונגישות לכל התלמידים
- תחושת מסוגלות, ויסות עצמי, אהבת המקצוע, סקרנות והתמדה
- שילוב אוריינות בכל תחומי הלימוד באופן שיטתי

2. ידע ומיומנויות, אוריינות וחשיבה מתמטית כמרכיבים עיקריים בתכנית הלימודים

2.1 ידע מתמטי

ידע מתמטי הוא מכלול ההגדרות, המושגים, המשפטים, העובדות והכלים המרכיבים את הדיסציפלינה המתמטית. הוא עונה על השאלה "מה זה?" וכולל הגדרות מושגים, משפטים, אקסיומות ונוסחאות.

2.2 מיומנויות יסוד

הגישה המסורתית בהוראת המתמטיקה התמקדה בפיתוח מיומנויות חישוביות ואלגוריתמיות. מיומנויות אלה חשובות ואין לוותר עליהן כבסיס להתקדמות. יחד עם זאת, יש למצוא את המאזן הנכון בין מיומנויות אלגוריתמיות לבין מיומנויות אסטרטגיות, יצירתיות ואוריינות.

2.2 סוגי הבנה

התוכנית משלבת שני סוגים מרכזיים של הבנה מתמטית:

- הבנה אינסטרומנטלית: ידיעת כללים, נוסחאות ופרוצדורות ללא הבנת הסיבות או ההיגיון שמאחוריהם.
- הבנה רלציונית: הבנת הקשרים הפנימיים בין מושגים מתמטיים – ידיעת "למה" ולא רק "איך". מאפשרת גמישות וחיבור בין תחומים.

2.3 אוריינות מתמטית

אוריינות מתמטית היא יכולתו של אדם לחשוב באופן מתמטי ולנסח, להפעיל ולפרש מתמטיקה כדי לפתור בעיות במגוון הקשרים מהעולם האמיתי. היא כוללת מושגים, מיומנויות, עובדות וכלים לתיאור, הסבר וניבוי תופעות. היא מסייעת לאנשים להכיר את התפקיד שהמתמטיקה ממלאת בעולם ולקבל החלטות ושיפוטים מבוססים הנחוצים לאזרחים במאה ה-21.

המתמטיקה תילמד בהקשרים מגוונים:

הקשרים

- אישי – בעיות מחיי היום-יום
- מקצועי – הקשרים לעולם העבודה
- חברתי – בעיות קהילתיות, סקרים, דמוגרפיה
- מדעי – בעיות מתחום המדעים והטכנולוגיה

קשרים בין-תחומיים

- מדעים: איסוף נתונים, מדידה, פרויקטים סביבתיים
- לימודי חברה: בעיות קהילתיות, סקרים, דמוגרפיה
- מיומנויות חיי יום-יום: ניהול כסף, זמן, מדידות בישול

2.4 מיומנויות המאה ה-21

לימודי מתמטיקה ישלבו באופן סיסטמתית את המשימות המכוונות למיומנויות המאה ה-21.

- חשיבה ביקורתית ויצירתיות
- מחקר וחקירה
- ויסות עצמי, רפלקציה והתמדה
- תקשורת, שיתופיות והובלה
- חשיבה מערכתית
- יוזמה והתמדה

2.5 חשיבה מתמטית

חשיבה מתמטית כוללת חשיבה דדוקטיבית ואינדוקטיבית, וכן חשיבה אבדוקטיבית. היא כוללת:

הערכת מצבים ובחירת אסטרטגיות, הסקת מסקנות לוגיות, פיתוח ותיאור פתרונות, זיהוי כיצד ניתן ליישם ידע ומיומנויות בסיטואציות מגוונות, העלאת השערות ובדיקתן, הכללות והנמקות.

התוכנית תפתח מגוון דרכי חשיבה:

- חשיבה דדוקטיבית – הסקת מסקנות מהכלל אל הפרט
- חשיבה אינדוקטיבית – הסקת כללים ממקרים פרטיים
- חשיבה יצירתית – מציאת פתרונות מקוריים, גילוי קשרים חדשים וגישות לא שגרתיות
- חשיבה ביקורתית – הערכת נכונות, סבירות ואיכות של טענות ופתרונות
- חשיבה מערכתית – ראיית המערכת השלמה, הבנת קשרי גומלין ותלויות
- חשיבה אבדוקטיבית –ההסבר, הנמקה והגיון וסבירות לתופעה נצפית

2.6 כישורי המללה וניסוח

- פיתוח כישורי המללה: הבנת הנקרא, ניסוח מילולי אקטיבי
- פיתוח כישורי ניסוח הסברים ושימוש במושגים מתמטיים בהקשרים המתאימים
- פיתוח יכולות הכללה
- בניית יסודות לחשיבה ביקורתית: הערכת נכונות פתרונות בהתבסס על החומר הנלמד

2.7 המאזן הנכון בין מיומנויות אלגוריתמיות לבין מיומנויות אסטרטגיות, יצירתיות ואוריינות.

התוכנית מכוונת לפיתוח חשיבה אסטרטגית תוך המלצה שעל שילוב בעיות מבוססות אסטרטגיות

- תרגול תרגום וקישורים בין שפה מתמטית לשפה יומיומית
- עידוד ייצוג חזותי (ציור תמונות, דיאגרמות)
- דגש על הסבר החשיבה, לא רק על תשובות נכונות
- פיתוח אומדן וחשבון מנטלי
- התחלה בבעיות פשוטות וקונקרטיות, התקדמות לבעיות רב-שלביות עם אילוצים מהעולם האמיתי
- פתרון בעיות פתוחות ובעיות מרובות פתרונות
- שילוב משימות חקר ועוד.

3. תחומי הלמידה המרכזיים

התוכנית מתבססת על ארבעה תחומי למידה מרכזיים, בהתאמה לסטנדרטים בינלאומיים.. כל תחום מקושר לתחומים אחרים במתמטיקה ולתחומים חוץ-מתמטיים. כוונת התוכנית להטמיע תכנים באופן שיועילו לתלמידים בחייהם כבוגרים.

3.1 תחום מספרי

כולל מספרים ופעולות, אחוזים, יחידות מידה, קנה מידה, יחס, אומדנים וקצב.

3.2 תחום אלגברי

כולל אלגברה, פונקציות, דפוסים, משתנים, קצב שינוי, משוואות ותופעות צמיחה.

3.3 תחום גיאומטרי

כולל גיאומטריה, צורות, מיקום במרחב, מדידות, קירוב גיאומטרי, קואורדינטות וטרנספורמציות גיאומטריות (הזזה, סיבוב, שיקוף ושינוי קנה מידה).

3.4 תחום האי-וודאות

תחום זה יכלול תגבור משמעותי לעבודה עם נתונים, גרפים וייצוגים שונים, הקשר למצבי חיים אמיתיים, הבנת קבלת החלטות מותנית והשפעת הנחות על מסקנות. יכלול סטטיסטיקה, הסתברות, טבלאות, גרפים, ממוצע, שונות ופיזור נתונים.

לימוד התחומים יתבסס על מבנים תיאורטיים חזקים, על דיוק ועל חשיבה לוגית. הוא יניח יסודות מוצקים ויפתח יכולות רציונליות. חשוב להרחיב את המבט כך שהמתמטיקה לא תיתפס כסדרת כללים ואלגוריתמים, אלא כשפת חשיבה, כדרך לניתוח מצבים, וככלי לקבלת החלטות מבוססות.

4. עקרונות פדגוגיים-דידקטיים

- **רלבנטיות:** יצירת רלבנטיות לתלמידים עשויה להפוך את הלמידה לאפקטיבית ולהעלות מוטיבציה. המתמטיקה תילמד בהקשרים אישיים, מקצועיים, חברתיים ומדעיים.
- **שיח מתמטי:** עידוד השיח המתמטי – יכולת להסביר, להנמיק ולנסח רעיונות מתמטיים.
- **אוריינות:** טיפוח אוריינות מתמטית הכוללת דרכי התבטאות בייצוגים חזותיים, כמותיים ומילוליים, ושילוב ביניהם לפיתוח יכולות עיבוד מידע וקבלת החלטות מושכלות.
- **ספירליות:** התכנים ומיומנויות החשיבה יוצגו ברצף ספירלי, בהקשרים שונים בשכבות הגיל השונות, כשההתייחסות בכל שכבת גיל מוסיפה נדבכים חדשים.
- **טכנולוגיה:** שימוש מושכל בכלים ממוחשבים וויזואליזציה לסיוע בהבנה של מושגים ותהליכים מתמטיים, כולל הדמיות וסימולציות מחשב.
- **יצירתיות וגמישות:** דרישה מפורשת לריבוי פתרונות וייצוגים; פתרון בעיות פתוחות.
- **המשכיות:** תכנית 12 שנתית הכוללת תנאי קדם, חומר המשך, ואינטגרציה בין שלבי הלמידה (יסודי, חטיבה, תיכון).
- **שוויון ונגישות:** הבטחת יכולתם של כל התלמידים להשיג מיומנות מתמטית הולמת.

5. מסגרת הערכה

מסגרת ההערכה מתבססת על התהליכים המוכרים במבחנים הבינלאומיים (TIMSS, PISA):

5.1 רמות התהליך

בקיאות וידע:

- שליפה מהזיכרון, זיהוי ומיון/סיווג על סמך תכונות יסודיות
- חישוב בעזרת אלגוריתמים סטנדרטיים

בקיאות ויישום:

- ביצוע: פתרון בעיות בעזרת פעילות מתאימות ויעילות
- יישום פעילויות ותוכניות לפתרון בעיות
- ייצוג מידע בטבלאות, גרפים, משוואות ודיאגרמות

הנמקה:

- פתרון בעיות בהקשרים פחות מוכרים
- פירוק, הרכבה מחדש, זיהוי תבניות, הפשטה והכללה
- הצדקה בעזרת נימוקים מתמטיים

5.2 תהליכי הערכה

תהליך	הסבר
הצגה פורמלית (Formulating)	תרגום בעיה מחיי היומיום לשפה מתמטית
ביצוע (Employing)	שימוש בחישובים, מודלים, גרפים ונוסחאות לצורך פתרון
פרשנות והסקה (Interpreting)	ניתוח התוצאה, הבנת משמעותה בהקשר המציאותי ובדיקת סבירות
גמישות ויצירתיות מתמטית (Creativity and Flexibility)	פתרון משימות לא שגרתיות, פתוחות, מרובות פתרונות

5.3 הנחיות ליישום

- אינטגרציה של טכנולוגיה בהערכה
- מסגרות הערכה מגוונות
- הדרכת מורים
- פיתוח משאבי הוראה-למידה והערכה ברמה גבוהה
- שילוב בעיות רב-שלביות במבחנים ארציים
- פתרון בעיות מילוליות עם דגש על בעיות תנועה

6. מילון מושגים

מושג	הגדרה
אוריינות מתמטית	יכולתו של אדם לחשוב באופן מתמטי ולנסח, להפעיל ולפרש מתמטיקה כדי לפתור בעיות במגוון הקשרים.
חשיבה מתמטית	חשיבה דדוקטיבית ואינדוקטיבית הכוללת הערכת מצבים, בחירת אסטרטגיות, הסקת מסקנות, פיתוח פתרונות וזיהוי דרכי יישום.
חשיבה דדוקטיבית	הסקת מסקנות מהכלל אל הפרט.
חשיבה אינדוקטיבית	הסקת כללים ועקרונות ממקרים פרטיים.
חשיבה אבדוקטיבית	הסקת ההסבר הסביר ביותר לתופעה נצפית; "ניחוש מושכל" המוביל להשערה.
הבנה רלציונית	הבנת הקשרים הפנימיים בין מושגים – "למה" ולא רק "איך".
הבנה אינסטרומנטלית	ידיעת כללים ופרוצדורות ללא הבנת ההיגיון שמאחוריהם.
ספירליות	תכנים ומיומנויות חוזרים בשכבות גיל שונות בעומק ומורכבות גוברים.
ריגורוזיות מתמטית	תהליך מתמטי קפדני, מסודר, מדויק ומבוסס לוגית.
פוטנציאל מתמטי	מכלול של יכולות קוגניטיביות, רגש, מאפייני אישיות והזדמנויות למידה המאפשרים למידה וביצוע מתמטי.
קבלת החלטות מותנית	הבנה שהנחות בבניית מודל משפיעות על המסקנות; שינוי הנחות עשוי להוביל למסקנות שונות.
הדמיות מחשב	שימוש באלגוריתמים ממוחשבים לדימוי תהליכים מורכבים.
טרנספורמציות גיאומטריות	הזזה, סיבוב, שיקוף ושינוי קנה מידה.
שיח מתמטי	יכולת להסביר, להנמיק ולנסח רעיונות מתמטיים; כולל דיון, הצדקה ושכנוע.
ויסות עצמי	יכולת הלומד לנטר, לכוון ולשלוט בתהליכי הלמידה שלו.
רפלקציה	חשיבה לאחור על הלמידה, זיהוי מה הצליח ומה לא, והסקת מסקנות לשיפור.
המללה	יכולת אקטיבית לניסוח מילולי של רעיונות מתמטיים; הבנת הנקרא וביטוי מושגים.

עדכון תוכנית הלימודים במתמטיקה לחטיבת הביניים

חושבים אחרת, מקדמים את כולם

שמירה על עקרונות מרכזיים

שילוב בין פיתוח מיומנויות חישוב לבין הבנה מתמטית מעמיקה.

הדגשת דרכי חשיבה מתמטית ופתרון בעיות

חיזוק הקשרים בין נושאים שונים במתמטיקה.

שימוש בייצוגים מתמטיים, הכללה, נימוק והצדקה, והסקת מסקנות.

מעבר בין ייצוגים שונים של מידע: מילולי, חזותי, ואלגברי.

שלושה עדכונים מרכזיים

תחום אי-ודאות
(סטטיסטיקה והסתברות)

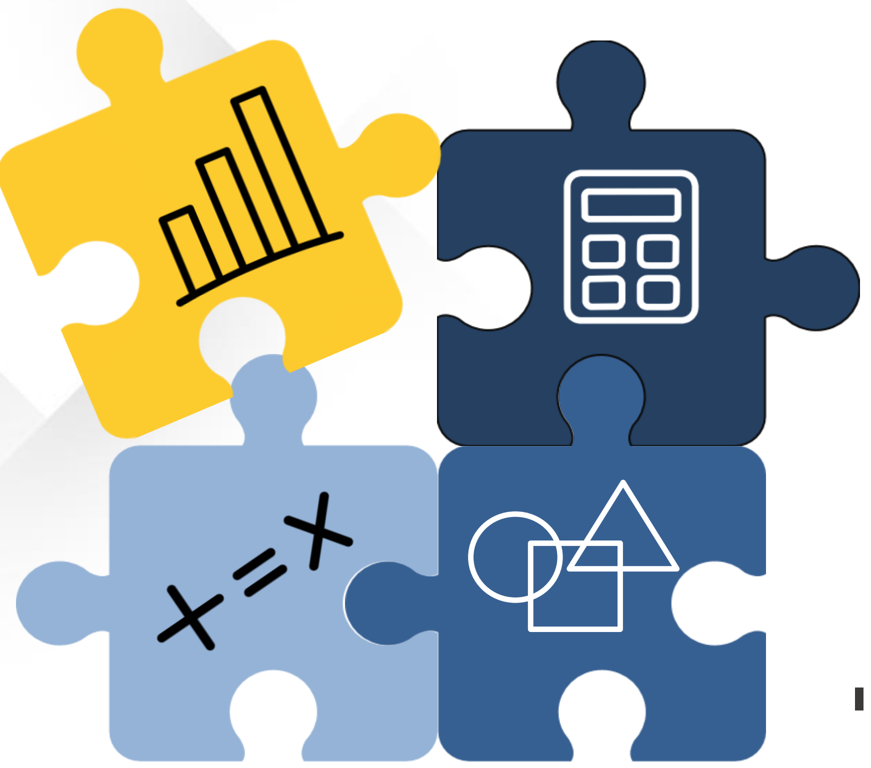
מידול מתמטי

מבנה ספירלי חדש

תחום אי-ודאות (סטטיסטיקה והסתברות)

נושאי הסטטיסטיקה וההסתברות מתרחבים ומהווים תחום נוסף שנקרא אי וודאות.

הדגש הוא על ניתוח, פירוש והסקה של מידע כמותי באמצעות כלים סטטיסטיים והסתברותיים.



מה היה בתוכנית הקודמת:

נושא הסטטיסטיקה וההסתברות נלמד כחלק מהתחום המספרי

מידול מתמטי

מעבר מפתרון בעיות בהקשר יישומי למידול מתמטי – שימוש במתמטיקה כדי להבין, לייצג מתמטית ולפרש מצבים מהעולם האמיתי.

המידול המתמטי מוטמע בתוכנית באופן אינטגרלי בתוך הוראת הנושאים השונים. (כתומך בלמידת התוכן המתמטי).

מידול מתמטי

- תחום מספרי
- תחום גאומטרי
- תחום אלגברי
- תחום אי-ודאות (סטטיסטיקה והסתברות)

מה היה בתוכנית הקודמת:

פתרון בעיות מתמטיות בהקשרים יישומיים

מבנה ספירלי חדש

ארגון הנושאים בחשיבה ספירלית תלת-שנתית.

בניית נושאים באופן הקשרי ומבוסס צורך, במטרה לאפשר למידה מעמיקה ומשמעותית.

הדגשת נושאים מסוימים החל מכיתה ז', לבנייה הדרגתית של תהליך חשיבה מתמטית מתקדמת כהכנה לתוכנית הלימודים החדשה בתיכון בכל כיתות הלימוד ובכל רמות הלימוד.

נושאים נגישים
- הועברו לכיתה ז'
- מותאמים לגיל ויכולת
- בנייה הדרגתית ונכונה של חשיבה מתמטית

נושאים מאתגרים
- הועברו לכיתה ח'
- העמקה בחשיבה המתמטית

דוגמאות לנושאים שהוקדמו לכיתה ז':
- סטטיסטיקה, הסקת מסקנות ותנאי אי-ודאות
- חיבור בין גאומטריה קדם-היסקית לגאומטריה אנליטית
- הזזה, סיבוב או היפוך של צורות במישור
- גאומטריה של גופים מרחביים (נפח, שטח מעטפת)

מה היה בתוכנית הקודמת:

שלושה סבבי לימוד בכל שנת לימוד

מטרות-על

התאמה לסטנדרטים והערכות בינלאומיות

התאמה לתוכנית הלימודים החדשה בתיכון

מטרות ממוקדות סביב עדכונים מרכזיים בתוכנית

הכנה לעולם מבוסס AI ונתונים

פיתוח מיומנויות חשיבה, אזרחות אחראית, והתאמה לדרישות המאה ה-21

קידום שוויון הזדמנויות בתוך ובין תת-אוכלוסיות שונות בחברה הישראלית

תחום אי-ודאות (סטטיסטיקה והסתברות)

מידול מתמטי

מבנה ספירלי חדש

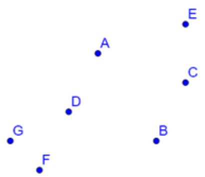
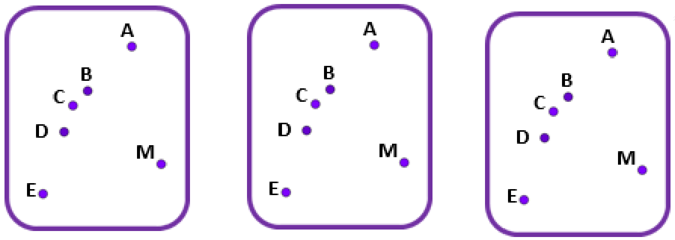
גאומטריה קדם היסקית לכיתה ז

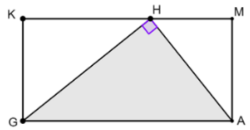
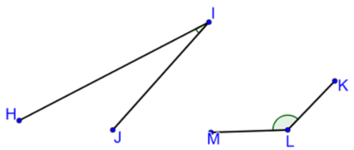
התוכנית המוצגת כאן הינה עדכון של התוכנית הקודמת, ושומרת על אותם עקרונות תוך הדגשת מספר היבטים, והתאמה לתוכניות הקיימות ביסודי, בחטיבה העליונה, ולסטנדרטים בינלאומיים. התחום הגאומטרי בכיתה ז מהווה פרק המשך ללימודים של בית הספר היסודי וממשיך בגישה הקדם היסקית. המעבר לחשיבה היסקית ולכתיבת הוכחה תעשה באופן מדורג רק במחצית השנייה של כיתה ח כהכנה לקראת לימודי כיתה ט. העיקרון של גאומטריה קדם-היסקית הוא הרחבת עולם הידע הגאומטרי במישור ובמרחב, תוך הדגשת השימושית שלו וההקשר שלו לעולם שבו אנו חיים.

כהמשך של תוכנית הגאומטריה ביסודי, הוצאו הנושאים הראשונים שהיו בתוכנית הקודמת ואשר נלמדו ביסודי. יש להתבסס על כך שהתלמידים מכירים באופן אינטואיטיבי, על סמך לימודיהם בבית הספר היסודי, את המאונכות וההקבלה בין קטעים במישור ובמרחב. לעומת זאת, נושא הזוויות ומדידתן מקבל הרחבה בתוכנית זו ביחס לקודמתה. בתוך כל אחד מהנושאים המופיעים בתוכנית ישנו דגש על פתוח מיומנויות מתמטיות וכשירויות שתידרשנה בהמשך הלמידה. תוכנית הלימודים מדגישה פתוח מדורג של מגוון מיומנויות אשר התלמידים יעזרו בהן בחייהם כבוגרים, גם מחוץ לשימושים מתמטיים.

בטבלה שלפנינו מוצגים הנושאים השונים הנמצאים בתחום, והמלצת מספר שעות ההוראה לכל נושא. מובן שההמלצות הללו אינן מותאמות לכל הכיתות בהתאם לרמות השונות ולמידת המוטיבציה של התלמידים ללמידה. בכיתות שהתלמידים טובים במיוחד ושולטים לעומק במיומנויות ובתוכן, אפשר לצמצם את מספר שעות ההוראה בנושאים אחדים. לעומת זאת, בכיתות שהתלמידים בהן טובים פחות ואינם שולטים לעומק במיומנויות ובתוכן, מומלץ להרחיב את מספר שעות ההוראה בכל תחום ולהתעכב בנושאים שדורשים עיכוב.

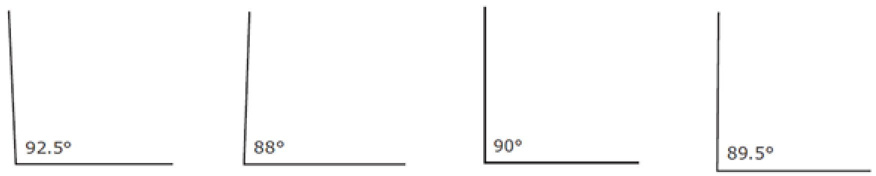
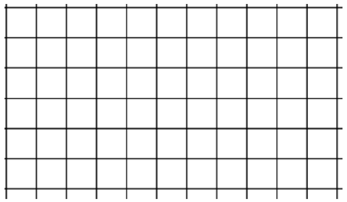
נושא מרכזי	תתי נושאים	המלצה לשעות הוראה
זוויות	מדידת זוויות ואומדנן, חוצה זווית, סכום והפרש של זוויות, זוויות צמודות וקודקודיות, זוויות במשולש שווה צלעות, סכום זוויות במשולש ובמרובע,.	20 שעות
חפיפת צורות במישור	הזזה, סיבוב ושיקוף של צורות במישור	5 שעות
שטחים א	שטחים במישור ובמרחב, כולל ריצופים וכולל התייחסות למערכת צירים.	4 שעות
משפט פיתגורס ושימושיו	שימוש על גבי מערכת צירים, חישובי היקפים ומסלולים.	8 שעות
שטחים ב	שטחים מורכבים, כולל שימוש במשפט פיתגורס.	4 שעות
גופים במרחב (קובייה ותיבה לאחר שטחים א', מנסרה משולשת לאחר שטחים ב')	קובייה, תיבה ומנסרה משולשת: נפח, פריסה ושטח פנים.	9 שעות

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
זוויות סימון זוויות זוויות שוות והשוואה בין זוויות	זווית היא צורה גאומטרית המורכבת משתי קרניים היוצאות מנקודה אחת. הנקודה נקראת קודקוד הזווית, שתי הקרניים נקראות שוקי הזווית. יש לעסוק בסימון זוויות: באמצעות אות לטינית גדולה אחת המסמלת את קודקוד הזווית , או באמצעות 3 אותיות לטיניות גדולות עם מספר קטן לצידה או באות יוונית. מומלץ להציג את דרכי הסימון של הזוויות בהדרגתיות. בשלב הראשון, ההשוואה בין זוויות תעשה באמצעות השוואה ישירה: הנחה של זווית אחת על גבי השנייה. השוואת זוויות אינה קלה להבנה שכן תלמידים נוטים להסתכל על תכונות בולטות לעין, כמו האורך המסורטט של שוקי הזווית.	1. א. חברו 3 נקודות כך שתתקבל זווית חדה. ציינו מה שם הזווית שסרטטתם. ב. חברו 3 נקודות כך שתתקבל זווית קהה. ציינו מה שם הזווית סרטטתם. ג. הקיפו את התשובה הנכונה: הזווית ACE היא זווית חדה/ישרה/קהה ד. הקיפו את התשובה הנכונה: הזווית EBF היא זווית חדה/ישרה/קהה  2. חברו 3 נקודות כך שתתקבל זווית ישרה. כתבו את שם הזווית שהתקבלה. מצאו מספר אפשרויות שונות: 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	מכיוון שכך, יש לשלב משימות מתאימות ולדון בהן. בפעילויות השונות של סימון הזוויות והשוואתן, ייעשה שימוש במושגים: זווית ישרה, זווית חדה, זווית קהה וזווית שטוחה. קביעת סוג הזווית תתבצע באמצעות השוואה לזווית ישרה (פינה של דף מלבני, סרגל ישר-זווית וכדומה), אפשר לשלב "יצירת" זוויות ישרות באמצעות קיפול נייר. יש לשלב בסרטוטים זוויות במנחים שונים. שתי הקרניים קובעות שתי זוויות. נהוג לסמן בסרטוט את הזווית שאליה מתכוונים. בדרך כלל דנים בזווית הקטנה	3. לפניכם 4 זוויות. סדרו אותן לפי גודלן מהקטנה לגדולה .  4. המרובע KMAG הוא מלבן. הנקודה H נמצאת על הצלע KM.המשולש GAH הוא משולש ישר זווית. כתבו שמות של זוויות שאפשר לדעת בוודאות שהן זוויות חדות. נמקו. כתבו שמות של זוויות שאפשר לדעת בוודאות שהן קהות. נמקו.  5. איתי טען:  $\measuredangle KLM < \measuredangle HIJ$ האם איתי צדק? אם לא- מדוע לדעתכם הוא עשה טעות?

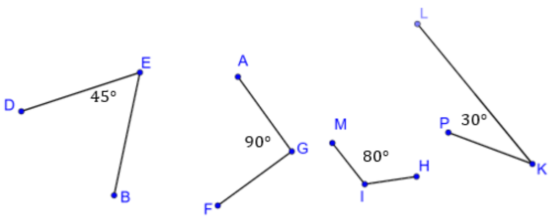
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	מבין השתיים. אחרת, יש לציין זאת במפורש יש לשלב שאלות שיש להן יותר מפתרון אחד, או שאין להם פתרון, שאלות המקדמות שיח כיתתי, ומשלבות חשיבה ביקורתית וחשיבה יצירתית.	

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
מדידה של זוויות בעזרת מד זווית אומדן של זוויות היכרות עם זוויות בדגש על זוויות שהן כפולות של 45^0 או 30^0 היכרות של זווית בת 45° על גבי מערכת צירים. היכרות של זווית בת 30° בהקשר של מחציתה של הזווית 60° . זוויות קהות. היכרות מספרית של זוויות קהות במשולשים, כולל מדידתן בעזרת מד זווית. היכרות של זווית בת 135° על גבי מערכת צירים, לאו דווקא כאשר הקודקוד בראשית הצירים. היכרות של זווית בת 120° בהקשר של זווית חיצונית למשולש שווה צלעות.	בתחילה יימדד גודלה של הזווית הישרה, ואח"כ יתרגלו התלמידים מדידה של זוויות שונות. יש לשלב פעילויות בהן על התלמידים לסרטט זוויות בעלות גודל נתון ולהיעזר בנוסף למד הזווית גם בסריגים. יש להדגיש שאת התוצאה של מדידת הזווית מבטאים ביחידת מידה-מעלות. יש לשלב פעילויות בהן התלמידים יידרשו לאמוד גדלים של זוויות. יש לשלב שאלות שיש להן יותר מפתרון אחד, או שאין להם פתרון, שאלות המקדמות שיח כיתתי, ומשלבות חשיבה ביקורתית וחשיבה יצירתית.	קישור למערכת צירים: 1. רננה סרטטה זווית ישרה שהקודקוד שלה בראשית הצירים. אחת מהקרניים שלה עוברת דרך הנקודה (3, 0). דרך איזו נקודה מהנקודות הבאות יכולה לעבור הקרן השנייה? א. (0,5) ב. (1,2) ג. (5,0) ד. (2,3) 2. גם שירה סרטטה זווית ישרה שהקודקוד שלה בראשית הצירים. אחת מהקרניים שלה עוברת דרך הנקודה (3, 0). שירה רוצה לסרטט זווית בת $45°$. תנו דוגמה לנקודה דרכה יכולה לעבור השוק השנייה של הזווית. מה היו השיקולים שלכם בבחירת הנקודה? 3. בר רוצה לסרטט זווית שגודלה $120°$ והקודקוד של על ראשית הצירים. אחת מהקרניים שלה עוברת דרך הנקודה (0,5). באיזה מהרביעים תעבור הקרן השנייה? האם יש יותר מאפשרות אחת?

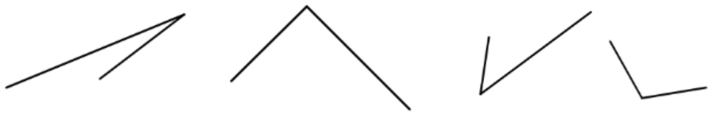
	פיתוח יכולת כתיבה מתמטית, תרגום משפה מילולית לכתיבה מתמטית (כולל מדידה מדויקת). כתיבה מתמטית נכונה שימוש באותיות לסימון הזוויות. אומדן לגודלה של זווית קהה קריאה וסרטוט של זווית	4. גיא התבקש לסרטט זווית הגדולה מ-88.5 שאיננה זווית חדה. אילו מהזוויות הבאות יכול היה גיא לסרטט: א. ב. ג. ד.  5. בלי למדוד, נסו לסרטט שתי זוויות שוות שאינן ישרות. במה נעזרתם? בדקו את תשובתכם באמצעות מדידה. 

7

6. במדידה של 2 מהזוויות שלפניכם חלה טעות. שערו באילו זוויות המדידה שגויה? בדקו את תשובתכם בעזרת מדידה



7. גודלה של אחת מהזוויות שלפניכם הוא $45°$. שערו מהי הזווית? בדקו את תשובתכם באמצעות מדידה.



קישוריות לחיי היום-יום

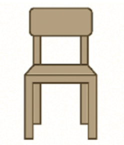
8. חברה לייצור רהיטים פרסמה המלצות לישיבה נכונה

יש לכוון את זווית משענת הגב לזווית שבין 90 ל – 100

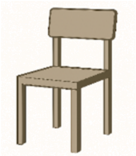
א. למה, לדעתכם, אלו הזוויות המומלצות?

ב. מדדו את גודל הזווית שבין המשענת למושב כיסא עליו אתם יושבים. האם היא בין $90°$ ל - $100°$?

9. בדקו מה גודל הזוויות שנוצרות בין רגלי הכיסא למושב.



הנה תמונה של כיסא דומה במבט מהצד. בדקו שוב את גודל הזוויות שנוצרות בין רגלי הכיסא למושב.



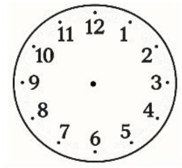
מה קיבלתם? למה?

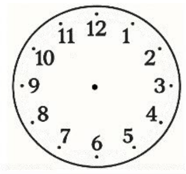
האם אתם מכירים כסאות בהם יש זווית חדה בין המושב לרגלי הכיסא?

האם אתם מכירים כסאות בהם יש זווית קהה בין המושב לרגלי הכיסא?

10. סרטטו את מחוגי השעון כך שתתקבל שעה בה הזווית בין המחוגים היא זווית ישרה:

השלימו שתי אפשרויות





א. מה גודל הזווית הנוצרת בין המחוגים בשעה 1:00?

ב. מה גודל הזווית הנוצרת בין המחוגים בשעה 2:00?

ג. מה גודל הזווית הנוצרת בין המחוגים בשעה 6:00?

ד. מה גודל הזווית הנוצרת בין המחוגים בשעה 4:30? שימו לב שמחוג השעות נמצא בדיוק במחצית הדרך בין 4 לבין 5.

ה. מה גודל הזווית הנוצרת בין המחוגים בשעה 7:30? שימו לב שמחוג השעות נמצא בדיוק במחצית הדרך בין 7 לבין 8.

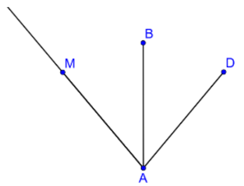
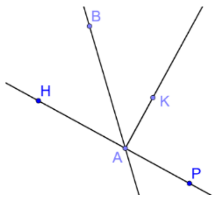
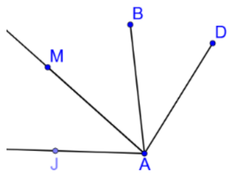
שאלות סיכום:

מד הזווית של יהלי נפל ונשבר בקצה, ולכן הוא מתחיל רק מ-°10 במקום מ-°0.

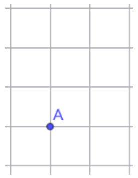
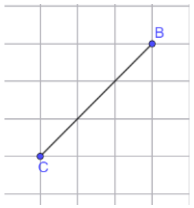
א. האם עדיין ניתן למדוד איתו זווית של °90? כיצד?
ב. באילו מצבים שימוש במד זווית כזה עלול להטעות?
ג. האם עדיף למדוד פעמיים גם אם המכשיר תקין? נמקו.

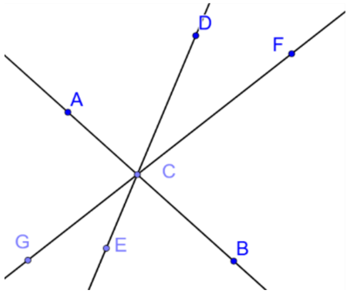
11

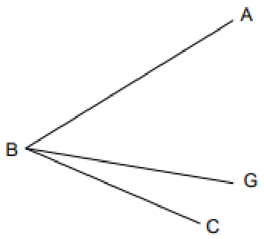
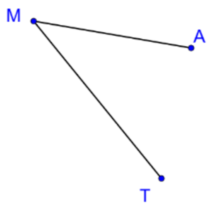
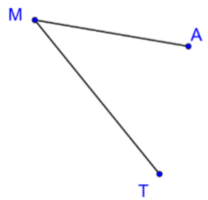
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
חוצה זווית	חוצה זווית הוא קרן העוברת בקודקוד הזווית ומחלקת אותה לשתי זוויות השוות זו לזו. ההיכרות עם חוצה הזווית תתבצע באמצעות קיפול או גזירה. מומלץ לשוחח על הקשר בין המושג 'חוצה זווית' למושג 'חצי' כדי להדגיש את הצורך בשני חלקים שווים. בהמשך יש לשלב כתיבה פורמלית של הזוויות השוות שהתקבלו. יש לשלב תרגילים חישוביים, חשבוניים ואלגבריים, המבוססים על מושג חוצה הזווית. יש לשלב שאלות שיש להן יותר מפתרון אחד, או שאין להם פתרון, שאלות המקדמות שיח כיתתי, ומשלבות חשיבה ביקורתית וחשיבה יצירתית. - ביטויים ומשוואות	קישור למערכת צירים 1. גזרו מערכת צירים של הרביע הראשון. א. סמנו על גבי המערכת את הנקודות הבאות: (1,1) (2,2) (3,3) (4,4) (5,5). ב. דרך קודקוד (ראשית המערכת) קפלו את ציר ה- y במדויק על ציר ה- x והדקו את הקיפול. ג. האם הנקודות שסימנתם מונחות על קו הקיפול, מעליו או מתחתיו? האם קו הקיפול חוצה את הזווית בראשית הצירים? ד. מהי הזווית (במעלות) בין קו הקיפול לבין כל אחד מהצירים? 2. זווית DEF היא זווית קהה.  אם נסרטט חוצה זווית DEF יתקבלו (הקיפו את התשובה הנכונה): א. שתי זוויות קהות ג. שתי זוויות חדות ב. שתי זוויות ישרות ד. זווית אחת ישרה וזווית אחת חדה הסבירו את תשובתכם.

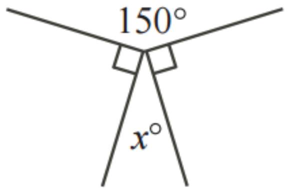
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		3. בבל אחד מהסרטוטים שלפניכם קבעו אם AB הוא חוצה זווית. אם כן, כתבו מהי הזווית הנחצית: א. $\sphericalangle BAD = 40°$ $\sphericalangle MAD = 80\,°$  ב. הנקודות H, A, P נמצאות על ישר אחד. נתון: $\sphericalangle BAP = 135°$ $HP \perp AK$  ג. $\sphericalangle MAJ = 40°$ $\sphericalangle MAD = 80\,°$ 

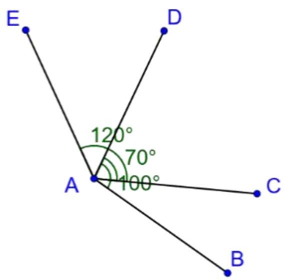
13

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		4. א. גזרו זווית ישרה. קפלו אותה כך שהשוקיים תהיינה מונחות זו על גבי זו. פתחו שוב, וסמנו את קו הקיפול. התקבלו 2 זוויות. שערו: מה גודלה של כל זווית? מדדו ובדקו את הערתכם. ב. סרטטו זווית שגודלה 45°.והקודקוד שלה הוא נקודה A. מדדו ובדקו את תשובתכם.  ג. השלימו לזווית ישרה שהקודקוד שלה בנקודה C: מדדו ובדקו את תשובתכם. 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
סכום והפרש של זוויות	מציאת סכום (או הפרש) של זוויות מתבצע באמצעות סרטוט שתי זוויות בעלות קודקוד ושוק משותפים, לשם קבלת זווית שהיא תוצאת הפעולה. יש לשלב תרגילים חישוביים, חשבוניים ואלגבריים, המבוססים על סכום והפרש של זוויות. יש לשלב גם פעילויות בהן נדרש לסרטט זוויות. יש לשלב שאלות שיש להן יותר מפתרון אחד, או שאין להם פתרון, שאלות המקדמות שיח כיתתי, ומשלבות חשיבה ביקורתית וחשיבה יצירתית. גודלה של הזווית השטוחה שווה לסכום של שתי זוויות ישרות והיא $180°$ כשמחברים 4 זוויות ישרות מתקבלת זווית שגודלה $360°$.	1. הישרים AB , DE ו- FG נחתכים בנקודה C. א. ענו (אם אפשר) בהתאם לסרטוט:  $\sphericalangle DCF + \sphericalangle FCB =$ $\sphericalangle GCB - \sphericalangle GCE =$ $\sphericalangle ACD + \sphericalangle FCB =$ כתבו את $\sphericalangle ACB$ כסכום של שתי זוויות: כתבו את $\sphericalangle ACB$ כסכום של שלוש זוויות: כתבו את $\sphericalangle ACE$ כהפרש של שתי זוויות: ב. נתון כי $\sphericalangle GCE = 30°$ $\sphericalangle FCB = 80°$ חשבו את גודלן של $\sphericalangle ECB$ ושל $\sphericalangle FCE$

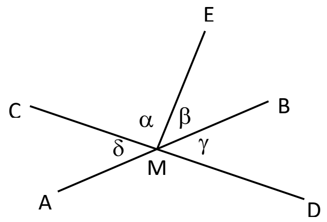
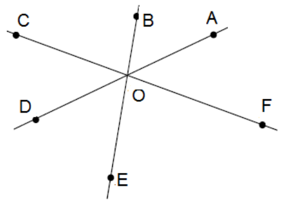
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		2. הסבירו מדוע $\measuredangle ABC$ גדולה מ $\measuredangle ABG$.  השלימו: $\measuredangle ABC - \measuredangle ABG = \measuredangle\underline{\qquad\qquad}$ 3. נתונה $\measuredangle AMT$ א. סרטטו זווית ששווה לסכום של הזווית הנתונה וזווית ישרה  ב. סרטטו זווית ששווה להפרש בין זווית ישרה לזווית הנתונה 

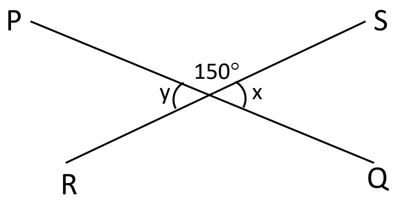
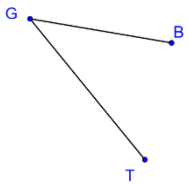
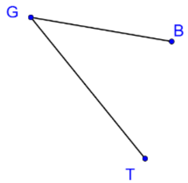
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
4. חשבו את x:


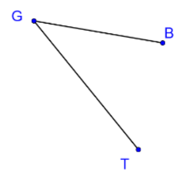
5. לפניכם מספר היגדים. אם ההיגד נכון, הסבירו ואם אינו נכון תנו דוגמה נגדית.
א. הזווית שמתקבלת מחיבור שתי זוויות ישרות היא תמיד זווית שטוחה.
ב. הזווית שמתקבלת מחיבור שתי זוויות חדות היא תמיד זווית קהה.
ג. יש מקרים בהם סכום זוויות קהות הוא זווית קהה.
ד. יש מקרים בהם סכום זוויות חדות הוא זווית חדה.
6. בסרטוט נתון:
$\sphericalangle CAD = 70°$ $\sphericalangle BAD = 100°$ $\sphericalangle CAE = 120°$


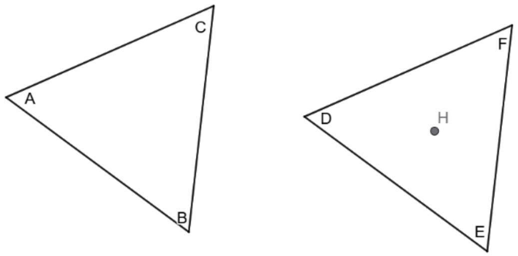
חשבו את גודל הזווית $\sphericalangle BAE$.
</td></tr>
</table>

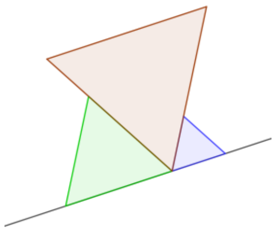
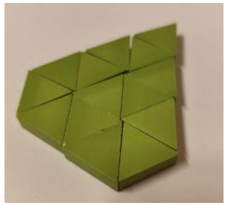
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		7. קחו ריבוע וקפלו אותו במדויק לאורך האלכסון. א. האם התקבלו שני משולשים שניתן להניח אותם בדיוק זה על זה ? פתחו את הריבוע והדגישו את האלכסון ב. האם האלכסון חוצה את הזווית הישרה לשני חלקים שווים? נמקו ג. מהו הגודל במעלות של הזווית שבין צלע הריבוע לבין האלכסון? מדדו את הזווית ובדקו את תשובתכם ד. מהו סכום שלוש הזוויות בכל אחד מהמשולשים שהתקבלו במקרה הזה? 8. קחו מלבן שצלע שלו ארוכה פי 2 מהצלע האחרת. גזרו אותו במדויק לאורך האלכסון. א. האם התקבלו שני משולשים שניתן להניח אותם בדיוק זה על זה? ב. האם האלכסון חוצה את הזווית הישרה לשני חלקים שווים? ג. האם סכום הזוויות **החדות** במשולש שהתקבל גדול מ- 90^{o}, קטן מ- 90^{o} או שווה ל- 90^{o}? נמקו. מדדו את הזוויות ובדקו את תשובתכם. ד. מהו סכום שלוש הזוויות בכל אחד מהמשולשים שהתקבלו במקרה הזה?

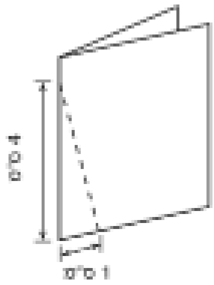
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
זוויות צמודות זוויות קודקודיות ישר החוצה אחת משתי זוויות קודקודיות חוצה גם את האחרת	זוויות צמודות הן שתי זוויות בעלות קודקוד ושוק משותפים, שמשלימות זו את זו לזווית שטוחה, ומכאן – סכום זוויות צמודות הוא °180. שני ישרים שנחתכים יוצרים 4 זוויות, שכל אחת מהן קטנה מזווית שטוחה. מבין זוויות אלה, זוג זוויות שלהן רק קודקוד משותף נקראות זוויות קודקודיות . זוויות קודקודיות שוות זו לזו ההוכחה של שוויון זוויות קודקודיות היא דוגמה ראשונה לחשיבה היסקית. אולם אין הכרח בשלב הזה שכתיבת ההוכחה תהיה בצורה פורמלית. הטענה שחוצי הזוויות של זוויות צמודות, מאונכים זה לזה תנומק על ידי קיפול נייר, בעזרת חישובים ובעזרת ביטויים אלגבריים.	1. בסרטוט שלפניכם הישרים AB ו- CD נחתכים בנקודה M. אילו טענות נכונות תמיד?  i. $\beta = \delta$ ii. $\beta + \gamma = 90^\circ$ iii. $\delta + \gamma = 180$ iv. $\delta = \gamma$ v. $\beta + \delta = 180^\circ - \alpha$ 2. בסרטוט שלפניכם שלושה ישרים הנחתכים בנקודה O.  א. רשמו זוגות של זוויות צמודות. ב. איזה מזוגות הזוויות שלפניכם הן זוויות קודקודיות? א. $\measuredangle COD$ ו- $\measuredangle BOA$ ב. $\measuredangle COD$ ו- $\measuredangle DOE$ ג. $\measuredangle COD$ ו- $\measuredangle AOF$ ד. $\measuredangle BOD$ ו- $\measuredangle DOE$ נתון: $\measuredangle BOA = 40^\circ$, $\measuredangle FOE = 75^\circ$ חשבו את $\measuredangle COD$

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	הטענה שישר החוצה אחת משתי זוויות קודקודיות חוצה גם את האחרת תנומק על ידי קיפול נייר בעזרת חישובים ובעזרת ביטויים אלגבריים. חוצה זווית שטוחה מאונך לקרני הזווית. זווית ישרה היא מחצית של זווית שטוחה. חוצי הזווית של זוויות צמודות מאונכים זה לזה	3. PQ ו- RS הם שני קווים ישרים נחתכים היוצרים זוויות כמתואר בציור. מצאו את סכום הזוויות $x + y$.  i. $15°$ ii. $30°$ iii. $60°$ iv. $180°$ v. $300°$ 4. נתונה $\measuredangle BGT$ סרטטו זווית הצמודה לזווית הנתונה.  האם תוכלו להשלים את הסרטוט בדרך נוספת? 

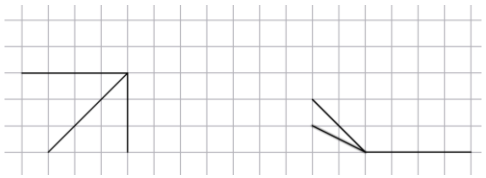
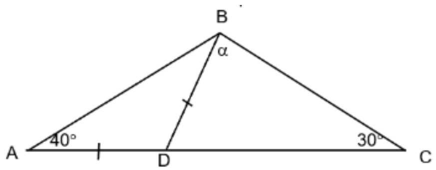
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		5.סרטטו זווית קודקודית לזווית הנתונה.  טימס 6. בדף נייר מלבני קיפלו פינה אחת, כמוצג למטה, מהו הערך של X? X= 

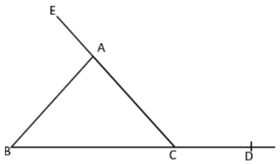
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
זוויות במשולש שווה צלעות. שוויון הזוויות במשולש שווה צלעות גודלה של כל אחת מהזוויות במשולש שווה צלעות שווה ל- $60°$. זוויות במשולש שווה שוקיים. במשולש שווה שוקיים הזוויות שמול הצלעות השוות שוות זו לזו.	במשימות השונות יעשה שימוש במושגים משולש ישר זווית, משולש קהה זווית ומשולש חד זווית. משולש שונה צלעות, משולש שווה צלעות ומשולש שווה שוקיים. הנמקת שוויון הזוויות במשולש שווה צלעות לא תיעשה באופן פורמלי אלא באמצעות השוואה ישירה של זוויות או משיקולי סימטריה . בשלב זה התלמידים עדיין לא למדו על סכום הזוויות במשולש ולכן גם הקביעה כי גודל כל זווית במשולש שווה צלעות הוא $60°$ לא תתבסס על סכום הזוויות במשולש, אלא על השלמה לזווית שטוחה (דוגמאות 2, 3). שוויון זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים יודגם גם הוא באמצעות השוואה ישירה של זוויות או משיקולים של סימטריה.	1. נתונים שני משולשים שווי צלעות זהים:  א. גזרו את המשולשים והניחו את ΔDFE על ΔACB כך ש $\sphericalangle D$ תהיה על $\sphericalangle A$. האם יש בין המשולשים זוויות שוות? כתבו מהן. נעצו סיכה בנקודה H שבמשולש ΔDFE וסובבו אותו כך ש $\sphericalangle D$ תהיה על $\sphericalangle C$. האם יש בין המשולשים זוויות שוות? כתבו מהן. ב. המשיכו לסובב את ΔDFE כך ש $\sphericalangle D$ תהיה על $\sphericalangle B$. האם יש בין המשולשים זוויות שוות? כתבו מהן. ג. מה תוכלו לומר על הזוויות במשולש שווה צלעות?

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	בכל פעילות שאמורה להביא למסקנה כללית, מומלץ לתת לתלמידים להתנסות בכמה גדלים. לדוגמה, אם חוקרים משולשים שווי צלעות, כדאי שתלמידים שונים יתנסו עם משולשים בגדלים שונים, כדי שהמסקנה שתתקבל לא תישען על מקרה יחיד. בכל מקרה בו מגיעים למסקנה בדרכים לא פורמליות יש להדגיש לתלמידים, כי הפעילות שביצעו משכנעת, אך יש צורך בהוכחה כללית שאותה ילמדו בשלב מאוחר יותר.	2. קחו 3 משולשים שווי צלעות שלכל אחד מהם צלעות באורך שונה. א. קבעו נכון/לא נכון ונמקו: הזוויות בשלושה המשולשים שוות זו לזו. ב. רצפו את שלושת המשולשים לאורך קו ישר כמו בתמונה. מה ניתן להסיק על הגודל במעלות של זווית במשולש שווה צלעות?  קישור לחיי היומיום 3. רצפו משטח מישורי בעזרת משולשים שווי צלעות חופפים.  א. האם ניתן לרצף את המישור כך שחלק מהמשולשים יהיו מונחים לאורך קווים ישרים? ב. מה ניתן להסיק מסידור המשולשים על גודלן במעלות של הזוויות במשולשים?

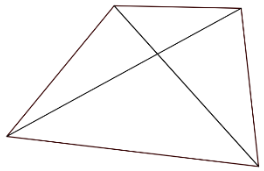
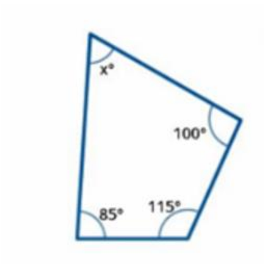
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>.4

קיפלו פיסת נייר מלבנית לחצי, כמוצג בציור שלמעלה. אחר כך חתכו לאורך הקו המקווקו ופתחו את החתיכה הקטנה שנגזרה. מהי צורתה של החתיכה שנגזרה?
(א) משולש שווה שוקיים
(ב) שני משולשים שווי שוקיים
(ג) משולש ישר זווית
(ד) משולש שווה צלעות

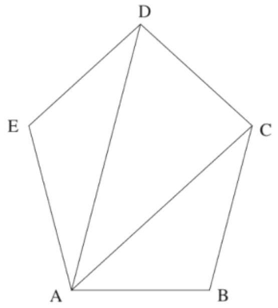
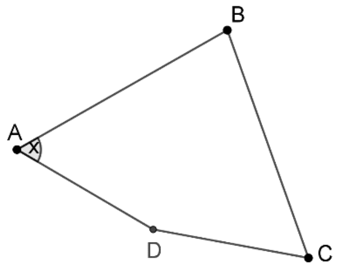
ה. האם יש במשולש שתי זוויות השוות זו לזו?
אם כן, מהו הקשר בין הצלעות המונחות מול הזוויות השוות?
אם לא, מול איזו זווית מונחת הצלע הארוכה יותר?</td></tr>
</table>

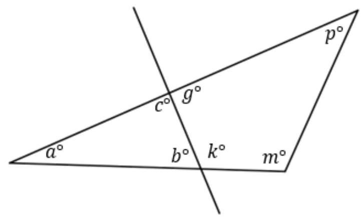
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
סכום זוויות במשולש סכום זוויות במרובע	-הטענה כי סכום הזוויות במשולש הוא $180°$ תנומק בעזרת קיפולי נייר או גזירה ולא באופן פורמלי. מומלץ לתת לתלמידים להתנסות ולבדוק משולשים בגדלים שונים כדי שהמסקנה שתתקבל לא תישען על מקרה יחיד. -הטענה כי סכום זוויות במרובע הוא $360°$ תנומק על ידי חלוקה של המרובע למשולשים על ידי האלכסונים. מכיוון שמגיעים להכללה בדרכים לא פורמליות יש להדגיש לתלמידים, כי הפעילות שביצעו משכנעת, אך יש צורך בהוכחה כללית שאותה ילמדו בשלב מאוחר יותר. -יש לעסוק במדידת זוויות במשולשים ובמרובעים, בחישובים, ולשלב גם שאלות העוסקות בתובנה, יש להרחיב את המושג "חוצה זווית" שנלמד בפרק "זוויות" ל"חוצה זווית במשולש "ולערוך מדידות וחישובים בעזרת חוצה הזווית	1. בכל אחד מהסרטוטים הבאים מסורטטות שתיים מזוויות משולש α ו- β. סרטטו את הזווית השלישית γ וקבעו מה סוג המשולש שיתקבל:  2. בסרטוט שלפניכם הנקודה D נמצאת על AC.  נתון: משולש ABD הוא שווה-שוקיים (AD = DB). ∢BAD = 40° ∢BCA = 30° מהו הגודל של זווית α? הציגו את דרך החישוב i. 30° ii. 40° iii. 50° iv. 60° v. 70°

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	-יש לעסוק בסכום הזוויות במשולש ובמרובע באמצעים מספריים ואלגבריים, כולל פתרון משוואות	3. בסרטוט שלפניכם נתון משולש ABC. D היא נקודה על המשך הצלע BC. E היא נקודה על המשך הצלע AC.  א. מיצאו בסרטוט זוג זוויות צמודות, ורישמו את שמותיהן. ב. נתון: $\sphericalangle DCA = 135°$ חשבו את הגודל של $\sphericalangle BCA$ ג. עוד נתון: $\sphericalangle B = 45°$ בכל סעיף הקיפו את התשובה הנכונה ונמקו. היעזרו בתשובתכם לסעיף ב'. i. ΔABC הוא שווה צלעות / שונה צלעות ii. ΔABC הוא חד-זווית / קהה-זווית / ישר-זווית 4. אילו מבין הטענות הבאות נכונות תמיד? נמקו א. אם במשולש שתי זוויות חדות, גם הזווית השלישית חדה ב. במשולש ישר-זווית, כל אחת משתי הזוויות האחרות שווה $45°$. ג. במשולש ישר-זווית, שתי הזוויות האחרות חדות ד. בכל משולש, לפחות שתיים מהזוויות הן חדות ה. במשולש ישר זווית, סכום הזוויות שאינן ישרות הוא $90°$.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		5. איזו מבין הטענות הבאות אינה נכונה? א. קיים משולש ישר-זווית ובו זווית בת $60°$. ב. קיים משולש שווה-שוקיים בו זוויות הבסיס קהות. ג. קיים משולש שווה-שוקיים בו זווית הראש קהה. ד. קיים משולש בו אחת הזוויות היא בת $1°$. 6. במשולש ABC נתון כי זווית A שווה ל- $100°$. איזו מבין הטענות הבאות אינה נכונה ? א. הזווית B קטנה מזווית A . ב. זווית B קטנה מ - $90°$. ג. המשולש ABC הוא משולש קהה-זווית. ד. סכום הזוויות B ו C -גדול מזווית A . 7. שירה מודדת את הזוויות במשולש שווה-שוקיים. היא מודדת את אחת הזוויות ומקבלת $42°$. היא מודדת זווית נוספת ומקבלת $63°$. הסבירו איך אפשר לדעת ששירה טעתה לפחות באחת מהמדידות.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		8. המרובע שלפניכם מחולק ל-4 משולשים. האם אפשר להסיק שסכום הזוויות שלו $180 \times 4 = 720^\circ$? נמקו  9. סמנו את המשפטים הנכונים. א. יכול להיות מרובע שכל הזוויות שלו חדות. ב. בכל מרובע, יש לפחות זווית חדה אחת. ג. אם במרובע יש זווית קהה, אחת מזוויותיו האחרות חייבת להיות חדה. ד. יכול להיות מרובע שיש לו בדיוק 3 זוויות ישרות. ה. יכול להיות מרובע שיש לו בדיוק 3 זוויות קהות. 10. מה הערך של X?  X=

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		.11  מהו סכום כל הזוויות הפנימיות במחומש ABCDE? הציגו את דרך הפתרון. תשובה: ________ קישוריות לאלגברה (לאחר לימוד פתרון משוואות) 12. נתון מרובע ABCD.  $\sphericalangle A = \sphericalangle C$ זווית B גדולה מזווית A ב- $20°$, וזווית D גדולה פי 2 מזווית B. מצאו את זוויות המרובע.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		13. הקיפו את הטענה הנכונה:  א. $a+c+g=180°$ ב. $a+p+m=360°$ ג. $p+m+k+g=360°$ ד. $a+b+k+m=180°$ בנוסף לטענה הנכונה שהקפתם: מצאו 4 זוויות שסכומן $360°$. מצאו 3 זוויות שסכומן $180°$. האם יש יותר מאפשרות אחת? מצאו 2זוויות שסכומן $180°$. האם יש יותר מאפשרות אחת?

שאלה מסכמת (סכום זוויות במשולש) בהקשר אורייני

שם הבעיה: נגישות לכולם – תכנון רמפה

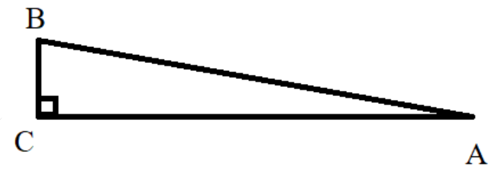
תיאור הסיטואציה:

בבית הספר "רימון" מתכננים לבנות רמפה (דרך כניסה משופעת) בכניסה לאולם הספורט, כדי לאפשר לתלמידים המתניידים בכיסא גלגלים להיכנס בנוחות ובבטיחות.

לפי תקני הבנייה והנגישות, יש חשיבות קריטית לזווית השיפוע של הרמפה. אם הזווית גדולה מדי (תלולה), כיסא הגלגלים עלול להידרדר לאחור או להתהפך.

מבחינה גאומטרית, אנו מסתכלים על הרמפה מהצד כעל משולש ישר זווית.

איור



הצלע האופקית על הקרקע (AC) היא הניצב התחתון.

- הקיר של האולם (BC) הוא מאונך לקרקע
- המשטח המשופע עליו נוסע הכיסא (AB) הוא היתר של המשולש.
- נקרא לזווית בין הרמפה לקרקע A "זווית השיפוע"

שאלות:

חלק א' – ידע והבנה (חישוב זוויות במשולש)

האדריכל תכנן רמפה שיוצרת משולש ישר זווית.

ידוע שהזווית בין הקיר של האולם לבין הרמפה הזווית העליונה B היא $84°$.

חשבו את "זווית השיפוע" של הרמפה.

חלק ב' – אוריינות וקריאת תקן (הבנת המשמעות)

תקן הנגישות הישראלי קובע כי זווית השיפוע של רמפה לכיסא גלגלים לא תעלה על $6°$

האם הרמפה שחישבתם בסעיף א שבה הזווית העליונה היא $84°$ תקנית ובטיחותית? נמקו את תשובתכם.

חלק ג' – חשיבה ביקורתית

מנהל בית הספר הציע: "כדי לחסוך מקום בחצר, בואו נקצר את אורך הרמפה (נקרב את תחילת הרמפה לקיר), אבל נשאיר אותה מגיעה לאותו גובה של דלת הכניסה."

מבלי לחשב מספרים, הסבירו כיצד השינוי הזה ישפיע על זווית השיפוע .

האם היא תגדל או תקטן? האם ההצעה של המנהל בטיחותית?

חלק ד' – פתרון בעיות תכנוניות תחת אילוצים במציאות

לאחר המדידות בחצר בית הספר, התגלה אילוץ בלתי צפוי: המרחק בין קיר האולם לשער בית הספר הוא קצר מדי.

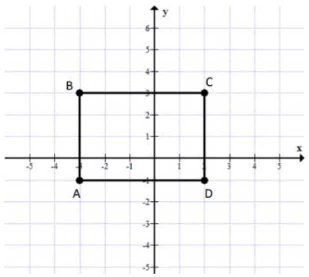
אם יבנו את הרמפה בקו ישר אחד (כמו במשולש המקורי), היא תהיה חייבת להיות תלולה מדי וזה כאמור מסוכן ולא תקני.

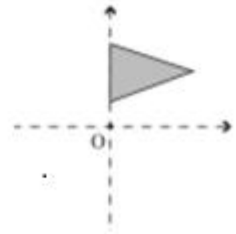
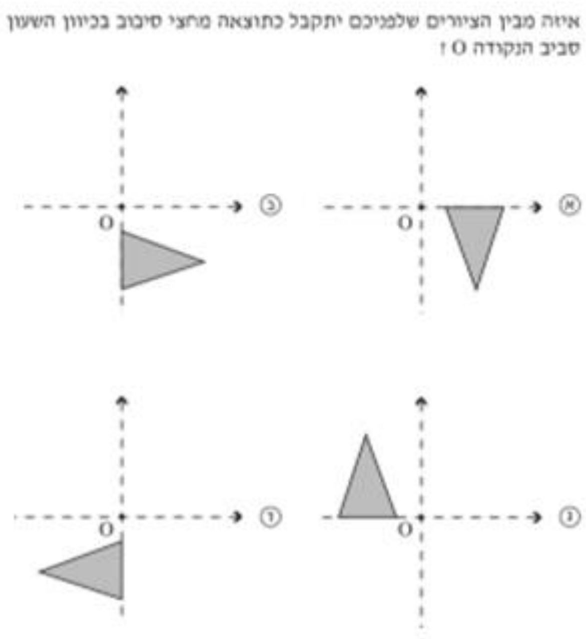
האדריכלית הציעה פתרון" :נבנה את הרמפה בצורת זיג-זג (או צורת האות ר'). נחלק את דרך לשני חלקים, וביניהם נבנה משטח ישר למנוחה".

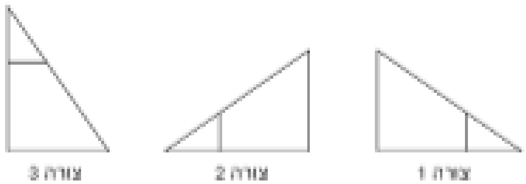
האם חלוקת הרמפה לשני חלקים בעלי אותה זווית $6°$ משנה את המאמץ הנדרש לעלייה (את תלילות השיפוע)? נמקו את תשובתכם בעזרת המושג "זווית."

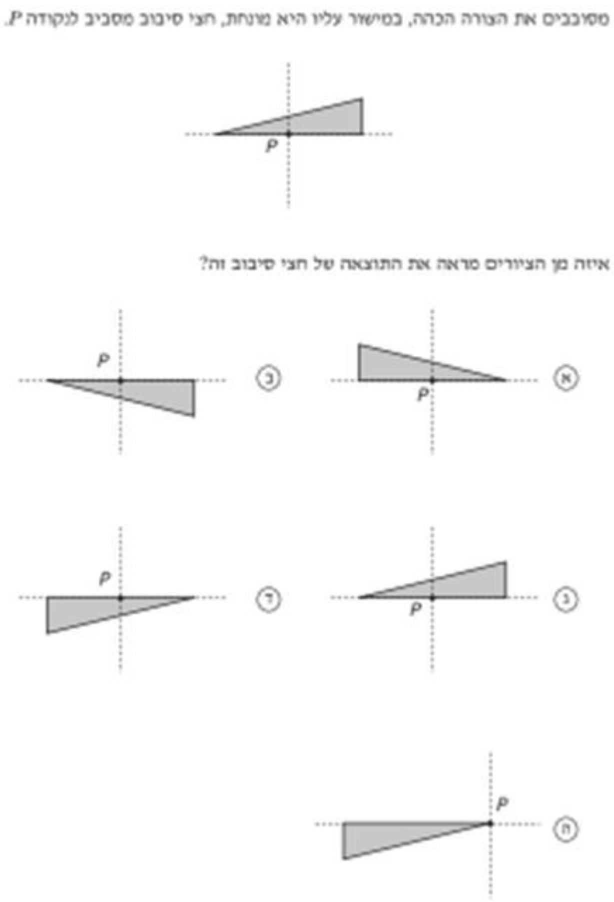
חשיבה ביקורתית:

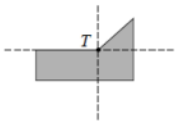
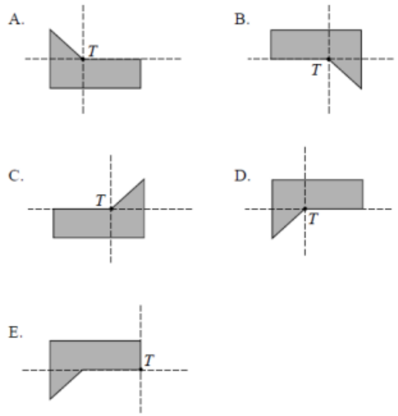
מהו החיסרון של בניית "משטח מנוחה" ישר באמצע הרמפה מבחינת האורך הכללי של המבנה?

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
מושג החפיפה במצב פשוט. טרנספורמציות (הזזה, סיבוב ושיקוף (היפוך)) של צורה במישור.	תנאי מינימלי לאפיון ריבוע הוא אורך הצלע שלו, וזוויות ישרות. חפיפת ריבועים או מלבנים כצורות שניתן להניחן זו על גבי זו באופן מדויק. פיתוח הבנה ששתי צורות במישור יהיו חופפות אם אפשר להניח את אחת מהן על האחרת כך שתכסה אותה בדיוק ולהיפך. בהקשר זה נלמדות טרנספורמציות גאומטריות במישור: הזזה, סיבוב ושיקוף (היפוך). לימוד פעולות אלה נועד לחזק את התפיסה המרחבית ולפתח הבנה של שינוי (מיקום, כיוון) תוך שמירה על תכונות גאומטריות בסיסיות (אורך, זווית, צורה). צורות המתקבלות על ידי טרנספורמציות, חופפות זו לזו.	קישוריות למערכת צירים 1. לפניכם מלבן ABCD. אם נזיז את המלבן ונסרטט מלבן GHKL כך ש-A מוזז ל-G, B ל-H, C ל-K ו-D ל-L יהיה שיעור הנקודה G (-3,-5). א. מה יהיו שיעורי הנקודות H, K, L? ב. סרטטו מלבן חופף למלבן הנתון שאחד מקודקודיו הוא בנקודה (2,-1) ג. חשבו את היקף ושטח המלבן ABCD. ד. סרטטו מלבן חופף למלבן הנתון שאחד מקודקודיו הוא בנקודה (-2,1)  הדוגמאות הבאות מבוססות על שאלות מתוך מבחני TIMSS:

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	הזזה היא העתקה של צורה ממקום אחד למקום אחר. הכיוון והמרחק של ההזזה זהים לכל נקודות הצורה, כלומר, כל נקודה על הצורה נעה באותו מרחק ובאותו כיוון. מומלץ להמחיש בעזרת דוגמאות (מעלית שעולה ויורדת, הזזת ספר על השולחן וכו'). סיבוב סביב נקודה היא תנועה של צורה סביב נקודה קבועה, בדומה לסיבוב מחוגי שעון, כלומר, הוא פעולה שבה כל נקודה בצורה מסתובבת סביב נקודה קבועה באותה זווית ובאותו כיוון (עם או נגד כיוון השעון). בפעולה זאת נשמר המרחק של כל נקודה מנקודה סביבה מתבצע סיבוב אך הכיוון של הצורה משתנה. שלושה מאפיינים הכרחיים להגדרת הסיבוב: נקודה קבועה שסביבה מבצעים	2. א.  

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	את הסיבוב, זווית הסיבוב, כיוון הסיבוב. מומלץ להמחיש בעזרת דוגמאות (למשל, גלגל ענק, סיבוב של מפתח במנעול וכו'). שיקוף הוא "תמונת מראה" של צורה ביחס לישר. הישר נקרא ישר השיקוף או ציר הסימטריה. כל נקודה בצורה המקורית נמצאת באותו מרחק מישר השיקוף כמו הנקודה המתאימה לה בצורה המשוקפת, רק בצד השני. שינוי כיוון הצורה. מומלץ להמחיש בעזרת דוגמאות (בעזרת קיפול דף לאורך ישר שיקוף, השתקפות של הרים באגם וכו'). התייחסות לצורות סימטריות (נשארת אותה צורה באותו מקום לאחר ביצוע פעולה של סיבוב או שיקוף). דוגמאות של צורות סימטריות כמו ריבוע, מלבן,	ב. האם המשולש בתשובה שבחרתם חופף, או שאינו חופף למשולש המקורי? 3.  איזה מהשינויים האלה, אם יבוצעו לפי סדר כתיבתם, יגרמו לכך שצורה 1 שלמעלה תהפוך לצורה 2 ואחר־כך לצורה 3? א. שיקוף ואחר־כך הזזה. ב. שיקוף ואחר־כך $\frac{1}{4}$ סיבוב בכיוון השעון. ג. $\frac{1}{2}$ סיבוב ואחר־כך הזזה. ד. $\frac{1}{4}$ סיבוב נגד כיוון השעון ואחר־כך שיקוף.

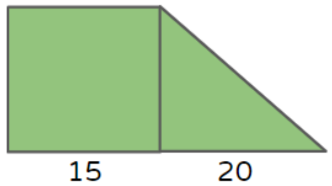
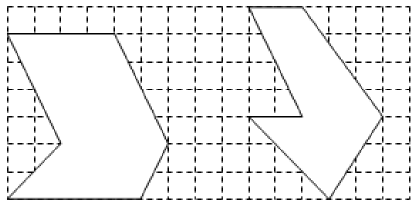
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	משולש שווה צלעות. ציר סימטריה כישר שיקוף של צורה לעצמה. הנושא מהווה בסיס חשוב להמשך לימוד חפיפה, סימטריה, גאומטריה אנליטית ותפיסה פונקציונלית של טרנספורמציות.	4. 

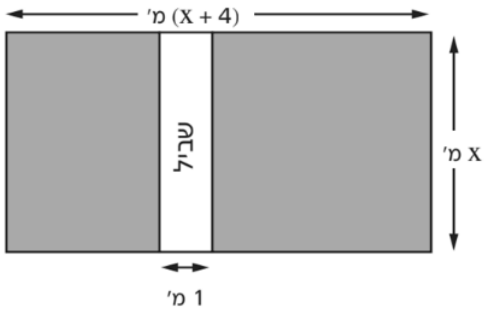
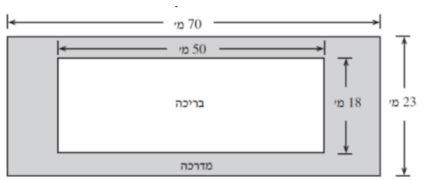
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		5. 72. חצי סיבוב סביב הנקודה T במישור מתייחס לצורה הצבועה באפור.  איזה מהצורות הבאות היא התוצאה של חצי סבוב? 

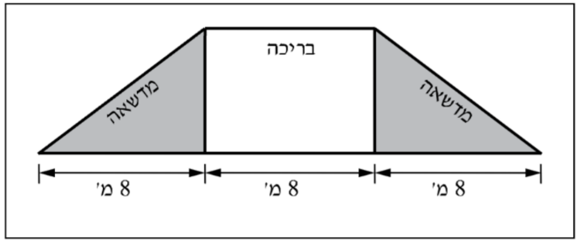
שאלה מסכמת טרנספורמציה, מערכת הצירים ואוריינות מתמטית

[שאלון לתלמיד]

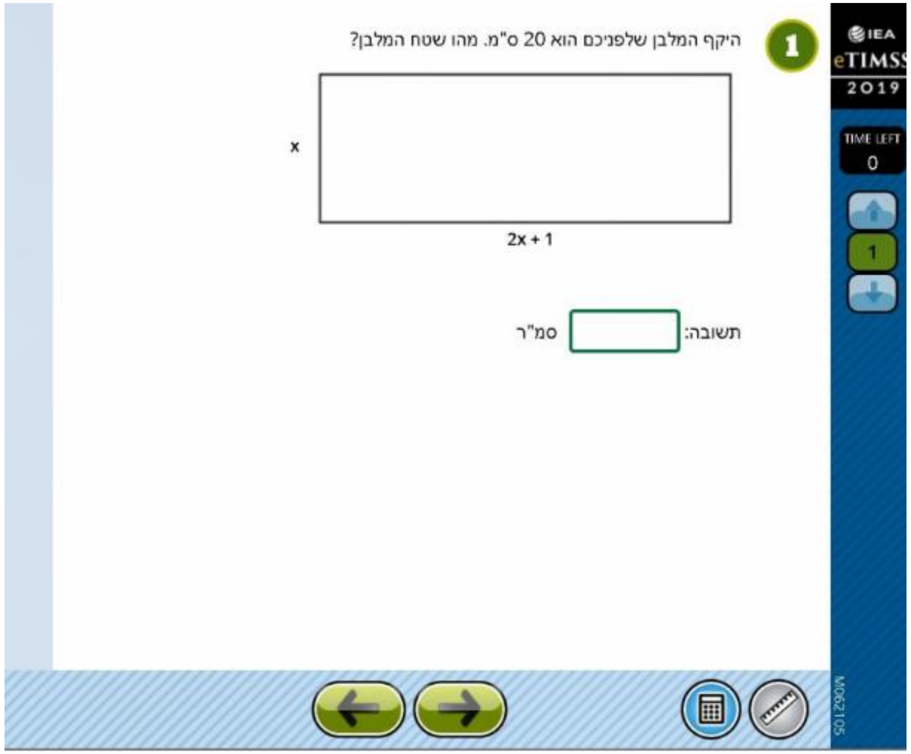
39

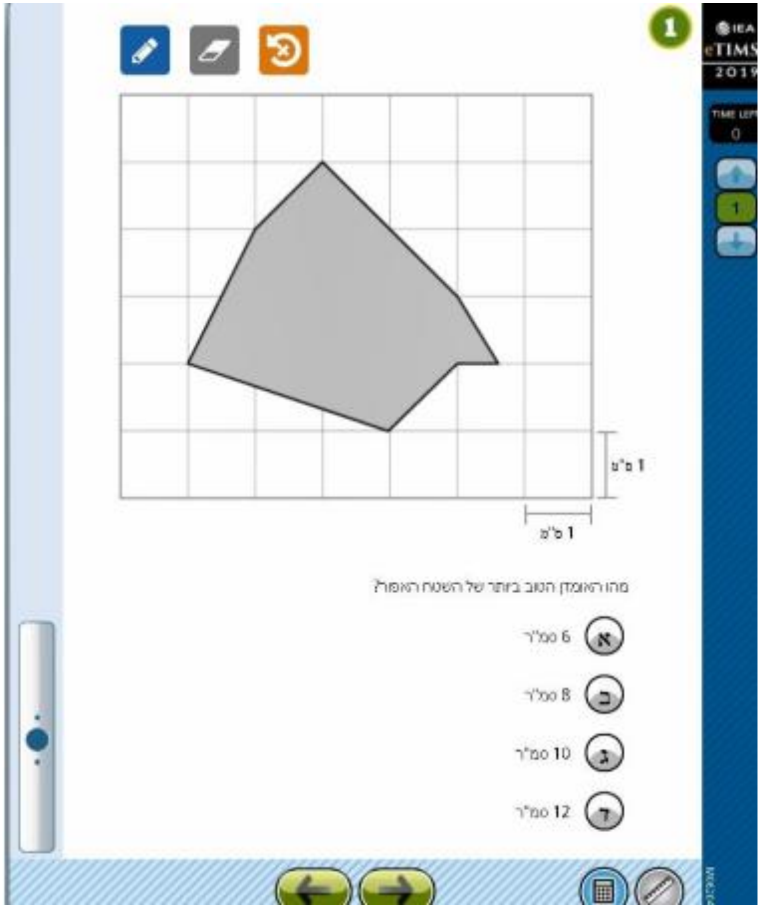
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
שטח של ריבוע ומלבן. גובה פנימי או חיצוני של משולש, שטח משולש. שטחים של צורות שמורכבות מצורות אלה. שטח מרובע קמור שאלכסוניו מאונכים זה לזה.	יש לשים לב שמושג השטח נלמד בבית הספר היסודי. יש ללמוד את הנושא כולל מציאת מרחקים ושטחים על גבי מערכת צירים יש להתייחס למערכת צירים שלמה יש להתייחס לשאלות בעלות אופי אורייני כאשר מציאת השטחים היא רק חלק מהפתרון של שאלה. יש לפתור שאלות המתייחסות לריצופים. יש לקיים דיונים המלמדים את התלמידים לבנות אסטרטגיות למציאת השטחים כמו השלמות, פירוק וחלוקה. יש לתת דגש על השימוש בכלים אלגבריים להבעת שטחים. -יש להציג פתרונות ולשאול האם התשובה נכונה. הצלחת פיתוח המיומנויות תלויה בשימוש בכלים חוויתיים, חיזוק החשיבה המתמטית בהקשרים	1. א. תנו דוגמה לשני מלבנים בעלי שטח שווה והיקף שונה. ב. תנו דוגמה לשני מלבנים בעלי היקף שווה ושטח שונה ג. האם מידע על שטח המלבן יכול להבין מה יכול להיות היקפו? ולהיפך. 2. הטרפז שבסרטוט מחולק למלבן ולמשולש. למי משניהם שטח גדול יותר?  3. חשבו את השטחים של הצורות הבאות. יחידת המידה היא משבצת: 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	מציאותיים כגון , בנייה, פיננסים ועלויות ועוד. שטח מרובע קמור שאלכסוניו מאונכים: - בעזרת סכום שטחים של 4 משולשים ישרי זווית. - כמחצית שטח המלבן שצלעותיו מקבילות לאלכסוני המרובע. פיתוח מיומנות של חשיבה צורנית. שימוש בהדגמות וויזואליות כמפות, רשתות או דוגמאות הממחישות חלוקה של מרובעים לצורות שמרכיבות אותם (כגון משולשים או ריבועים).	4.  לפניכם תרשים של גינה מלבנית. השטח הלבן הוא שביל מלבני, שרוחבו 1 מטר. איזה ביטוי מייצג את שטח הגינה הצבוע באפור, במ"ר? א $x^2 + 3x$ ב $x^2 + 4x$ ג $x^2 + 4x - 1$ ד $x^2 + 3x - 1$ 5.  מה שטח המדרכה? i. 100 מ"ר ii. 161 מ"ר iii. 710 מ"ר iv. 1610 מ"ר

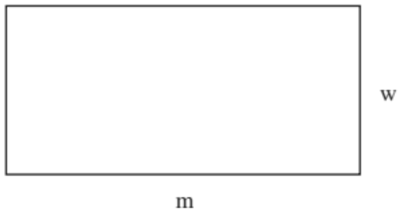
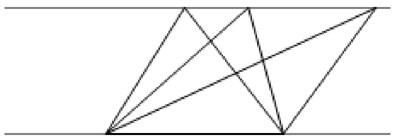
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		6. בסרטוט שלפניכם מוצגת תכנית של בריכה ושל מדשאות במרכז ספורט. הבריכה היא מלבנית, ומשני צִדיה יש מדשאות בצורת משולשים ישרי-זווית. חלק מהמידות של המדשאות ושל הבריכה רשומות בסרטוט. **מרכז הספורט**  א. השטח של **שתי המדשאות יחד**: ☐1 שווה לשטח הבריכה. ☐2 קטן משטח הבריכה. ☐3 גדול משטח הבריכה. ב. נמקו את תשובתכם.

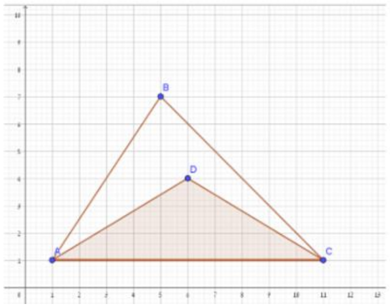
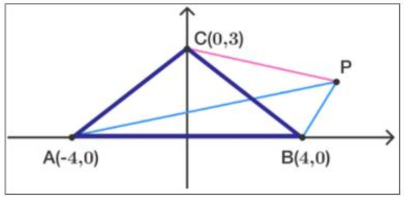
42

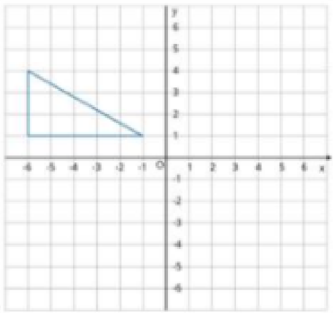
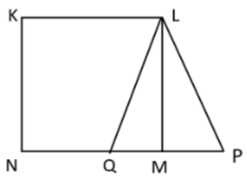
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		שאלות ממבחני טימס 7. 

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>8.

</td></tr>
</table>

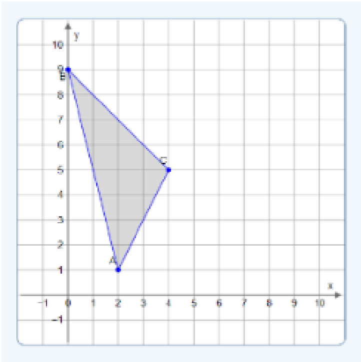
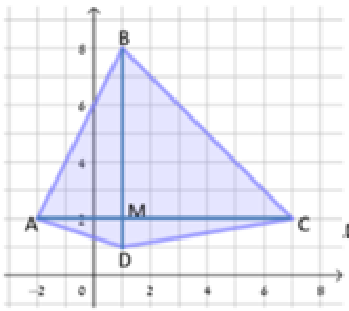
44

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		9.  הצורה המופיעה למעלה היא מלבן שאורכו m ורוחבו w. אם יגדילו את האורך פי שניים וישאירו את הרוחב ללא שינוי, איזו נוסחה תתאר את השטח (S) של המלבן החדש? א $S = 2m + 2w$ ב $S = 2m + 4w$ ג $S = 2mw$ ד $S = 4mw$ 10. באיור הבא מסורטטים שני ישרים מקבילים ביניהם שלושה משולשים. לאיזה מהם שטח גדול יותר? 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		11. בסרטוט משמאל שני משולשים בעלי צלע משותפת. סמנו את הטענה הנכונה:  א. שטח המשולש ADC קטן ממחצית שטח המשולש הגדול. ב. שטח המשולש ADC שווה למחצית שטח המשולש הגדול. ג. שטח המשולש ADC גדול ממחצית שטח המשולש הגדול. 12. למשולש APB מחצית מהשטח של משולש ABC.  א. תנו דוגמה לשיעורי נקודה P המקיימת את הנתון. ב. תנו דוגמה לנקודה נוספת המקיימת את הנתון **<u>ואינה</u>** נמצאת ברביע הראשון. ג. _תנו דוגמה לנקודה נוספת המקיימת את הנתון והיא נמצאת ברביע השלישי.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		13. נעמה עומדת להזיז את המשולש במערכת הצירים הנתונה. היא מזיזה אותו 3 יחידות ימינה ו- 4 יחידות למטה. א. סרטטו את המשולש שנעמה תקבל. ב. נעמה טענה " שטח המשולש החדש שמתקבל שווה לשטח המשולש הנתון". האם נעמה צודקת? נמקו.  14. KLMN הוא ריבוע ששטחו 16 סמ"ר. P היא נקודה על המשך הצלע NM ו-Q היא נקודה על הצלע MN. נתון: 1 ס"מ = QM = MP  א. חשבו את שטח משולש LQP. i. 2 סמ"ר ii. 4 סמ"ר iii. 6 סמ"ר iv. 10 סמ"ר ב. חשבו את שטחי המרובעים KLQN, KLPN.

47

דוגמאות, יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
15. נתון משולש במערכת צירים. חשבו את שטח המשולש בשתי דרכים.  .16 במערכת הצירים נתון המרובע ABCD. קדקודי המרובע הם: A(-1,2) , B(1,8), C(7,2) ו- D(1,1). א. מהו אורכם של אלכסוני המרובע? ב. הסבירו כיצד ניתן לקבוע שאלכסוני המרובע מאונכים זה לזה. ג. רשמו את שיעורי נקודת המפגש של האלכסונים ד. חשבו את שטח המרובע. (נסו להציע יותר מאשר דרך אחת)  		

1. תכנות תנועה במשחק מחשב

במשחקי מחשב דו-ממדיים, מסך המחשב או הטלפון מיוצג על ידי מערכת צירים (רשת של פיקסלים). כל אובייקט במשחק – כמו חללית, דמות או מכשול – מוגדר על ידי שיעורים של הקודקודים שלו.

כדי לגרום לדמות לנוע (הזזה), להביט במראה (שיקוף) או להסתובב, המתכנתים כותבים קוד שמבצע פעולות מתמטיות על הנקודות הללו. בבעיות הבאות, התלמידים נכנסים לנעלי המפתחים.

א. **תעלומת המראה**

צוות הפיתוח עובד על שלב "חדר המראות" במשחק החלל. במשחק ישנה חללית בצורת משולש.

במצב ההתחלתי, קודקודי החללית נמצאים בנקודות הבאות:

A(2, 1), B(5, 1), C(2, 4)

בשל תקלה בקוד ("באג"), החללית קפצה פתאום למיקום חדש המוגדר על ידי הנקודות:

D(2, -1), E(5, -1), F(2, -4)

1. התבוננו בשיעורים של החללית המקורית ABC ושל החללית במיקום החדש DEF. איזה קשר אתם רואים בין השיעורים של הנקודות המתאימות (בין A ל-D , בין B ל- E, ובין C ל- F)?
2. האם השינוי שעברה החללית מבחינה הגאומטרית הוא הזזה/סיבוב/שיקוף ? נמקו את תשובתכם.
3. חשבו את שטח החללית המקורית ABC ואת שטח החללית החדשה DEF? האם ה"באג" (התקלה) שינה את שטח החללית?
4. אם היינו רוצים לשקף את החללית המקורית ABC ביחס ל**ציר ה-Y** (כך שהיא תופיע ברביע השני), מה היו השיעורים החדשים של הקדקודים שלה?
5. **שאלת אתגר:** נסו לנסח כללים: מה קורה לנקודה (x,y) בשיקוף ביחס לציר ה-x? מה קורה לנקודה (x,y) בשיקוף ביחס לציר ה-y?

ב. **ניווט אל יעד המטרה**

לאחר תיקון התקלה, עליכם לתכנת את תנועת החללית אל עבר תחנת העגינה.

החללית נמצאת כרגע במיקום המוגדר על ידי הקודקודים: K(-4, 2), L(-1, 2), M(-2, 5)

ההוראה שהתקבלה במחשב הטיסה היא לבצע הזזה לפי הכלל הבא:

"הזז את החללית 6 יחידות ימינה (לכיוון חיובי של ציר ה - x) ו-3 יחידות למטה (לכיוון שלילי של ציר ה-y).

1. קדקודי החללית החדשים לאחר ההזזה הם N, P, T (הקדקוד N התקבל מהזזת הקדקוד K, הקדקוד P התקבל מהזזת הקדקוד L, הקדקוד T התקבלת מהזזת הקדקוד M). חשבו את השיעורים של קודקודי החללית החדשים. הראו והסבירו את דרך החישוב.
2. חשבו את אורך הצלע KL ואת הגובה לצלע זו במשולש KLM. חשבו את שטח החללית.
3. האם לאחר ההזזה שטח החללית השתנה? נמקו ללא חישוב נוסף, על סמך תכונות ההזזה.

שאלה לדיון: מה ההבדל בין הזזה לשיקוף מבחינת ההתמצאות של הצורה? (האם החללית "מסתכלת" לאותו כיוון?)

.1

ריצוף המרפסת
קישור לשאלון

ריצוף המרפסת

שאלון לתלמיד

.2

שיפוץ בית הקפה
קישור לשאלון

שיפוץ בית הקפה

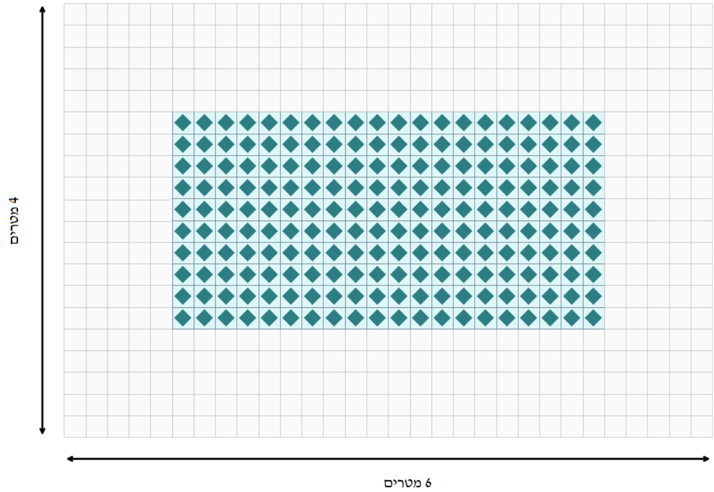
שאלון לתלמיד

3. ועד הבית של בניין מגורים משותף החליט לחדש את הריצוף בלובי הכניסה. הלובי הוא בצורת מלבן שמידותיו: 6 מטרים X 4 מטרים.

העיצוב שנבחר הוא "שטיח קרמיקה:".

במרכז הלובי :משטח פנימי של אריחים מצוירים (יקרים יותר). המשטח הפנימי הוא מלבן במידות 2 מטרים 4X   מטרים.

מסביב :מסגרת של אריחים לבנים (זולים יותר) הממלאים את שאר שטח הלובי.



נתוני האריחים:

- כל האריחים (גם המצוירים וגם הלבנים) הם בגודל זהה 20 ס"מ X 20 ס"מ.
- מחיר אריח לבן הוא 5 ש"ח לאריח.
- מחיר אריח מצויר הוא 12 ש"ח לאריח.

1. א. מהו השטח הכולל של הלובי?
   ב. מהו השטח של ה"שטיח" המרכזי (האריחים המצוירים)?
   ג. מהו השטח של המסגרת הלבנה (השטח שנשאר)?
2. א. מהו השטח של אריח בודד אחד (במ"ר)? (שימו לב ליחידות המידה!).
   ב. כמה אריחים מצוירים צריך לקנות?
   ג. כמה אריחים לבנים צריך לקנות?
3. מהי העלות הכוללת של הריצוף (לבן + מצויר)?
4. חשיבה מעשית (פחת):

הקבלן דורש לקנות 10% יותר אריחים מכל סוג, למקרה של שברים וחיתוכים בקצוות ("פחת").

כמה יעלו האריחים לאחר התוספת הזו? (עגלו את מספר האריחים למעלה למספר שלם אם צריך).

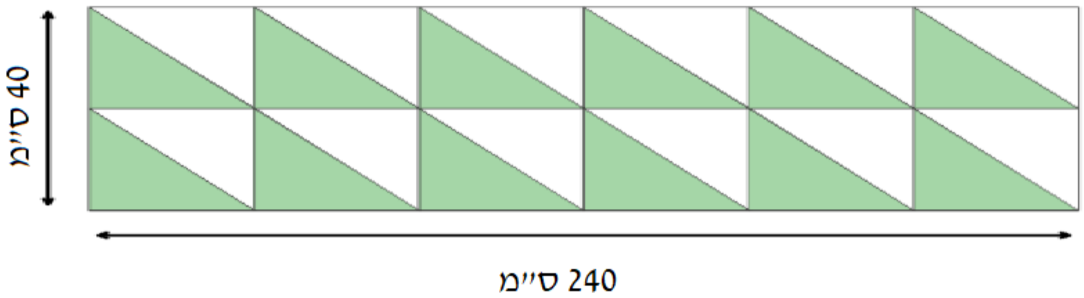
4. תלמידי בית ספר לאמנויות משפצים ספסל בטון ישן בחצר בית הספר.

הם רוצים לצפות את המושב המלבני של הספסל באריחי קרמיקה צבעוניים בצורת משולשים ישרי זווית. מידות המושב הם 2.40 מ' על 40 ס"מ.

נבחרו אריחים משני צבעים שיש להם אותה מידה: 40 ס"מ X 20 ס"מ.

מחיר אריח ירוק הוא 40.5 ש"ח.

מחיר אריח לבן הוא 22 ש"ח.



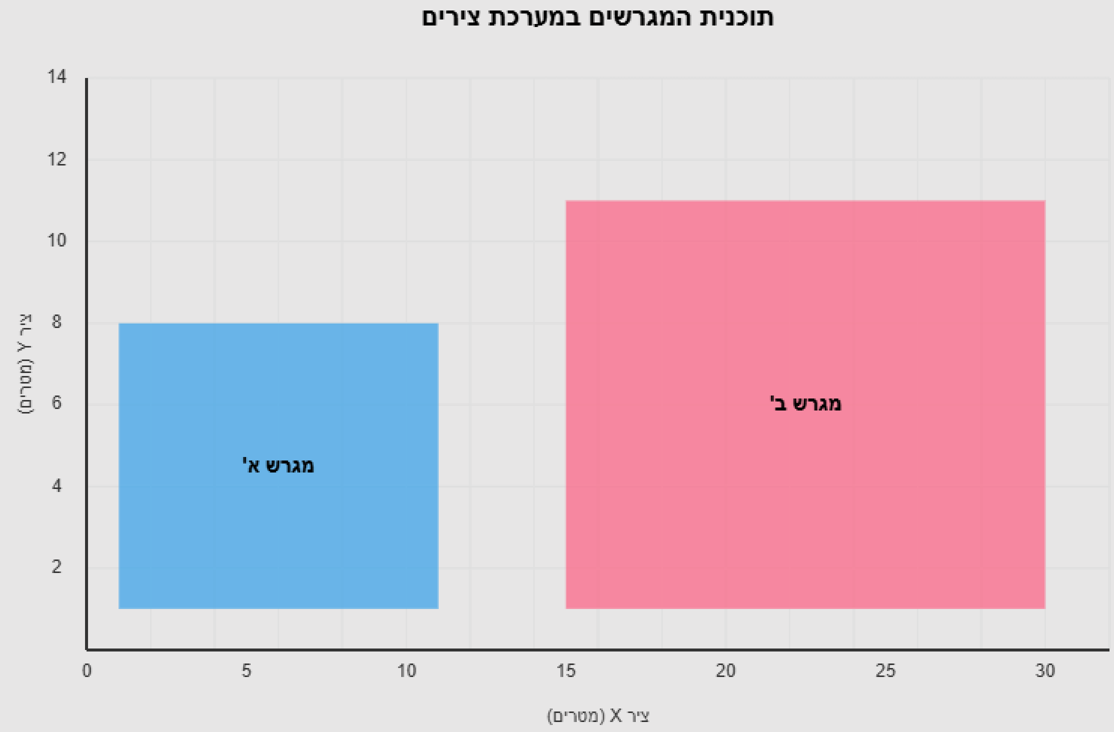
א. מהו השטח של המושב כולו בסמ"ר?

ב. כדי להיות בטוחים שהאריחים יספיקו ולמקרה של שבר החליטו התלמידים שצריך לקנות 4 אריחים נוספים מכל צבע ליתר ביטחון (רזרבה).

כמה יעלו כל האריחים (כולל הרזרבה) בסך הכול?

5. תכנון מגרשי ספורט במערכת צירים - מגרש לכל שחקן

תיאור סיטואציה: אדריכלית ספורט מתכננת שני מגרשי כדורסל למרכז קהילתי.



- **מגרש א'** מיועד למשחקי חובבים של 3 על 3 (סה"כ 6 שחקנים).
- **מגרש ב'** מיועד למשחקי 5 על 5 (סה"כ 10 שחקנים).

שני המגרשים הם מלבניים וצלעותיהם מקבילות לצירים. קודקודי המגרשים מסומנים במערכת צירים שבה כל יחידה מייצגת מטר.

- קודקודי מגרש א': (1,1), (11,1), (11,8), (1,8)
- קודקודי מגרש ב': (15,1), (30,1), (30,11), (15,11)

רון ודנה מביטים בתוכניות.

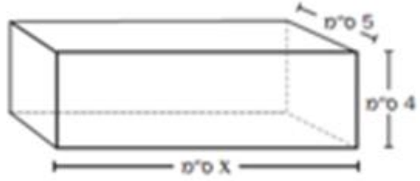
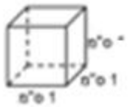
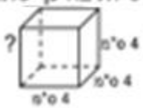
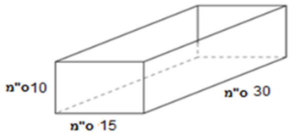
רון טוען: "ברור שבמגרש ב' יש יותר מקום לכל שחקן. המגרש הזה גם ארוך יותר וגם רחב יותר!".

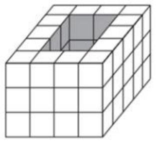
דנה לא בטוחה.

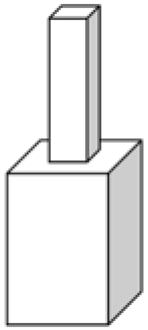
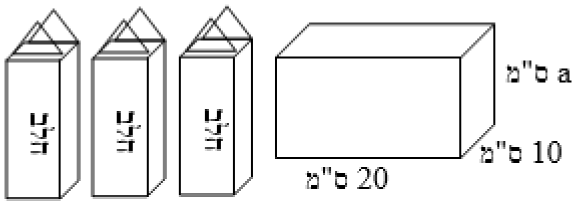
האם רון צודק? אם בכל מגרש כל השחקנים מקבלים שטח פנוי שווה, באיזה משני המגרשים השטח הפנוי לכל שחקן הוא גדול יותר?

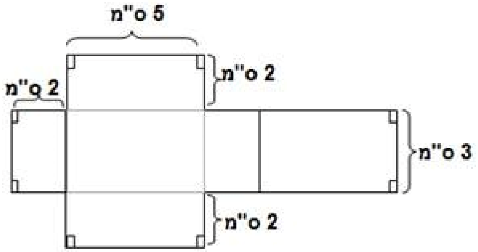
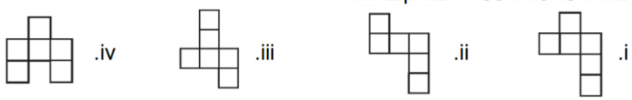
נמקו את תשובתכם בעזרת חישוב.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
תיבה נפח של תיבה שטח פנים של גופים במרחב	יש להקפיד על שימוש במושגים בהנדסת המרחב, כגון, מקצוע, פאה, קודקוד. יש לחזור על חזקה שלישית ומציאת שורש שלישי של מספר חיובי ושל מספר שלילי (כאשר התוצאה שלמה). פיתוח מיומנויות בנושא נפח של תיבה כולל מיומנויות קוגניטיביות כמו הבנת מושגי נפח שנלמד בבית ספר יסודי, חישוב באמצעות נוסחאות מתמטיות, וחשיבה ביקורתית לניתוח בעיות הקשורות לנפח. יש לשלב למידה פעילה דרך הדגמות, המחשות, שיח מתמטי יש להדגיש הקשר בין המושגים לחיי היום יום. יש לשלב תרגול מעשי ומופשט תוך מתן דגש על הבנה מעמיקה ולא רק זכירה של הנוסחה.	1. נתונה קובייה שאורך המקצוע שלה 30 ס"מ. א. מה השטח של כל פאה של הקובייה בסמ"ר? ב. מהו שטח הפנים של הקובייה? ג. רוצים לסרטט על אחת הפאות ריבועים מקבילים למקצועות הקובייה כך שאורך הצלע של כל ריבוע תהיה 3 ס"מ. כמה ריבועים יהיו על הפאה? מה יהיה השטח של כל ריבוע? 3. במערכת צירים הגודל של כל משבצת הוא 1 סמ"ר. על מערכת הצירים מסורטט ריבוע שקודקודיו הם: A((-2,4) B((-2,-1) C(3,-1) D(?,?) . א. מהם שיעורי הקודקוד D ? ב. מהו שטח הריבוע בסמ"ר? ג. על הריבוע בונים תיבה שהגובה שלה 7 ס"מ. מהו השטח של פאה צדדית בתיבה? מהו שטח הפנים של התיבה? 3.

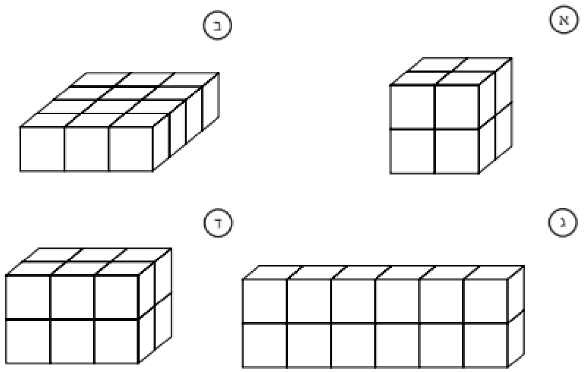
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	הכוונה בפיתוח מיומנויות במתמטיקה, ובמיוחד בלמידת נפח תיבה, היא לפתח אצל התלמידים את היכולת להבין את הרעיונות המתמטיים באופן משמעותי, יכולת חשיבה ביקורתית, יצירתית ויישומית, וכן שיתוף בפעילויות למידה קבוצתיות. הפעילויות צריכות לכלול זיהוי תכונות התיבה, ניתוח הקשר בין אורך, רוחב וגובה לבין הנפח, הבנה מעמיקה.	4. נתונה התיבה שבסרטוט:  א. הנפח של התיבה הוא 200 סמ"ק. מהו ערכו של x? ב. כמה קוביות שאורך מקצוע הוא 1 ס"מ אפשר להכניס לתיבה כך שתהיה מלאה לגמרי?  ג. האם ניתן למלא את התיבה בקוביות שלמות בגודל  ? הסבירו. 5. מיה מכינה אדנית על-פי הדגם שבציור:  היא החליטה ליצור אדנית נוספת, אך לקצר את אורכה. במקום 30 ס"מ, היא מייצרת אדנית שאורכה 20 ס"מ. את הרוחב והגובה היא אינה משנה. בכמה קטן נפח האדנית השנייה מנפח האדנית הראשונה? i. 10 סמ"ק ii. 1,500 סמ"ק iii. 3,000 סמ"ק iv. 7,500 סמ"ק

דוגמאות, יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
 לפניכם צורה העשויה מקוביות זהות. הצורה חלולה לכל אורכה. כמה קוביות נדרשות כדי למלא את החלל? א 6 ב 12 ג 15 ד 18 6. הגוף הבא מורכב משתי תיבות שבסיסן ריבוע, המונחות זו על גבי זו. הגובה של כל אחת משתי התיבות הוא 10 ס"מ. אורך מקצוע הבסיס של התיבה התחתונה הוא 6 ס"מ. אורך מקצוע הבסיס של התיבה העליונה הוא שליש מאורכו של מקצוע הבסיס של התיבה התחתונה.		

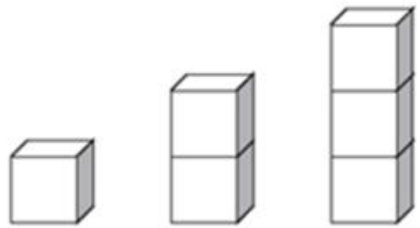
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		א. מצאו את הנפחים של שתי התיבות. ב. פי כמה גדול נפח התיבה התחתונה מנפח התיבה העליונה? ג. מצאו את נפח הגוף. ד. מצאו את שטח הפנים של הגוף.  7. אריזת קרטון מכילה ליטר אחד של חלב (1000 סמ"ק). ברצוננו למזוג חלב משלוש אריזות קרטון לתוך מכל שצורתו תיבה, כך שכמות החלב תמלא את התיבה עד שפתה. חלק ממידות התיבה רשומות על גבי הסרטוט. מה גובה התיבה? 

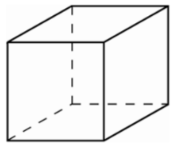
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		8. אם נקפל את הצורה הבאה נקבל תיבה. א. מהו נפח התיבה? ב. מהו שטח הפנים של התיבה?  בפריסה של הקובייה הבאה: א. סמנו באות Y את הפאה הנגדית לפאה שמסומנת באות X. ב. סמנו באות Z את הפאות הסמוכות לפאה שמסומנת באות X. כמה פאות כאלה יש? ד. סמנו את הנקודות שמתלכדות עם הקודקוד A לאחר קיפול הקובייה 9. מאיזו פריסה אפשר ליצור קובייה? 

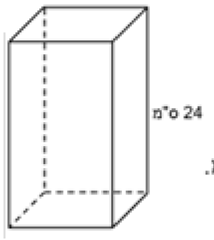
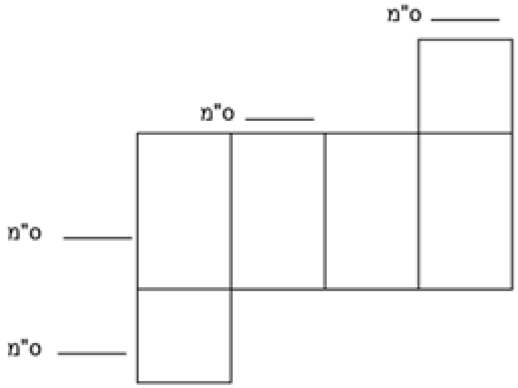
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		10.  11. חשבו את הנפח הכולל של שתי קוביות המונחות אחת על השנייה, אם אורך המקצוע של קובייה אחת 2 ס"מ ואורך המקצוע של קובייה שנייה 3 ס"מ. רשמו תרגיל מתאים ופתרו. 12. הנפח של קובייה 64 סמ"ק. א. כמה קוביות שמקצועותיהן שווה ל 1 ס"מ ניתן להכניס לקובייה הנתונה כך שתהייה מלאה לגמרי? ב. הציעו קובייה, שאורך המקצוע איננו 1 ס"מ, שניתן להכניס לקובייה הנתונה ולמלא כך שתהייה מלאה לגמרי. ג. כמה קוביות כאלה ניתן להכניס לקובייה המקורית?

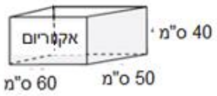
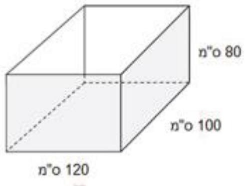
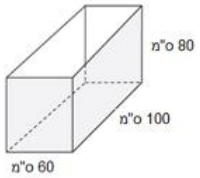
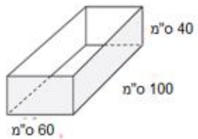
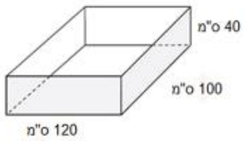
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		13. קוביית עץ שהנפח שלה הוא 125 סמ"ק צבועה מבחוץ. מנסרים את הקובייה לקוביות קטנות שאורך מקצועותיהן 1 ס"מ. א. כמה קוביות קטנות מתקבלות שאינן צבועות כלל? ב. כמה קוביות קטנות מתקבלות שצבועות רק על פאה אחת? ג. כמה קוביות קטנות מתקבלות שצבועות בדיוק על שתי פאות? ד. כמה קוביות קטנות מתקבלות שצבועות בדיוק על שלוש פאות? 14. כל הקוביות הקטנות בעלות אותו גודל. איזה מבנה של קוביות שונה בנפחו מהאחרים? 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		15. ליאת אופה עוגה בתבנית שצורתה תיבה. האורכים של מקצועות הבסיס של התבנית הם 24 ס"מ ו־ 20 ס"מ, וגובה התבנית הוא 4 ס"מ (ראו סרטוט). א. חשבו את נפח התבנית. ליאת הוציאה את העוגה מן התבנית וחתכה אותה לקוביות זהות בגודלן. אורך המקצוע של כל קובייה 4 ס"מ. לאחר שחתכה ליאת את העוגה, היא ציפתה בשוקולד את הפאה העליונה וגם את ארבע הפאות הצדדיות של כל אחת מהקוביות של העוגה. ב. מהו מספר הקוביות שחתכה ליאת מהעוגה? ג. חשבו את השטח המצופה בשוקולד על קובייה אחת של העוגה. ד. חשבו את כל השטח שליאת ציפתה בשוקולד. 

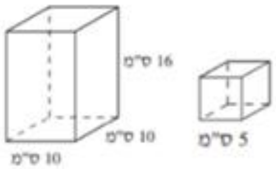
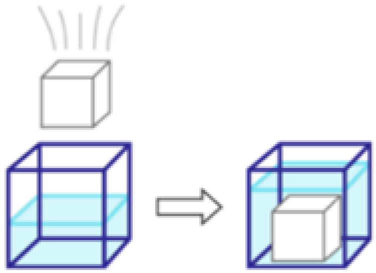
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		.16 לפניכם סדרת מגדלים הבנויים מקוביות, אורך מקצוע של כל קובייה הוא a ס"מ.  א. רשמו את הביטוי האלגברי המייצג את שטח הפנים של מגדל הבנוי מ: (1) קובייה אחת (2) שתי קוביות (3) שלוש קוביות ב. איזה מבין הביטויים שלהלן מייצג את שטח הפנים של המגדל הבנוי מ-n קוביות? i. $(4n+2)a^2$ ii. $n\cdot a^3$ iii. $6n\cdot a^2$ iv. $4n\cdot a^2$ iv. $4na^2+2n^2$ ג. מה שטח הפנים של מגדל הבנוי משלוש קוביות אם אורך הצלע של כל קובייה הוא 2 ס"מ?

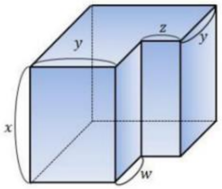
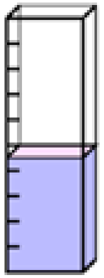
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		17. בניסוי שנערך בשיעור מדעים השתמשו התלמידים בקובייה שאורך צלעה 5 ס"מ.  א. מה **נפח** הקובייה? ב. במהלך הניסוי שפכו התלמידים 50 סמ"ק מים לתוך הקובייה. לאיזה גובה הגיעו המים בקובייה? הציגו את דרך הפתרון:

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		18. בסרטוט תיבה שהבסיס שלה הוא ריבוע. נפח התיבה הוא 2400 סמ"ק. גובה התיבה 24 ס"מ.  א. חשבו את אורך מקצוע הבסיס של התיבה תשובה: אורך מקצוע הבסיס של התיבה הוא _______ ס"מ. ב. לפניכם פריסה של התיבה. רשמו על גבי הפריסה בסרטוט, במקומות המתאימים, את מידות התיבה.  ג. רוצים למלא את התיבה בקוביות שמידותיהן 2X2X2 ס"מ. כמה קוביות כאלה אפשר להכניס לתיבה הנתונה? נמקו במילים או בתרגיל.

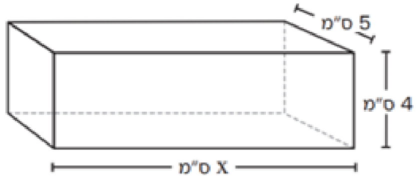
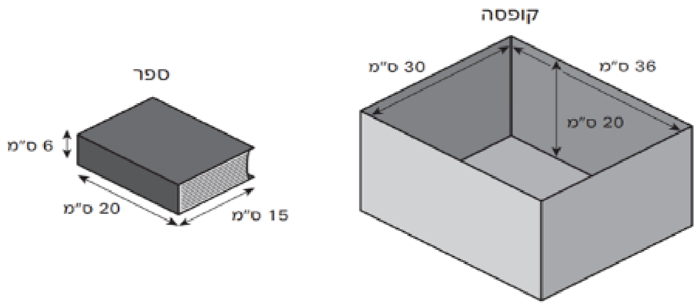
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		.19 יסמין קנתה אקווריום בצורת תיבה שממדיה רשומים בשרטוט.  היא מעוניינת לקנות אקווריום נוסף, שנפחו יהיה גדול פי 2 . איזה מהאקווריומים שלפניכם מתאים?    

68

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		.20  לזוהר יש תיבה שבסיסה ריבוע. מידות התיבה נתונות בשרטוט שלפניכם. זוהר רוצה להכניס לתוך התיבה קוביות עץ ולכסות אותה במכסה. אורך מקצוע של הקובייה הוא 5 ס"מ. א. מה המספר הגדול ביותר של קוביות כאלה שזוהר יכולה להכניס לתוך התיבה? ב. לזוהר יש תיבה נוספת שהנפח שלה זהה לנפח של התיבה שבשרטוט ולתיבה זו **אי אפשר** להכניס אפילו קובייה אחת מקוביות העץ. הציעו דוגמה אפשרית למידות התיבה הנוספת שיש לזוהר. .21 במהלך ניסוי בשיעור מדעים השתמשו התלמידים בקובייה שאורך מקצוע 5 ס"מ. הם שפכו לתוך הקובייה 50 סמ"ק נוזל. לאיזה גובה הגיעו המים בקובייה? נתון כלי בצורת קובייה שאורך המקצוע שלה הוא 6 ס"מ. מלאו במים עד חצי מהגובה של הכלי (איור 1) לתוך הכלי הכניסו קובייה קטנה (איור 2) וגובה המים עלה עד ל- $\frac{3}{4}$ מהגובה של הכלי. א. מה הנפח של הקובייה הגדולה? ב. מה הנפח של הקובייה הקטנה?  איור 1 איור 2

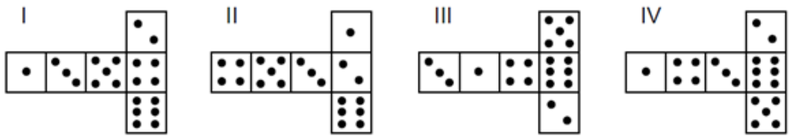
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		.22 מתיבה גדולה חתכו תיבה קטנה יותר כך שנוצר הגוף הבא: אם 7 ס"מ = x, 4 ס"מ = y, 2 ס"מ = z, 3 ס"מ = w מה הנפח של הגוף שהתקבל?  .23 באיור 1 מתואר הבסיס של כלי. כל משבצת היא בגודל 1 סמ"ר. נתון שהנפח של המים בכלי (איור 2) הוא 27 סמ"ק. א. מה גובה פני המים בכלי? ב. מה הנפח של הכלי כולו? ג. מה שטח הפנים של הכלי? איור 2  .24 [דוגמאות - קובייה שאלות ברוח מפיזה]

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		.25 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		.26  הנפח של הקופסה המלבנית הוא 200 סמ"ק. מהו ערכו של x? תשובה: ___________ רון אורז ספרים בתוך קופסה מלבנית. כל הספרים הם באותו הגודל.  מהו המספר הכי גדול של ספרים שייכנסו לתוך הקופסה? תשובה: ___________

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>

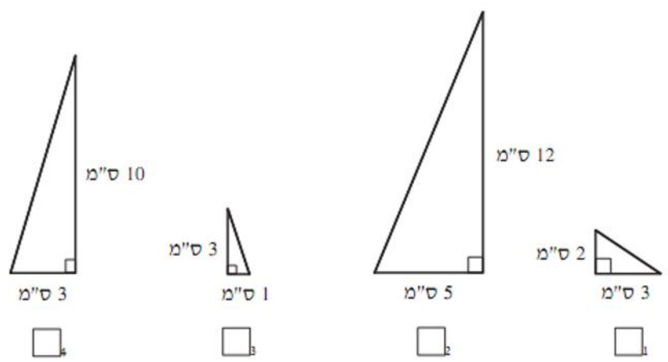
27. איזו מהפריסות הבאות מתאימה לקובייה המקיימת את הכלל שסכום הנקודות על הפאות הנגדיות הוא 7?



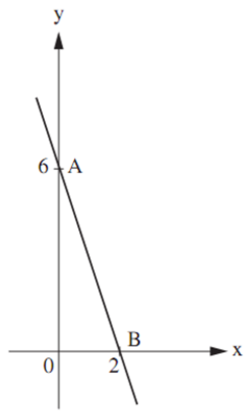
עבור כל צורה, הקיפו בעיגול "כן" או "לא" בטבלה שלמטה.

<table>
<tr><th>צורה</th><th>מקיימת את הכלל שסכום הפאות הנגדיות הוא 7?</th></tr>
<tr><td>I</td><td>כן / לא</td></tr>
<tr><td>II</td><td>כן / לא</td></tr>
<tr><td>III</td><td>כן / לא</td></tr>
<tr><td>IV</td><td>כן / לא</td></tr>
</table>

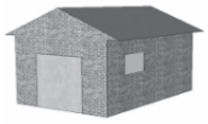
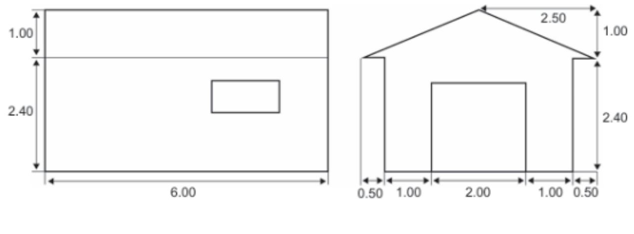
</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
משפט פיתגורס	מערכת צירים שלמה חשבון של העלאה בחזקה 2 ומציאת שורש ריבועי חיובי היסק של נכונות משפט באמצעות חישובי שטחים פשוטים. אורך של קטע על מערכת הצירים, גם כאשר הקטע אינו מקביל לאחד הצירים. אורך קטע דורש היכרות של משפט פיתגורס ושימוש פשוט בו. ניתן להכיר את המשפט על סמך פעילויות לשקילות שטחים, לצורך שכנוע בנכונותו. חשיבות הדיוק הפרקטי. הוכחה פורמאלית של משפט פיתגורס תופיע בשלב היסקי מאוחר יותר. בחישובים מורכבים, ניתן להסתפק ברמת דיוק של 2 ספרות אחרי הנקודה. יש מקום לדיון לגבי חשיבות הדיוק המוחלט, במקרים שבהם איננו פרקטי	1. מגוון דרכים לשכנוע בנכונות משפט פיתגורס. https://www.geogebra.org/m/uW9Rcmmj#material/KSskph6Z דרך מספר 3 היא אחת הברורות 2. בבית ספר "אלונים" המורה בחרה לסמן את מקומות הישיבה של התלמידים במערכת צירים. מקום הישיבה של טל סומן בנקודה A(5,7), מקום הישיבה של רז סומן בנקודה B(0,0). חשב את המרחק בין טל ורז. 3. סַמנו את המשולש שבו **אורך היתר** הוא $\sqrt{13}$ ס"מ. 

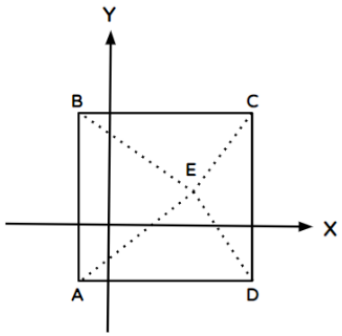
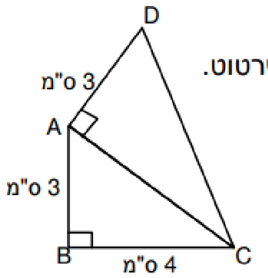
74

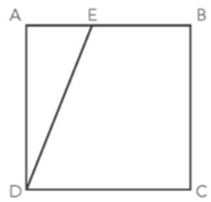
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	לצורך חישובים מיוחדים אפשר להתיר שימוש במחשבון.	4. מצאו את שני האורכים של שני האלכסונים במלבן שקודקודיו הם: A(-1,3) B(6,3) C(6,8) D(-1,8) 5. קבעו האם המשולש שקודקודיו הם: A(2,3) B(5,-1) C(-2,0) הוא שווה צלעות או שווה שוקיים או שונה צלעות. 6. במערכת הצירים שלפניכם מסורטט ישר העובר דרך הנקודות A ו־ B.  ב. מהו אורך הקטע AB ביחידות אורך? כִּתבו את תשובתכם בעזרת שורש **או** כמספר עשרוני עם שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
7. א. סולם נשען על הקיר. רגליו נמצאות במרחק 50 ס"מ מהקיר וראשו בגובה 1.5 מ' . מה אורך הסולם ?
ב. הסולם החליק ומרחקו על הרצפה מהקיר הוא עתה 60 ס"מ.
לאיזה גובה יגיע הסולם?

8.
מחסן
יצרן מחסנים מייצר מגוון דגמים בסיסיים, שיש להם רק חלון אחד ודלת אחת.
אסף בחר את הדגם שלפניכם מתוך מגוון הדגמים הבסיסיים. מיקום החלון ומיקום הדלת מוצגים כאן.

מחסן PM991Q02 – 00 11 12 21 99
שתי התכניות שלפניכם מציגות את המידות במטרים של המחסן שבחר אסף.


מבט מהצד מבט מלפנים
הגג מורכב משני חלקים זהים בצורת מלבן.
חשבו את השטח הכולל של הגג. הציגו את החישובים שלכם.
</td></tr>
</table>

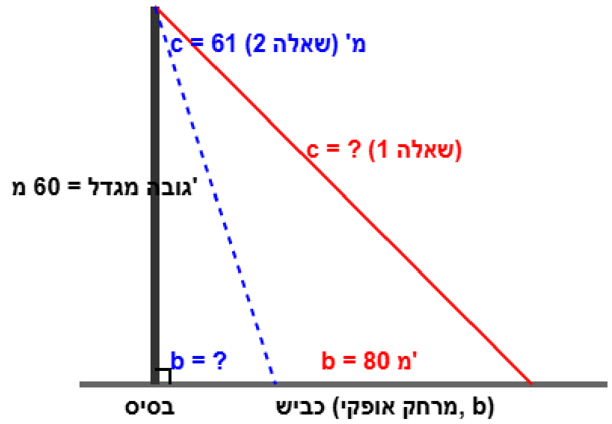
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		9. צלעות הריבוע ABCD מקבילות לצירים. הנקודה E נמצאת בתוך הריבוע (ראה ציור). נתון: B (-1,4). שיעור ה- x של נקודה C הוא 5.  א. רשמו שיעורי הקדקודים C , D ,A. נמקו. ב. נתון ששטח המשולש DEC שווה ל- 6 יח"ר ושטח המשולש ADE שווה ל-9 יח"ר. מצאו את שיעורי הנקודה E. ג. מצאו את אורך הקטע AE. 10. א. חשבו את שטח המרובע ABCD על פי הנתונים בשרטוט. ב. חשבו את היקף המרובע ABCD. 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		11. לפניכם הריבוע ABCD.  האורך של צלע הריבוע הוא 20 ס"מ. הנקודה E נמצאת על הצלע AB, כך ששטח המשולש ADE הוא 80 סמ"ר. מהו אורך הקטע DE ?

שאלה מסכמת

1. גשר מיתרים (כבלים)

אדריכלית מתכננת גשר מיתרים. מגדל תמיכה מרכזי (פילון) ניצב לחלוטין לכביש הגשר. כבלי פלדה מתוחים מראש המגדל לנקודות שונות על הכביש. גובה המגדל מהכביש עד לנקודת העיגון העליונה הוא **60 מטר**.



שאלות:

1. כבל תמיכה מתוח מראש המגדל (גובה 60 מ') לנקודה על הכביש במרחק אופקי של 80 מטר מבסיס המגדל.
   מה אורכו הכולל של הכבל (הסרטוט באדום)?

   א. 100 מטר ב. 140 מטר ג. 4800 מטר ד. 70 מטר

2. כבל אחר, שאורכו 61 מטר, מחובר לראש המגדל (גובה 60 מ'). מהו המרחק האופקי בין בסיס המגדל לנקודת החיבור של הכבל לכביש (הסרטוט בכחול)?

א. 1 מטר ב. 121 מטר ג. 11 מטר ד. 60.5 מטר

3. האדריכלית שוקלת לעגן כבל בנקודה שמרחקה האופקי מבסיס המגדל שווה בדיוק לגובה המגדל (כלומר, 60 מטר). מה יהיה הריבוע של אורך הכבל הנדרש (C^2)?

א. 120 ב. 3600 ג. 7200 ד. 240

שאלות נוספות:

4. (מיומנות חישוב): לחיזוק נוסף, האדריכלית מחברת כבל מראש המגדל (60 מ') לנקודה במרחק 25 מטר על הכביש. מהו אורך הכבל הנדרש? הציגו את דרך הפתרון המלאה.

5. (הבנה והסבר): המהנדס הראשי מציע לאדריכלית שתי חלופות לחיזוק הכבל הקיים (שחושב בשאלה 4):

- חלופה א': להנמיך את נקודת העיגון על המגדל ב-10 מטר (לגובה 50 מ'), אך להשאיר את העיגון בכביש במרחק 25 מטר.
- חלופה ב': להשאיר את העיגון על המגדל בגובה 60 מטר, אך להרחיק את נקודת העיגון על הכביש ב-10 מטר (למרחק 35 מטר).

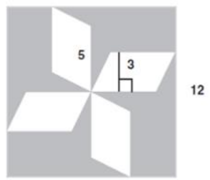
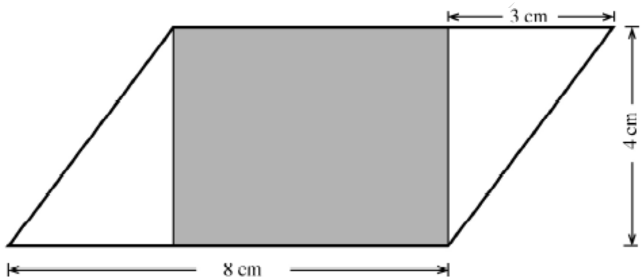
באיזו משתי החלופות יתקבל כבל קצר יותר? הסבירו את תשובתכם על ידי השוואת החישובים, וציינו איזו חלופה חוסכת יותר בחומר (כבל).

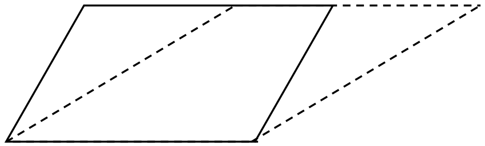
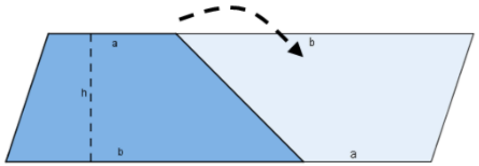
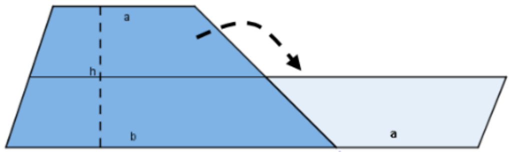
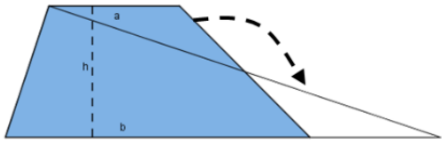
1. לוויין GPS ומדידת מרחקים על פני כדור הארץ

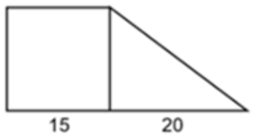
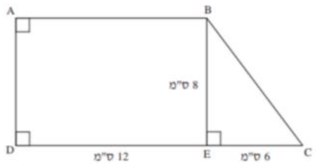
לוויין *GPS* ומדידת מרחקים על פני כדור הארץ
קישור לשאלון

לוויין GPS ומדידת
מרחקים על פני כדור הארץ

שאלון לתלמיד

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
שטח מקבילית שטח טרפז שטחים מורכבים בדגש על שימוש במשפט פיתגורס	התלמידים מכירים את המקבילית מבית הספר היסודי: מרובע שבו כל זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו. כל מלבן הוא גם מקבילית. המרחק שבין שתי צלעות נגדיות הוא אורך גובה המקבילית. למקבילית שני גבהים. יש ללמוד באמצעים מוחשיים של פירוק והרכבה כיצד למצוא את שטח המקבילית באמצעות שטחו של מלבן מתאים. משיקולים אלה מתקבל שטח המקבילית כמכפלת אורך צלע באורך הגובה המתאים. התלמידים מכירים את הטרפז מבית הספר היסודי: מרובע שבו זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו והזוג השני של צלעות נגדיות שאינן מקבילות.	1. בשרטוט שלפניכם ריבוע שאורך צלעו 12 ס"מ, ובתוכו ארבע מקביליות חופפות, שבהן אורך צלע אחת הוא 5 ס"מ והגובה לצלע זו הוא 3 ס"מ. חשבו את השטח האפור.  i. 60 סמ"ר ii. 84 סמ"ר iii. 114 סמ"ר iv. 129 סמ"ר 2. האיור הבא מציג מלבן (צבוע אפור) שמוכל במקבילית. בהסתמך על המידות הנתונות, מהו שטחו של המלבן? 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	הצלעות המקבילות מכונות בסיסי הטרפז. אורך גובה של טרפז הוא המרחק בין בסיסיו. יש ללמוד באמצעים מוחשיים של פירוק והרכבה אופנים שונים למציאת שטח טרפז: מחצית המכפלה של סכום אורכי הבסיסים באורכו של הגובה.	3. באיור הבא מוצגות שתי מקביליות. הסבירו מדוע שטחן שווה.  4. חישוב שטח הטרפז בארבע צורות:   

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		5. הטרפז שבשרטוט מחולק למלבן ולמשולש. למי משניהם שטח גדול יותר?  6. נתון טרפז ישר זווית ABCD. BE גובה הטרפז. אורכי הצלעות רשומים בשרטוט. א. הסבירו מדוע מתקבל מלבן ומשלש ישר זווית ב. חשבו את שטחו של המלבן ואת היקפו ג. חשבו את שטח הטרפז ABCD.  ד. חשבו את השוק BC. 7. **<u>תרגילים מאוסף השאלות (הפיקוח על הוראת המתמטיקה)</u>** - בשלב הזה יש להתייחס לשאלות ללא מעגל וללא גופים

שאלה אינטגרטיבית לסיכום:

משפחת גולן בונה משטח עץ בחצר בצורת טרפז שווה שוקיים.

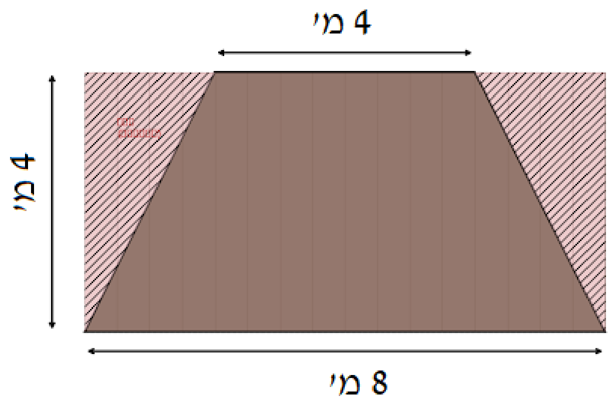
הם קנו חבילות עץ יוקרתי. בכל חבילה יש קרשים המכסים בדיוק **1 מ"ר**.

המשפחה קנתה **25 חבילות**.

קרשי העץ הם מלבניים וארוכים, והנגר מניח אותם לאורך (מלמעלה למטה).

מידות המשטח המתוכנן:

- **רוחב עליון (צמוד לבית):** 4 מטרים.
- **רוחב תחתון (פונה לגינה):** 8 מטרים.
- **אורך (גובה הטרפז):** 4 מטרים.



האבא, דוד, חישב את השטח ואמר: "מצוין! קנינו 25 מ"ר, והשטח של הטרפז הוא פחות מ-25 מ"ר. זה יספיק ועוד יישאר לנו עודף".

הנגר הביט בתוכנית ואמר: "דוד, אתה טועה. העץ לא יספיק. נצטרך לקנות עוד".

שאלות לתלמיד:

1. חשבו את שטח הטרפז לפי המידות הנתונות .

האם לפי החישוב ה"יבש" דוד צודק והשטח קטן מ-25 מ"ר?

2. כאשר מניחים קרשים מלבניים בתוך טרפז, חותכים את הקצוות כדי ליישר קו עם הצלע.

א. כדי לכסות את כל רוחב הטרפז (הבסיס הרחב של ה-8 מטרים), הנגר חייב להתייחס לשטח כאילו הוא מלבן שחוסם את הטרפז. מהו שטח המלבן שחוסם את הטרפז ?

ב. לאור תשובתכם ב-ב', כמה מ"ר של עץ באמת צריך לקנות כדי לבצע את העבודה ללא חתיכות שנשארות ללא שימוש? האם 25 החבילות יספיקו?

3.

המשפחה לא יכולה לקנות עוד עץ (נגמר המלאי בחנות).

הציעו שינוי גיאומטרי בצורת המשטח (מבלי להקטין את הרוחב הצמוד לבית - 4 מטר), כך ש-25 החבילות יספיקו בטוח, והשטח יהיה המקסימלי האפשרי.

איזו צורה גיאומטרית מנצלת חומר מלבני ב-100% יעילות?

שאלות מסכמת בנושא שטחים וטרנספורמציות.

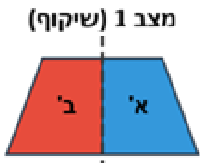
שאלה א: "שכפול האייקונים"

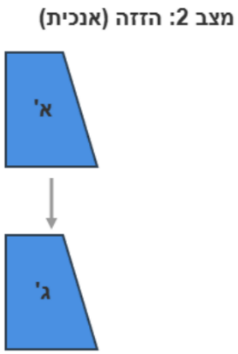
מעצבת גרפית בונה אייקונים למשחק מחשב.

היא משתמשת בצורה בסיסית של טרפז ישר זווית (צורה א') ומפעילה עליו פקודות מחשב שונות כדי ליצור צורות חדשות.

המעצבת יצרה שלושה מצבים (ראו איור):

מצב 1 (**שיקוף**): המעצבת בחרה ב**שוק** המאונכת לבסיסים של צורה א' כ**ציר סימטריה** .היא שכפלה את הצורה כך שהצורה החדשה (ב') היא תמונת ראי (שיקוף) של צורה א' ביחס לציר זה.





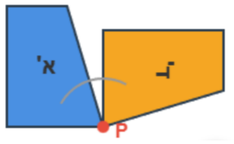
מצב 2 (הזזה): המעצבת שכפלה את צורה א' והזיזה אותה למטה, ללא שינוי כיוון,

ליצירת צורה ג'.

מצב 3 (סיבוב): המעצבת סימנה את הקדקוד הימני התחתון

של צורה א' בנקודה P היא סובבה את הצורה ב- $90°$ **בכיוון השעון** סביב הנקודה P ליצירת צורה ד'.

מצב 3: סיבוב (90 מעלות סביב נקודה P)



1. מה הקשר בין הצורות א', ב', ג', ד'?
2. איזו צורה גאומטרית חדשה נוצרה מצורות א' ו- ב' במצב 1?
3. אורכי הבסיסים של צורה א' הם 3 ס"מ ו- 5 ס"מ, והגובה (השוק הישרה) הוא 3 ס"מ.

א. חשבו את השטח של צורה א'.

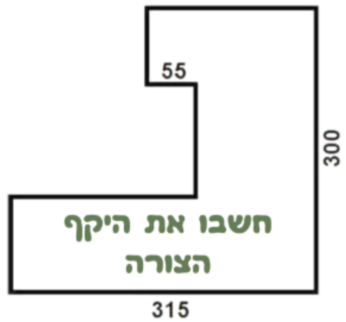
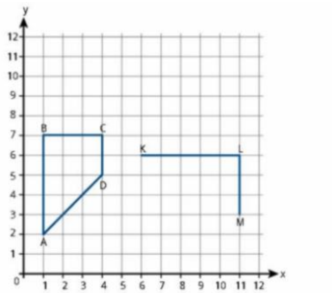
ב. רשמו את השטח של כל אחת מן הצורות ג' ו- ד'.

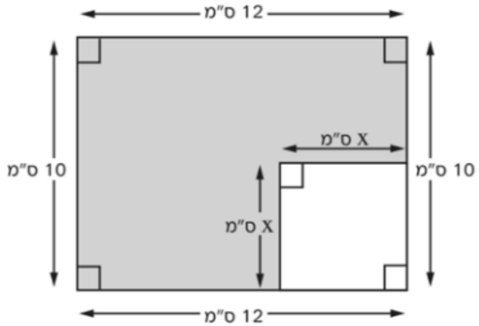
ג. חשבו את שטח הצורה שנוצרה במצב 1.

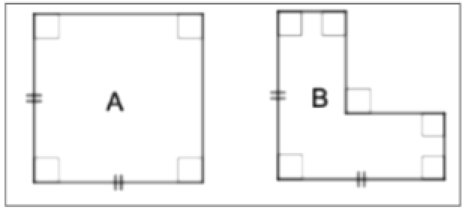
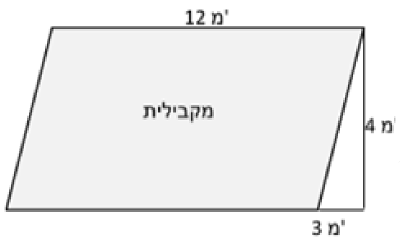
ד. חשבו את אורך הבסיס התחתון הגדול של הצורה שנוצרה במצב 1.

4. תלמיד טען: "במצב 1, ציר הסימטריה הוא הקו המפריד (הקו המקווקו באיור) בין שתי הצורות". האם הוא צודק? נמקו.

5. מה גודל הזווית בין השוק הגדולה של טרפז א' לבין השוק הגדולה של טרפז ד'?

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
מציאת היקפי משולשים ומצולעים אחרים, כולל אורך מסלולים. חישובי ההיקפים יכללו המרת יחידות אורך. שימוש במשפט פיתגורס.	יש לשלב תרגילים יישומיים שכוללים חישובי עלויות וחישובי מהירויות של תנועה יש לכלול חישובים מספריים ואלגבריים המרת יחידות אורך יש לשלב חישובי היקף של מצולעים בעזרת פירוק והרכבה ולשלב גם בהקשרים בחיי היום יום. יש לפתח מיומנות של פתרון שאלות הפוכות, למשל סרטוט בהתאם לנתונים (נתונה גינה עם מידות נתונות וצריך לשלב בה חלקת משחקים עם תנאים מסוימים) בפתרון בעיות יש לחזור על השפעת שינוי בהיקף על שטח ולהיפך. יש לשלב שאלות עם ביטויים אלגבריים	1.  2. אייל סרטט טרפז ABCD במערכת צירים ולאחר מכן החל לסרטט טרפז נוסף KLMP. קודקוד P נמחק לאייל מהסרטוט שלו. א. עזרו לאייל למצוא את קודקוד P אם ידוע ששטחי הטרפזים שווים. רשמו את שיעורי הקודקוד P. ב. הציעו לאייל 4 קודקודים אחרים כך שיתקבל טרפז השווה בשטחו לטרפז ABCD. רשמו את שיעורי הקודקודים. ג. מהו היקף של הטרפזים? 

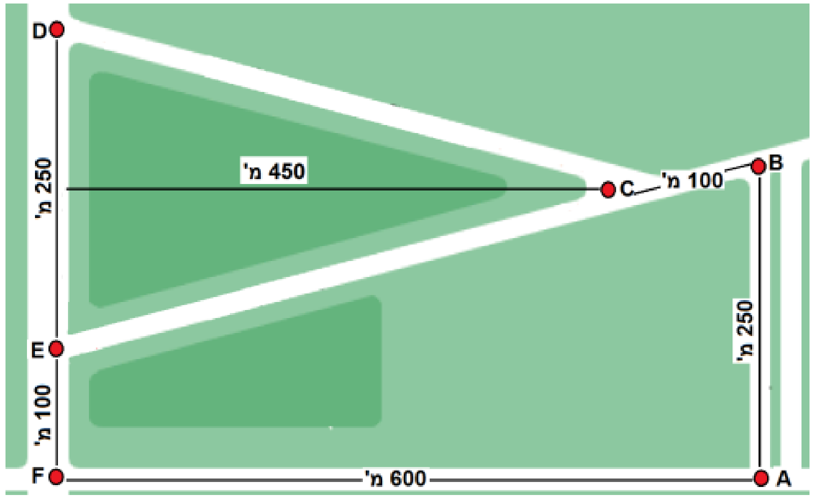
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		3.  א. כִּתבו ביטוי המכיל את הנעלם x, כך שייצג את החלק הצבוע **באפור** שבתרשים. תשובה: ______________ סמ"ר ב. כתבו ביטוי או מספר כך שייצג את היקף החלק הצבוע. האם ההיקף תלוי ב- x?

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		4. . בשכונה באשדוד יש שני מתחמי גינה שצורתם לפי הנתון בשרטוט. ועד הבית של השכונה התלבט איזה מתחם כדאי לו לגדר כדי שההוצאות שלו יהיו קטנות יותר. הוא החליט לבחור את צורה A וטען כי ההיקף של צורה A גדול מההיקף של צורה B. דיירי הבית התאספו לאסיפה ואמרו את הדברים הבאים: עמית טענה " הטענה של ועד הבית תמיד נכונה" רז טען " הטענה של ועד הבית לפעמים נכונה" טל טען " הטענה של ועד הבית לעולם אינה נכונה" מי מהדיירים צודק? נמקו  5. א. תארו במילים מצב מציאותי המתאים לסרטוט הבא. ב. מצאו את היקף המקבילית 

דוגמאות ,יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
1. על מערכת הצירים נתון מרובע שקודקודיו הם: A(-1,2) B((1,8) C(7,2) D(1,1) א. סרטטו על מערכת צירים את המרובע, וסמנו את אלכסוניו. ב. מהו האורך של כל אחד מאלכסוני המרובע? ג. הסבירו כיצד ניתן לקבוע שאלכסוני המרובע מאונכים זה לזה. ד. רשמו את שיעורי נקודת המפגש של האלכסונים. ה. מצאו את שטח המרובע (נסו לפתור במספר דרכים רב ככל האפשר). ו. מצאו את היקף המרובע. ז. זחל נע לאורך היקף המרובע במהירות של 2 ס"מ בכל דקה. כמה זמן ייקח לזחל להקיף את המרובע?	שטח של מרובע שאלכסוניו מאונכים 1. כסכום שטחים של 4 משולשים ישרי זווית. 2. כסכום של שני משולשים בעלי צלע משותפת. 3. כמחצית שטח המלבן שצלעותיו מקבילות לאלכסוני המרובע. מיומנויות: חשיבה צורנית, פירוק והרכבה (מציאת שטח של צורה כסכום חלקיה, או כהפרש מתוך מכלול גדול יותר).	שטח והיקף של מרובע שאלכסוניו מאונכים

שאלה אוריינית 1

לפניכם מפת רחובות בשכונה מגורים:



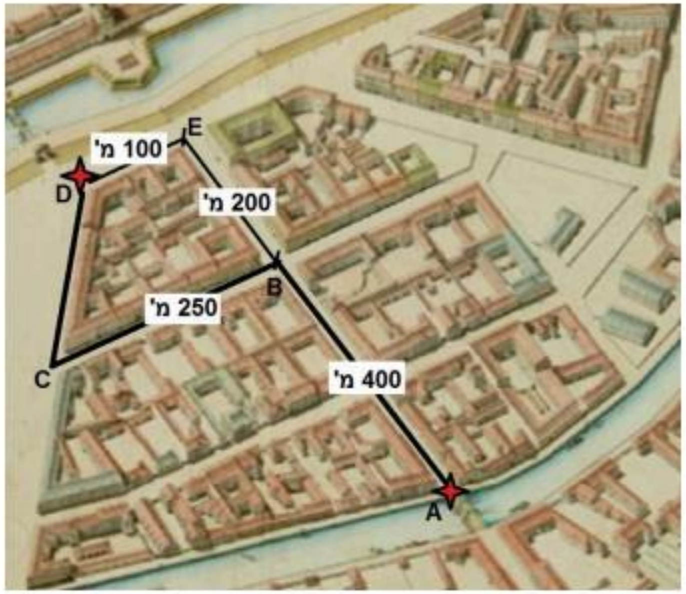
משולש הרחובות DEC יוצר משולש שווה שוקיים. אורכי הרחובות מסומנים במפה.

1. מהו אורך הרחוב בין הנקודות DC?
2. ערן מתכנן מסלול ריצה לאורך רחובות השכונה.

   אורך המסלול אמור להיות יותר מ- 5 ק"מ ופחות מ- 6 ק"מ.

   תנו מספר אפשרויות לבחירת מסלול הריצה.

שאלה 2

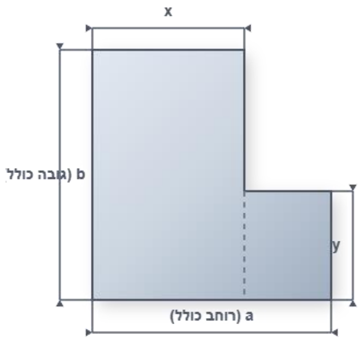


תייר בחר מסלול הליכה ממקום מוצאו בנקודה A על המפה ליעדו בנקודה D על המפה, כך שיעבור דרך הנקודות B ו- C.

המרחקים בין הנקודות מסומנים במפה. הרחוב בין הנקודות A ל- E מאונך לרחוב בין הנקודות B ל- C, וגם מאונך לרחוב בין הנקודות E ל- D.

1. מהו אורך קטע ההליכה בין הנקודות C ל- D?
2. מהו אורך המסלול שעבר התייר?
3. האם התייר בחר המסלול הקצר ביותר? הסבירו.
4. אם מהירות ההליכה של תייר היא 4.5 קמ"ש, תוך כמה דקות הוא יגיע ליעדו.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
שאלות הגדלה או הקטנה בהקשר של היקפים, מסלולים ושטחים .	פתרון משוואות (ללא אחוזים בשלב הזה). השימוש ביחידות שטח. בקרת היתכנות של התוצאה.	1. זרוע רובוטית במפעל מייצרת שלטים ממתכת. התכנות הראשוני של הזרוע הוא לייצר שלט מלבני בסיסי, אך ניתן להוסיף פקודות כדי לשנות את צורתו. **משימה 1 (רמה בסיסית):** הזרוע מתוכנתת לייצר שלט מלבני שרוחבו a ס"מ ואורכו b ס"מ. כתבו ביטויים אלגבריים עבור היקף השלט ועבור שטח השלט. **משימה 2 (רמה בינונית):** המתכנת עדכן את הפקודות. כעת הזרוע מייצרת שלט חדש על ידי הגדלת הרוחב המקורי ב-4 ס"מ, והקטנת האורך המקורי ב-2 ס"מ. א. כתבו ביטויים אלגבריים למידות החדשות של השלט. ב. כתבו ביטוי אלגברי לשטח השלט החדש (בצעו פתיחת סוגריים ופישוט). ג. כתבו ביטוי אלגברי להיקף השלט החדש (ופשטו אותו). **משימה 3 (רמה מתקדמת):** במשימה מורכבת, הזרוע יוצרת שלט בצורת האות 'L' על ידי הרכבת שני מלבנים, כמתואר בסרטוט.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		א. כתבו ביטוי אלגברי המייצג את שטח השלט. ב. כתבו ביטוי אלגברי המייצג את היקף השלט. 

שאלה מסכמת (המשך לשאלה 1)

זרוע רובוטית במפעל מייצרת שלטים ממתכת. התכנות הראשוני של הזרוע הוא לייצר שלט מלבני בסיסי, אך ניתן להוסיף פקודות כדי לשנות את צורתו.

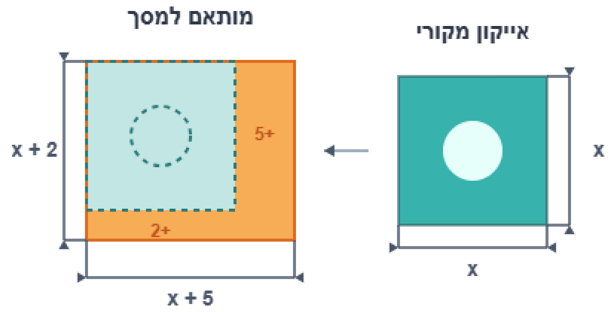
מפתחי אפליקציות צריכים לוודא שהאפליקציה שלהם נראית טוב על מסכים בגדלים שונים. הגדלים נקבעים לפי מספר הפיקסלים. אייקון (סמל) של אפליקציה חדשה הוא ריבוע שאורך צלעו x פיקסלים.

שאלות:

חלק 1: מהו הביטוי האלגברי המייצג את שטח האייקון הריבועי המקורי?

א) $4x$ ב) x^2 ג) $2x$ ד) x+4

כדי להתאים את האייקון למסך רחב, המפתחים הגדילו את רוחבו ב-5 פיקסלים ואת גובהו ב-2 פיקסלים.



מהו הביטוי לשטח האייקון המלבני החדש?

א) $x^2 + 10$ ב) (x+5)(x+2) ג) $x^2 + 7$ ד) $2x + 7$

מהו הביטוי המייצג את ההפרש בין שטח האייקון החדש (מלבני) לשטח האייקון הישן (ריבועי)?

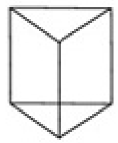
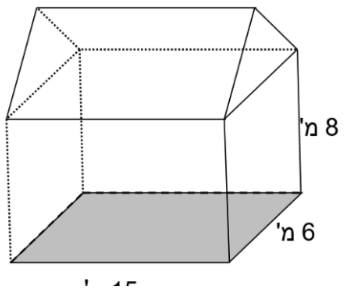
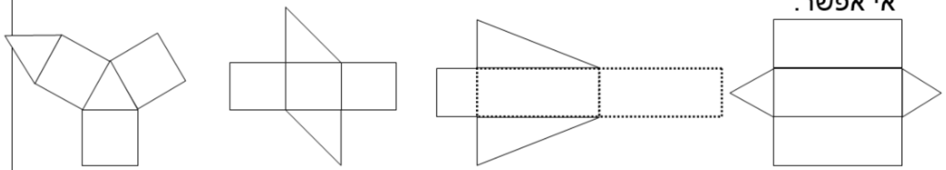
א) 7 ב) 10 ג) $7x + 10$ ד) $10x + 7$

חלק 2:

(מיומנות אלגברית) המתכנת מעצב באנר (מודעת פרסום) שגובהו (x-4) פיקסלים ורוחבו (x+4) פיקסלים. כתבו ביטוי אלגברי לשטח הבאנר ופשטו אותו ככל הניתן.

(הבנה והנמקה) חבר לצוות הפיתוח טוען: "אם נכפיל את אורך הצלע של האייקון הריבועי המקורי פי 2, גם השטח שלו יגדל פי 2".

האם טענתו נכונה? הסבירו את תשובתכם באמצעות ביטוי אלגברי ובאמצעות דוגמה מספרית.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
מנסרה משולשת ישרה: היכרות עם הגוף חישוב שטח פנים חישוב נפח פריסה	מנסרה משולשת ישרה היא גוף ששתיים מפאותיו הן משולשים ו-3 פאות הן מלבנים. המשולשים נקראים 'בסיסי המנסרה', והמלבנים נקראים 'פאות צדדיות של המנסרה'.  ניתן לקבל נפח של מנסרה משולשת, שהבסיס שלה משולש ישר זווית, על ידי חציית תיבה לשתי מנסרות (כפי שנעשה בנושא שטח, במעבר ממלבן למשולש ישר זווית). ניתן לקבל נפח של מנסרה משולשת כלשהי כסכום או כהפרש של נפחים של שתי מנסרות שבסיסיהן משולשים ישרי זווית.	1. א. מאילו גופים מורכב המבנה באיור? ב. חשבו את נפח המבנה, אם נתון שהגובה של הגג הוא 2 מ'. ג. אם נפח הגג הוא 765 מ"ק, מה גובהו של הגג?  2. בדקו את הפריסות הבאות וקבעו מאילו מהן אפשר לבנות מנסרה משולשת ומאילו אי אפשר.  3. תארו את התכונות של בסיסי המנסרה כאשר ידוע ש: - שלוש הפאות הצדדיות חופפות זו לזו; - שתיים מהפאות הצדדיות חופפות זו לזו; - הפאות הצדדיות של המנסרה אינן חופפות. 4. דונו במקרים שבהם מצירוף של שתי מנסרות משולשות ניתן לקבל: - מנסרה משולשת; - תיבה; - גוף אחר.

100

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	יש ללמוד לחשב את שטח הפנים והנפח של מנסרה שממדיה נתונים באמצעים מספריים ואלגבריים. יש לדון בהשתנות שטח פני המנסרה המשולשת כתוצאה משינויים חיבוריים וכפליים באורכי המקצועות, למשל, במקרים בהם אורכי כל ההמקצועות מוכפלים פי 2. יש לדעת לסרטט פריסה של מנסרה משולשת. ניתן לשלב ידע בנושאים: צורות חופפות, סוגי משולשים ומנסרות משולשות. יש להשתמש במשפט פיתגורס על פי הצורך. יש לתת שאלות בהן על התלמיד להביע את נפח המנסרה או שטח הפנים באמצעות הנעלמים.	

שאלות מסכמות:

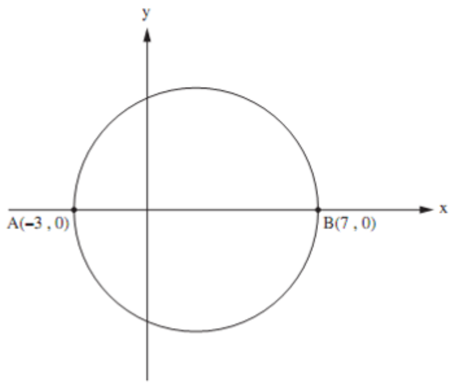
משימת מאור אוריינות עם יישומון - קופסת קרטון

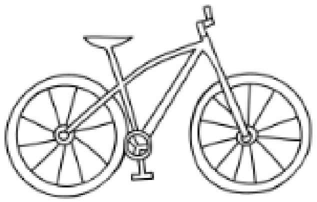
גאומטריה לכיתה ח

לימודי הגאומטריה בכיתה ח מחולקים לשני פרקים מרכזיים. הפרק הראשון הינו המשך של לימודי כיתה ז, וכולל בתוכו המשך היכרות קדם-היסקית עם ידע גאומטרי במישור ובמרחב. הנושאים המרכזיים הם המעגל, ותוספות ידע אודות קטעים מקבילים ומשולשים. הפרק השני הוא מעבר לחשיבה היסקית ומשמש הטרמה לקראת הגאומטריה שתהיה בכיתה ט. דגש מיוחד יש על שיטות היסק ותיעוד הוכחות בכתב ובעל פה שמוצגים באופן מדורג סביב נושא חפיפת משולשים. התוכנית מתאפיינת בהדרגתיות במעבר לחשיבה היסקית. התוכנית מדגישה הטמעה מאוד מדורגת של הנושא, מתוך כוונה מוצהרת לאפשר לשיעור גבוה של תלמידים, להבין לעומק את תשתית הידע, ולהכיר טוב יותר את השימושים האפשריים בחשיבה היסקית.

בטבלה שלפנינו מוצגים הנושאים השונים הנמצאים בתחום, והמלצת מספר שעות ההוראה לכל נושא. מובן שההמלצות הללו אינן מותאמות לכל הכיתות אך מהוות בסיס להערכת משך ההוראה של כל נושא.

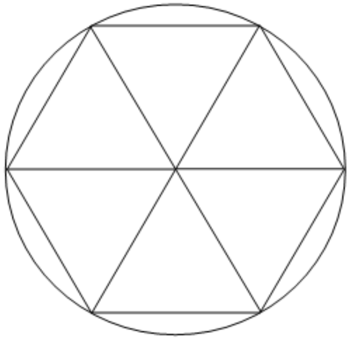
נושא מרכזי	תתי נושאים	המלצה לשעות הוראה
מעגל, גליל וחרוט	המעגל וחלקיו היקף מעגל ושטחו גליל וחרוט	10 שעות
גאומטריה קדם-היסקית	ישרים מקבילים, זוויות מתאימות, מתחלפות וחד צדדיות בין מקבילים סכום זוויות במשולש זווית חיצונית במשולש צלעות המשולש תיכון במשולש	10 שעות
המעבר לחשיבה היסקית חפיפת משולשים	השתלשלות היסקית חפיפת משולשים שימושים בחפיפת משולשים	20 שעות
דמיון	דמיון משולשים דמיון מלבנים	8 שעות

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
המעגל. הגדרה ומושגים בסיסיים (מרכז מעגל, רדיוס, קוטר, מיתר, זווית מרכזית, גזרה שמתאימה לזווית מרכזית).	הבנת הגדרת מעגל כאוסף של כל הנקודות שנמצאות באותו מרחק מנקודה קבועה. עבודה עם מחוגה לסרטוט מעגל והעתקת מרחקים. הבנה ש-"פתיחת המחוגה" מייצגת רדיוס קבוע. המחוגה אינה רק כלי ציור, אלא מקשרת בין הפעולה הפיזית (שימוש במחוגה) לבין הרעיון המתמטי (מרחק קבוע) . שילוב עם מערכת הצירים כאשר מרכז המעגל בראשית הצירים. הדגשה: • כל קוטר הוא מיתר, אך לא כל מיתר הוא קוטר. • אורך רדיוס הוא אורך חצי קוטר. • מרכז המעגל נמצא תמיד באמצע כל קוטר. • קוטר הוא המיתר הארוך ביותר במעגל.	1. חוט נעץ ועיפרון. זיהוי נקודות בתוך המעגל ומחוץ לו בהתאם לאורך החוט הנדרש במערכת צירים. 2. נתון מעגל שמרכזו בראשית הצירים, והרדיוס שלו 5 (כלומר: המרחק של כל הנקודות על המעגל ממרכזו הוא 5). קבעו מי מהנקודות הבאות נמצאת על המעגל, ומי נמצאת בתוכו: .A(5,0) B(3,4) C(3,3) D(4,3) E(0,4) F(-3,4) G(-4,3) H(-5,0) 3. לפניכם מערכת צירים שבה מסורטט מעגל. AB הוא קוטר המעגל.  א. מהו האורך של **רדיוס** המעגל ביחידות אורך?

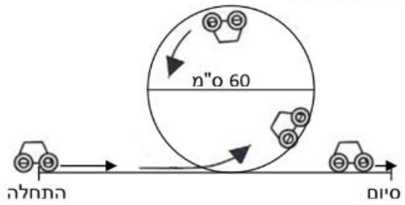
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	מעגלים בעלי רדיוס שווה – חופפים. סימטריה של מעגל: סימטריה סיבובית ביחס למרכז מעגל, שיקוף ביחס לקוטר. חישובים מספריים ואלגבריים. שילוב דוגמאות שיש בהן הקשר מעשי.	ב. מהם השיעורים של מרכז המעגל?
היקף של מעגל (אורך המעגל).	מספר π ביחס הקבוע בין היקף מעגל לבין קוטרו (שגודלו 3.14 בקירוב) . המשמעות של שימוש באות π, שונה מהמשמעות של אותיות באלגברה, והיא נועדה לסימון מקובל ופשוט של מספר קבוע. בחישובים ניתן לרשום מספר π ברמת דיוק של 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית, בנוסף לשימוש באות π. במקרים אלה חשוב להדגיש כי מדובר בקירוב ולא בערך מדויק.	1. בכפר קטן, היה ילד בשם תומר. תומר אהב לרכב על אופניו ולחקור את הטבע שסביבו. הוא החליט לצאת למסע חדש ולגלות את האזור סביב הכפר שלו. לפני שהתחיל את המסע, הוא עמד ליד האופניים שלו והסתכל על הגלגלים. הוא תמיד תהה כיצד הגלגלים עוזרים לו לנוע במהירות ובקלות. בתור ילד סקרן, הוא החליט לבדוק את היקף אחד מהגלגלים.  תו תומר זכר מהמורה שלו בבית הספר למדה אותו שהגלגלים הם מעגלים, ולכן הוא יכול לחשב את ההיקף שלהם. הוא מדד את רדיוס של הגלגל וראה שהוא 30 ס"מ. תומר היה מרוצה מעבודתו.

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr>
<td></td>
<td>יש למדוד את היקפם של כמה מעגלים ולאמת באופן ניסיוני את העובדה שקיים יחס קבוע בין היקף מעגל לבין קוטרו. הערה: ככל שקוטר המעגל גדול יותר, כך שגיאת המדידה קטנה יותר באופן יחסי.

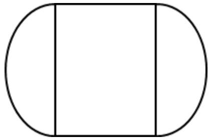
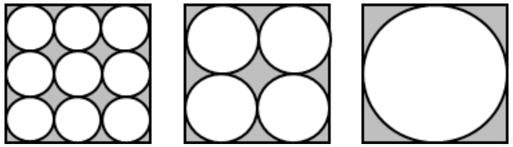
מומלץ להדגים את חישוב הערך של π באחד מהאופנים הבאים: הבאות:
א. קירובים בעזרת מצולעים (מדידות וחישובים).
ב. באמצעות סימולציה ממוחשבת.

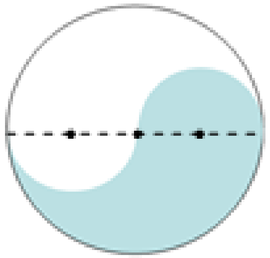
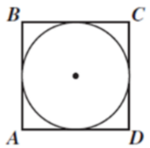
יש לשלב חישובים מספריים וביטויים אלגבריים.
יש ללמוד את הביטויים האלגבריים להיקף מעגל באמצעות הרדיוס והקוטר.
שילוב של כלים טכנולוגיים.</td>
<td>"ההיקף של הגלגל הוא בערך ________ ס"מ!"
2. במעגל שרדיוסו 1 ס"מ חסום משושה משוכלל כפי שמתואר בסרטוט.

א. מהן הזוויות במשולשים שבתוך המשושה.
ב. מהו היקף המשושה?
ג. האם היקף המעגל גדול, קטן או שווה להיקף המשושה?

4. סימולציה ממוחשבת

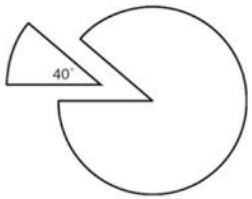
5.
בשרטוט מתואר מסלול של משחק מכוניות המורכב מקטע ישר וממעגל.
מהו בקירוב אורכו של המסלול?


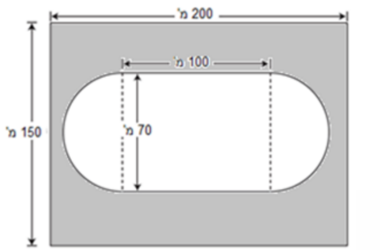
i. 1.80 מ'   ii. 2.5 מ'   iii. 5 מ'   iv. 5.80 מ'</td>
</tr>
</table>

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
שטח של עיגול	המחשת חישוב שטח עיגול שרדיוסו 1 באחד משני אופנים: 1. באמצעות קירובים של מצולעים וחישוב שטחם. 2. באמצעות סימולציה ממוחשבת . זיהוי מצבים בהם משתמשים בשטח עיגול בחיי היומיום. שילוב פעילויות חזותיות, שימוש במחוגה וסרטוטים, חיבור לבעיות מעשיות. שילוב דוגמאות שיש בהן הקשר מעשי. בחישובים יש להתייחס לעיגול התשובות לפי כללי העיגול.	שאלות מחיי היום יום 1.הסרטוט מתאר אצטדיון שמורכב מריבוע ששטחו 144 מ"ר ושני חצאי עיגולים. מהו שטחו והיקפו של האצטדיון?  2. נתונים שלושה ריבועים חופפים, שבתוך כל אחד מהריבועים סורטטו עיגולים חופפים המשיקים זה לזה. באיזה מהאיורים השטח הצבוע אפור הוא הגדול ביותר ומדוע? 

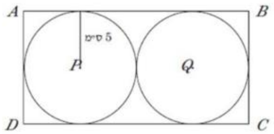
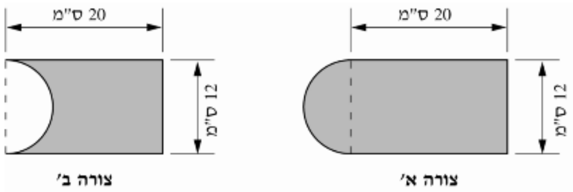
דוגמאות, יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
3. באיור הבא שטח העיגול הוא A. מה השטח של הצורה הצבועה בתוך העיגול?  4. בשרטוט שלפניכם עיגול החסום בריבוע ABCD. רדיוס העיגול הוא 6 ס"מ.  א. מה היקף ריבוע ABCD? i. 12π ס"מ ii. 36π ס"מ iii. 24 ס"מ iv. 48 ס"מ ב. בכמה גדול שטח ריבוע ABCD משטח העיגול החסום בו?		

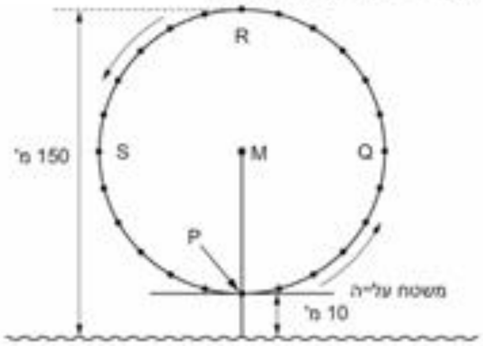
7

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
5.
להכנת עגילים, צורף חותך גזרות מדיסקיות כסף עגולות.
הוא חותך כל דיסקית ממרכז העיגול לגזרות בזווית בנות 40° , כמתואר בשרטוט.


המשקל של כל דיסקית עגולה הוא 2.7 גרם. מה משקלה של גזרה אחת? נמקו את תשובתכם.
6.
לפניכם שרטוט של מגרש מלבני שממדיו הם 150 מ' X 200 מ'. על חלק מהמגרש שתלו דשא.
שטח הדשא מורכב ממלבן שמשני צידיו שני חצאי עיגול (השטח הלבן בשרטוט).


א. הסתמכו על הנתונים שבשרטוט והקיפו את התרגיל המתאים לחישוב שטח הדשא.
(i) $4900\pi + 7000$ (iii) $612.5\pi + 7000$
(ii) $10000\pi + 7000$ (iv) $1225\pi + 7000$
ב. מעוניינים לרצף את השטח שמסביב לדשא (בשרטוט - השטח הצבוע באפור).
מה יהיה שטחו של האזור המרוצף? (עגלו תשובתכם למספרים שלמים).
ג. עלות הריצוף היא 40 שקלים למ"ר.
האם תקציב של 750,000 שקלים יספיק לריצוף השטח המבוקש? הסבירו.
</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		7. המרובע ABCD הוא מלבן. המעגלים P, Q חסומים בתוך המלבן ומשיקים זה לזה. רדיוס כל אחד מהם הוא 5 ס"מ. מהו שטח המלבן?  i. 50 סמ"ר ii. 60 סמ"ר iii. 100 סמ"ר iv. 200 סמ"ר 8. לפניכם שתי צורות: צורה א' היא מלבן שהצמידו לו חצי עיגול. צורה ב' היא מלבן שגזרו ממנו חצי עיגול.  א. סַמנו את הטענה הנכונה. ☐1 היקף צורה א' **קטן** מהיקף צורה ב'. ☐2 היקף צורה א' **שווה** להיקף צורה ב'. ☐3 היקף צורה א' **גדול** מהיקף צורה ב'. ב. מה **השטח** של צורה א' בסמ"ר? ☐1 $12\pi + 240$ ☐2 $18\pi + 240$ ☐3 $24\pi + 240$ ☐4 $36\pi + 240$

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		9. **העין של לונדון** בלונדון, לצד נהר התמזה, ניצב גלגל ענק הנקרא *העין של לונדון*. הביטו בתצלום ובתרשים שלפניכם.   הקוטר החיצוני של גלגל הענק הוא 140 מטרים, והנקודה הגבוהה ביותר שלו נמצאת בגובה 150 מטרים מעל גובה פני המים של נהר התמזה. החצים מציגים את כיוון הסיבוב של הגלגל. **העין של לונדון** PM934Q01 – 0 1 9 האות M שבתרשים מציינת את מרכז הגלגל. בכמה מטרים (מ') מעל לפני המים של הנהר נמצאת הנקודה M? תשובה: .... מ'

שאלת סיכום:

שם המשימה: "פארק המזרקה" – המכרז העירוני

עיריית "מי-ים" החליטה להקים פארק מים עירוני חדש בצורת עיגול במרכז העיר .הפארק יורכב משני מעגלים בעלי מרכז משותף (צורת "טבעת"):

1. המעגל הפנימי :בריכת מים גדולה ומזרקות.
2. הטבעת החיצונית :טיילת הליכה מרוצפת אבן המקיפה את הבריכה.
3. גדר בטיחות :תוצב מסביב למעגל הפנימי (כדי שילדים לא ייפלו למים) ומסביב למעגל החיצוני (תיחום הפארק).

נתונים כלכליים (מחירון הקבלן): כדי לזכות במכרז, עליכם לחשב עלויות במדויק. שימו לב להבדלי המחירים העצומים בין החומרים:

- 💧הקמת בריכת מים (איטום ומערכות) 1,000 ₪ למ"ר (יקר מאוד!).
- ריצוף אבן (טיילת) 100 ₪ למ"ר.
- 🚧גדר בטיחות מעוצבת 50 ₪ למטר אורך.

השאלות

חלק א' – חישוב ותכנון (שליטה במיומנויות) האדריכלית הראשית הגישה תוכנית ראשונית:

- רדיוס בריכת המים (הפנימי) 5 = מטרים.
- רוחב הטיילת (הטבעת) 2 = מטרים (כלומר, הרדיוס החיצוני הכולל הוא 7 מטרים).

6. חישוב שטחים

   a. חשבו את שטח בריכת המים
   b. חשבו את שטח הטיילת בלבד (שטח הטבעת - ההפרש בין העיגול הגדול לקטן).

7. חישוב גדרות :מהו האורך הכולל של הגדרות הנדרשות לפרויקט? (שימו לב: יש לגדר גם את הבריכה הפנימית וגם את המעגל החיצוני).

חלק ב' – חשיבה כלכלית וקבלת החלטות

8. תקציב הפרויקט :חשבו את העלות הכוללת של הפארק לפי התוכנית הנוכחית. הציגו את חישוב העלות לכל מרכיב בנפרד (מים, ריצוף, גדר).

חלק ג' – חשיבה ביקורתית

9. ראש העיר אהב את הפרויקט ואמר: תקציב שלנו מאפשר להכפיל את הסכום להקמת הבריכה. בואו נכפיל את רדיוס הבריכה מ-5 מטרים ל-10 מטרים. לפי ההיגיון שלי, אם נכפיל את הרדיוס, גם עלות הבריכה תוכפל פי 2, וזה מסתדר לי בתקציב."

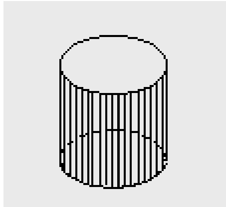
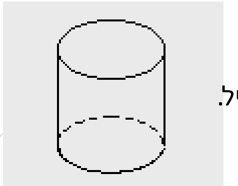
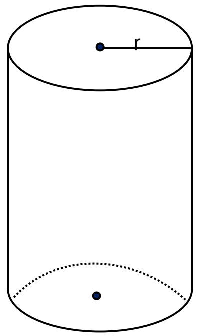
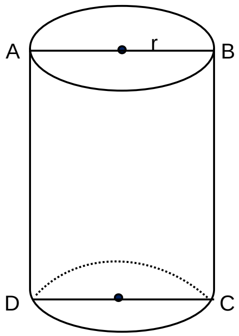
האם ראש העיר צודק בהערכתו הכלכלית?

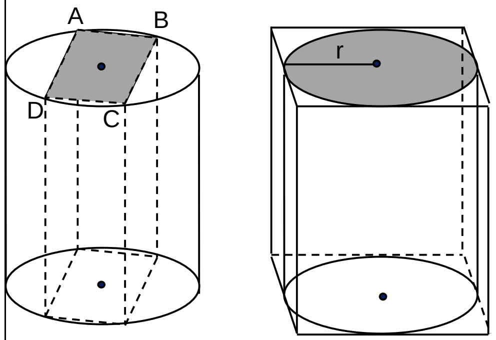
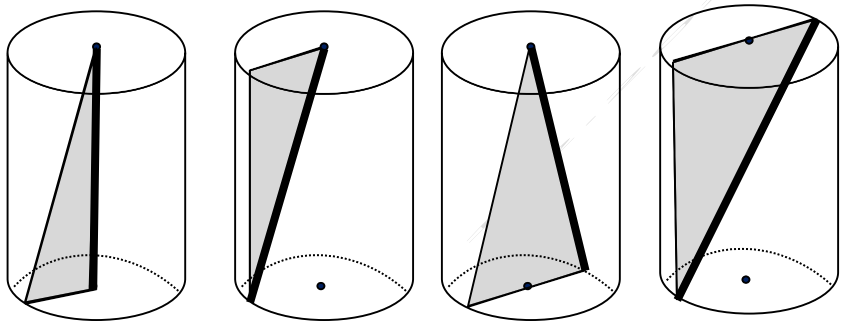
הוכיחו מתמטית (ללא חישוב מלא של כל הסכום, אלא באמצעות יחסי שטחים) פי כמה תגדל עלות הבריכה אם נכפיל את הרדיוס.

חלק ד' – יצירתיות ואופטימיזציה

10. אתגר "התקציב הקפוא :"בעקבות קיצוצים פתאומיים, העירייה דורשת להקטין את עלויות הפרויקט ב-30%, אך מתעקשת לא להקטין את שטחי הציבור כלומר, שטח הטיילת המרוצפת חייב להישאר בדיוק כפי שיצא לכם בסעיף 1ב.

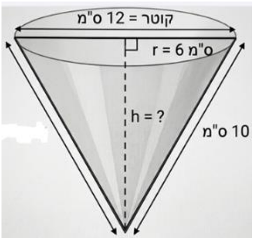
הציעו שינוי במידות הרדיוסים (של הבריכה או של הטיילת) שיביא לחיסכון בכסף, תוך שמירה על שטח הטיילת.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
גליל ישר חרוט ישר היכרות עם הגופים חישוב שטח פנים של גליל חישוב שטח מעטפת של גליל חישוב נפח של גליל ושל חרוט. פריסה של גליל. חתך צירי של גליל ושל חרוט.	גליל הוא גוף המורכב משני עיגולים חופפים הממוקמים במישורים מקבילים, ומכל הקטעים המחברים עיגולים אלה. לשני העיגולים קוראים בסיסי הגליל.   יש ללמוד כי לגליל הישר קיימת מעטפת שהיא בצורת מלבן. יש ללמוד לחשב את שטח הפנים, שטח המעטפת והנפח של גליל שממדיו נתונים, באמצעים מספריים ואלגבריים. יש לדון בהשתנות שטח פני הגליל כתוצאה משינויים חיבוריים וכפליים	1. חשבו את נפח הגלילים ושטחי המעטפת שלהם על פי הנתונים: א. r = 3 ס"מ h = 8 ס"מ ב. שטח ABCD הוא 60 סמ"ר, r = 5 ס"מ   2. נתון כלי בצורת גליל ששטח הבסיס שלו הוא 1000 סמ"ר וגובהו 20 ס"מ. ממלאים את הגליל ב- 4 ליטרים של מים. מה יהיה גובה פני המים לאחר המילוי?

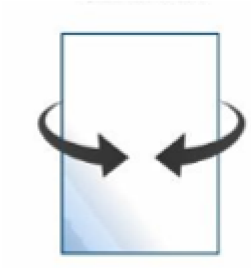
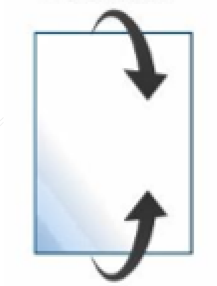
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	באורכי הגובה והרדיוס, למשל: במקרים שבהם אורכי הגובה והרדיוס מוכפלים פי 2. יש לדעת לסרטט פריסה של גליל. חרוט הוא גוף המורכב מעיגול ונקודה שמחוץ למישור העיגול וכל הקטעים המחברים את הנקודה עם נקודות הנמצאות על היקף העיגול (מעגל). הנקודה נקראת קדקוד החרוט, העיגול נקרא בסיס החרוט. כל הקטעים הנ"ל יוצרים מעטפת החרוט. בחרוט ישר הקטע שמחבר את הקודקוד עם מרכז העיגול הוא גובה של החרוט. חתך צירי של חרוט הוא משולש שווה שוקיים שקודקוד הראש שלו הוא קודקוד החרוט והבסיס שלו הוא הקוטר העיגול.	3. נתונים שני כלים. I גליל בתוך תיבה: 5 ס"מ = r, 12 ס"מ = h II תיבה ריבועית בתוך גליל: ABCD ריבוע שאורך צלעו 8 ס"מ 12 ס"מ = h חשבו את נפח הגליל ואת נפח התיבה של כל אחד מהכלים.  4. א. נתונים 4 גלילים שמידותיהם שוות. בתוך הגלילים משולשים שונים. באיזה מהמשטחים של המשולשים הצלע המובלטת היא הקצרה ביותר? הארוכה ביותר? נמקו. 

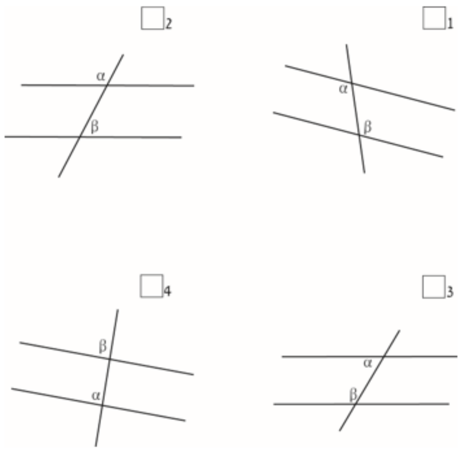
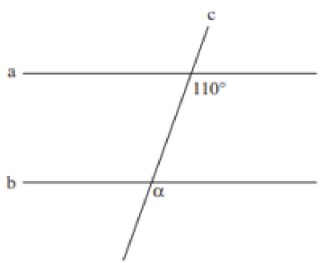
ד ג ב א

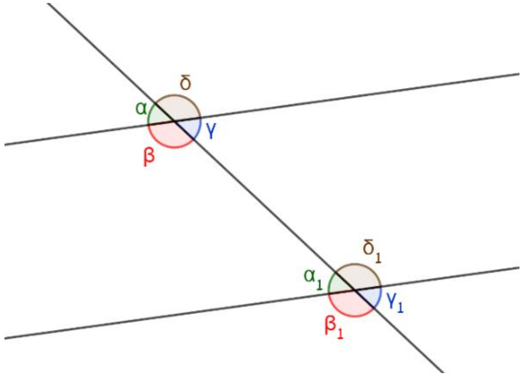
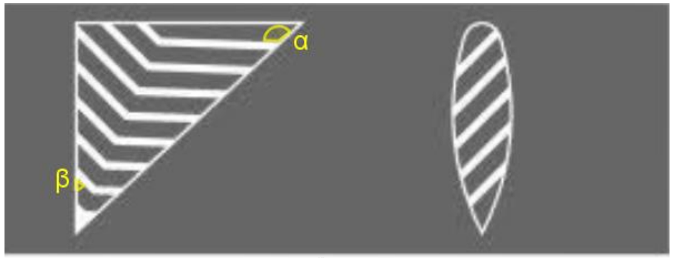
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	יש ללמד לחשב נפח חרוט ושטח חתך צירי. שילוב המרת מידות. יש ליישם את משפט פיתגורס בשאלות עם גליל וחרוט. חשוב להיעזר באמצעי המחשה. יש לעסוק בשאלות בהקשרים מציאותיים.	ב. נתוני הגליל: $r = 4$ ס"מ, $h = 10$ ס"מ חשבו את נפח הגליל; חשבו את שטחי המשולשים, ואת אורך הצלע המובלטת בכל משולש. 5. דרור רצה לקנות צנצנת דבש. בחנות למוצרי טבע שאליה הלך דרור, נמכר דבש בצנצנות שצורתן גליל. דרור מצא שני גדלים של צנצנות. צנצנת אחת הייתה גבוהה פי שניים מהשנייה, אבל קוטר בסיסה היה פי שניים קטן יותר. שתי הצנצנות היו מלאות בדבש. מחירה של הצנצנת הגבוהה הוא 13 שקלים ומחירה של הצנצנת הנמוכה הוא 20 שקלים. איזו צנצנת יבחר דרור, אם רצונו לקנות את הדבש במחיר הנמוך ביותר ליחידת נפח? הסבירו. 

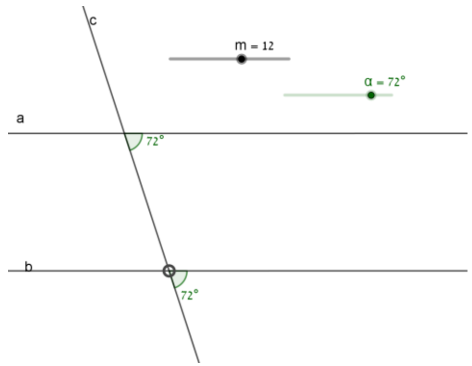
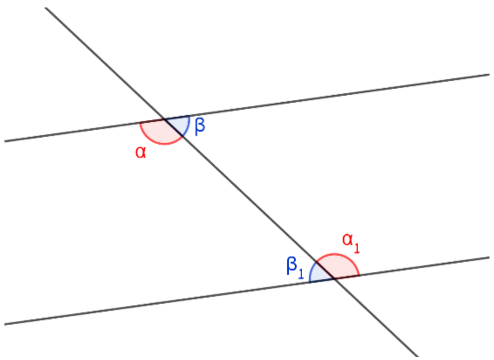
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		6. לכבוד פתיחת הקיץ, גלידרייה "הצורה המתוקה" השיקה גביע וופל חדש בצורת **חרוט** . המוכר טוען שהגביע החדש מכיל הרבה יותר גלידה מהגביע הסטנדרטי, אבל תלמידים שהגיעו למקום החליטו לבדוק את זה בעזרת המתמטיקה שלמדו. כדי שהגלידה לא תנזול, חשוב שהכדור הראשון ייכנס לפחות בחציו לתוך חלל החרוט. לכן, המידות המדויקות של הגביע הן קריטיות.  חרוט גלידה עם חתך צירי ומידות לפניכם נתונים של גביע ה"מיני-מקס" החדש (ראו איור): - רדיוס פתח הגביע 6 ס"מ. - אורך הוואפל מהשפה העליונה עד קודקוד הרוט (הקצה התחתון של הגביע) הוא 10 ס"מ. **א.** הגלידרייה צריכה לדעת מה גובה הגביע (h) כדי להתאים לו מתקני עמידה. התבוננו בחתך הצירי של הגביע. חשבו את גובה הגביע (h). היעזרו במשפט פיתגורס. **ב.** חשבו כמה סמ"ק גלידה יכולה להיכנס בתוך חלל הגביע (לא כולל הכדורים שבולטים מעל).

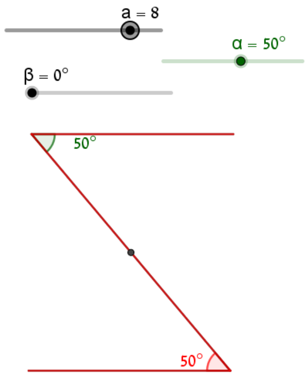
דוגמאות, יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
ג. בעל הגלידרייה רוצה להציע גביע "משפחתי" ענק. הוא מתלבט בין שתי אפשרויות: • **אפשרות א':** להגדיל את **גובה** הגביע פי 2 ולהשאיר את הרדיוס ללא שינוי. • **אפשרות ב':** להגדיל את **רדיוס** הגביע פי 2 ולהשאיר את הגובה שחישבתם בסעיף א' ללא שינוי. בעל הגלידרייה אומר: "בשתי האפשרויות הגדלתי מידה אחת פי 2, אז בשתיהן הנפח יגדל באותה מידה". האם הוא צודק? הסבירו . ד. חשבו את הנפח עבור אפשרות ב'. פי כמה הוא גדול מהנפח המקורי שמצאתם בסעיף ב'? (מומלץ לקיים דיון מדוע השינוי ברדיוס משפיע בצורה משמעותית יותר).		

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		7. אורכו של דף נייר מלבני הוא 30 ס"מ, ורוחבו 21 ס"מ. א. מגלגלים את הדף למעטפת גליל, כך שרוחב הדף הוא בסיס הגליל.  מהו רדיוס הבסיס? מהו נפח הגליל? ב. מגלגלים את הדף למעטפת גליל, כך שאורך הדף הוא בסיס הגליל.  מהו רדיוס הבסיס? מהו נפח הגליל?

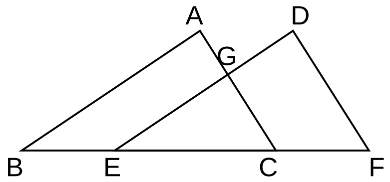
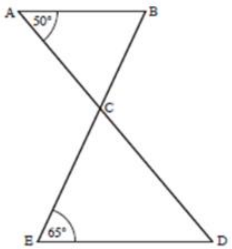
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
הגדרת ישרים מקבילים **זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים** **זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים** **זוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים**	הישרים המקבילים יוגדרו כישרים במישור שאין להם נקודות משותפות (בדומה להגדרה שניתנה בבית הספר היסודי) שני קטעים נקראים מקבילים אם הם נמצאים על ישרים מקבילים. נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך את שניהם. נוצרות 8 זוויות. יש ללמוד לזהות מבניהן זוגות של זוויות מתאימות ומתחלפות. <u>דגשים:</u> 1. ניתן להתמקד בזוויות מתחלפות פנימיות בלבד. 2. יש להציג דוגמאות של זוויות מתחלפות וזוויות מתאימות בין ישרים מקבילים וישרים שאינם מקבילים, ולמדוד זוויות במד-זווית.	<u>דוגמאות:</u> 1. באיזה סרטוט הזוויות α ו- β הן זוויות מתחלפות?  2. בסרטוט שלפניכם שני ישרים מקבילים a, b וישר שלישי c החותך אותם.  מהו גודל הזווית α?

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	3. התלמידים ידעו לזהות באופן חזותי זוויות מתאימות ומתחלפות בין קטעים מקבילים. בהינתן שני ישרים מקבילים, וישר שלישי החותך אותם, הזוויות שנמצאות באותו צד של החותך, ובאותו צד של הישרים המקבילים, נקראות זוויות מתאימות בין מקבילים. זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו. את שוויון הזוויות המתאימות בין ישרים מקבילים וישר חותך ניתן להראות באמצעים חזותיים, מדידות וגזירות נייר. התלמידים יתרשמו משוויון הזוויות המתאימות בין קטעים מקבילים, באמצעות הזזת המקבילים כך שזווית אחת תהיה מונחת בדיוק על הזווית האחרת. (דוגמה 5). התלמידים ידעו למצוא גודל של זווית על סמך ידע לגבי זווית מתאימה בין מקבילים.	3. בסרטוט: כל זוג זוויות המתוארות באותה אות יוונית הן זוויות מתאימות בין מקבילים.  4. לפניכם איי תנועה על הכביש המסומנים באמצעות פסים מקבילים בצבע לבן.  א. סמנו את הזוויות המתאימות לזווית α . ב. סמנו את הזוויות המתאימות לזווית β .

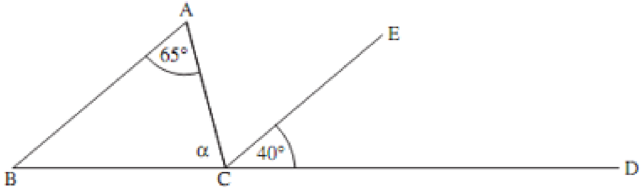
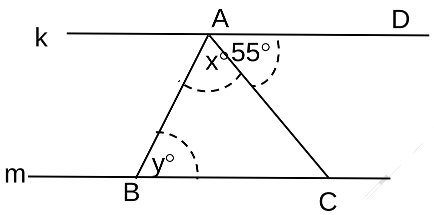
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	בהינתן שני ישרים מקבילים, וישר שלישי החותך אותם, הזוויות שנמצאות בצדדים שונים של החותך, ובצדדים שונים של הישרים המקבילים, נקראות זוויות מתחלפות בין מקבילים. זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו. את שוויון הזוויות המתחלפות בין ישרים מקבילים וישר חותך ניתן להראות או לנמק באמצעות שוויון הזוויות המתאימות ושוויון זוויות קודקודיות. התלמידים יתרשמו משוויון הזוויות המתחלפות בין קטעים מקבילים, באמצעות סיבוב המקבילים כך שזווית אחת תהיה מונחת בדיוק על הזווית האחרת. התלמידים ידעו לשלב ידע שנלמד בכיתה ז אודות זוויות צמודות, זוויות קודקודיות, וסכום הזוויות	5. פתחו את היישומון ופעלו על פי ההנחיות:  6. בסרטוט נתונים ישרים מקבילים. א. רשמו זוגות של זוויות מתחלפות בין מקבילים. ב. רשמו זוגות של זוויות חד צדדיות בין מקבילים. 

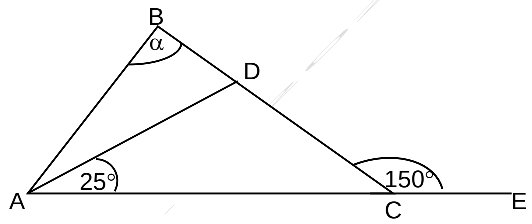
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	במשולש עם הידע החדש לגבי זוויות מתאימות בין מקבילים וזוויות מתחלפות בין מקבילים. התלמידים יבינו שהזוויות החד צדדיות משלימות ל- 180 מעלות. הדבר ייעשה על ידי שוויון של זוויות מתאימות והשלמה של שתי זוויות צמודות ל- 180 מעלות.	7. פתחו את היישומון ופעלו על פי ההנחיות:  א. בסרטוט מופיעים 3 קטעים היוצרים צורה הדומה לאות Z. הקטעים העליון והתחתון מקבילים זה לזה. זהו את הזוויות המתחלפות בין המקבילים בסרטוט. ב. האריכו או קצרו את הקטע האמצעי בעזרת גרירת הסרגל a. כיצד שינוי האורך משפיע על גודלן של הזוויות המתחלפות? ג. גרירת הסרגל β מסובבת את הצורה סביב אמצע הקטע האמצעי. האם ניתן לסובב את הצורה כך ששתי הזוויות תתלכדנה? מה זה אומר על הקשר ביניהן? ד. שנו את גודל הזווית, באמצעות הסרגל α. האם התשובות שלכם לסעיפים ב או ג משתנות?

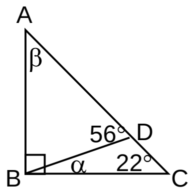
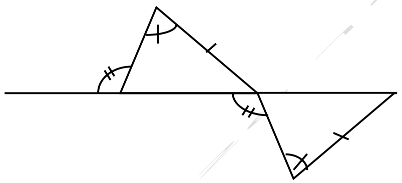
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		8. משטח הגיהוץ שבתמונה מקביל לרצפה.  הרגלית של המשטח יוצרת זווית α עם הרצפה. היכן נמצאת הזווית המתחלפת שלה? 9. בתמונה מוצג שולחן פיקניקים.  א. סמנו זוג של זוויות מתחלפות בין מקבילים. ב. סמנו זוג של זוויות מתאימות בין מקבילים.

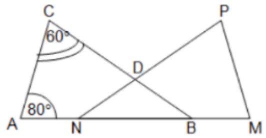
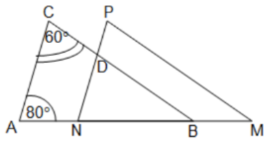
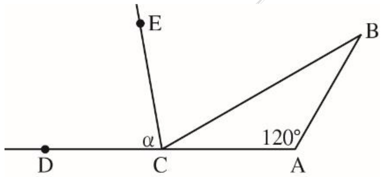
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		10. בסרטוט הבא הנקודות B, E, C, F ממוקמות על ישר אחד. כמו כן: AC || DF , AB || DE, ∢B = 40°, ∢F = 60°. מהו גודלה של הזווית EGC?  11. בסרטוט שלפניכם נתון: AB ∥ ED ∢CED = 65° ∢BAC = 50°  א. מִצְאוּ את הגודל של ∢ABC. תשובה: ___________ = ∢ABC רִשְׁמוּ את המשפט שבו נעזרתם: ______________________ ______________________ ב. חַשְּׁבוּ את הגודל של ∢ACB. תשובה: ___________ = ∢ACB שאלות אוריינות- [מרכז מורים]

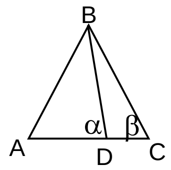
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		שאלות אוריינות-מרכז מורים ישרים מקבילים זוויות בין מקבילים-יישומון

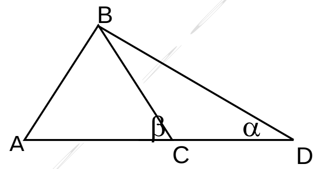
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
סכום זוויות במשולש שווה ל- 180°	הנושא הוא המשך למה שנלמד בכיתה ז. הנושא בכיתה ח נכנס רק לצורך הוכחה שסכום הזוויות במשולש שווה ל- 180° באמצעות הנושא של זוויות מתאימות בין המקבילים. השאלות יהיו רק בהקשר לשילוב בין הנושא זוויות בין ישרים מקבילים לבין סכום זוויות במשולש. 1. יש לעסוק בחישובים ובתובנה כמו: אם המשולש ישר זווית אז סכום הזוויות החדות הוא 90°, במשולש קהה זווית שתי הזוויות האחרות חדות וכו'. 2. יש להרחיב את המושג 'חוצה זווית' שנלמד בפרק 'זוויות' ל'חוצה זווית במשולש', ולערוך מדידות וחישובים בעזרת חוצה הזווית. 3. יש לעסוק בסכום הזוויות במשולש באמצעים מספריים ואלגבריים, כולל פתרון משוואות.	<u>דוגמאות:</u> 1. סרטטו משולשים שבהם הזוויות הן בנות: 30°, 50°, 100°. 2. לפניכם סרטוט של המשולש ABC. D נמצאת על המשך הצלע BC. AB ∥ EC ∢A = 65° ∢ECD = 40°  מהו גודל הזווית α המסומנת בסרטוט? הַציגו את דרך החישוב ונַמקו כל שלב בפתרון. 3. בסרטוט הישרים k ו- m מקבילים זה לזה. ∢DAC = 55°. מה הערך של x + y? 

דוגמאות ,יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
4. במשולש ABC נתון כי זווית A שווה ל- $100°$. איזו מבין הטענות הבאות <u>אינה נכונה</u>? א. הזווית B קטנה מזווית A. ב. זווית B קטנה מ-$90°$. ג. המשולש ABC הוא משולש קהה-זווית. ד. סכום הזוויות B ו-C גדול מזווית A. 5. נתון משולש ABC. CE הוא המשך הצלע AC (ראו סרטוט). AD הוא חוצה זווית BAC. נתון: $\sphericalangle DAC = 25°$, $\sphericalangle BCE = 150°$ מה גודלה של הזווית α? 	תוך כדי לימוד הנושא ופתרון בעיות יש לשים דגש על מיומנויות כגון, הסקת מסקנות, חשיבה ביקורתית והנמקה.	

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
זווית חיצונית למשולש	**זווית חיצונית למצולע קמור היא זווית הצמודה לזווית פנימית.** זווית חיצונית למשולש משלימה ל $180°$ את הזווית הפנימית הצמודה לה, ולכן שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.	1. נתון משולש ישר זווית ABC. D נקודה על הצלע AC. א. חשבו את גודל הזוויות α, β על פי הנתונים בסרטוט. ב. נמקו כל שלב בחישוב.  2. נמקו מדוע המשולשים הנתונים חופפים. 

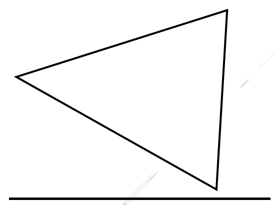
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		3.  בשרטוט המשולשים ABC ו- MNP חופפים זה לזה בהתאמה. ידוע ש- MN = AB. חשבו את ∢PDB. 4. בשרטוט המשולשים ABC ו- NMP חופפים זה לזה בהתאמה. ידוע ש- NM = AB. חשבו את ∢PDB.  5. המשולש ABC שלפניכם הוא משולש שווה-שוקיים (AB = AC).  הנקודה D נמצאת על המשך הצלע AC. CE הוא **חוצה זווית** DCB.

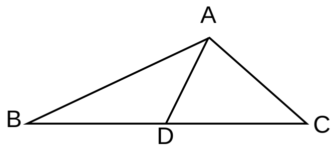
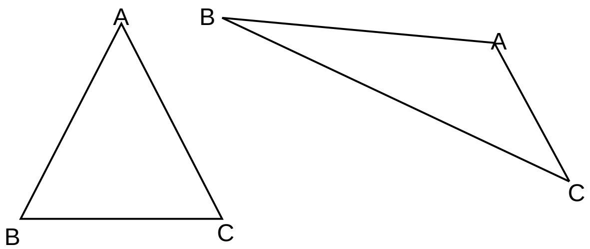
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
חַשבו את גודל הזווית α לפי הנתונים, וכִּתבו את דרך החישוב.
6. א. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.


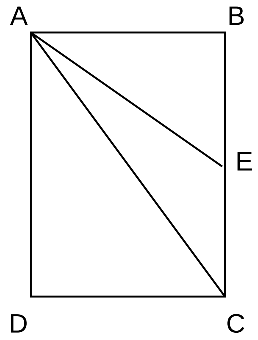
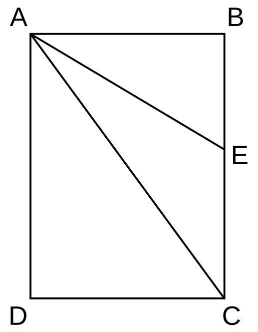
D נקודה על הבסיס AC.
הסבירו מדוע $\alpha > \beta$.
ב. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.


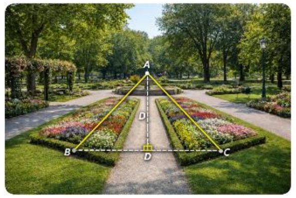
D נקודה על המשך הבסיס AC.
הסבירו מדוע $\alpha < \beta$.
</td></tr>
</table>

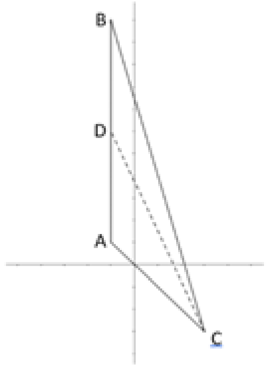
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
צלעות המשולש	**סכום שתי צלעות במשולש גדול מצלע שלישית.** הטענה תתקבל באמצעות שימוש במודלים כמו קשיות, ישרים משורטטים על שקף, סרטוט משולשים, וכשנתונים אורכים של צלעות. יש לשים לב כי במשולש ישר זווית היתר ארוך מכל אחד מהניצבים. יש להדגיש כי גודל הצלעות שבהן מדובר מתייחס לאורכן.	1. במשולש נתונות שתי צלעות: AB = 12ס"מ ו- 5 ס"מ = AC. איזו מבין הטענות הבאות <u>אינה אפשרית</u>? (ניתן להיעזר בסרטוט משולשים) א. המשולש ABC שווה שוקיים והבסיס שלו 5 ס"מ. ב. המשולש ABC שווה שוקיים והבסיס שלו 12 ס"מ. ג. המשולש ABC ישר זווית והצלעות AB ו- AC ניצבים שלו. ד. המשולש ABC ישר זווית ו- AB הוא היתר במשולש. 2. נתונים שלושה מקלות באורכים שונים. כמה משולשים שונים ניתן לבנות בעזרתם? אם שלושה האורכים שלהם הם: א. 3 ס"מ 4 ס"מ 5 ס"מ ב. 3 ס"מ 4 ס"מ 6 ס"מ ג. 3 ס"מ 4 ס"מ 7 ס"מ ד. 3 ס"מ 4 ס"מ 8 ס"מ 3. נתון חוט שאורכו 12 ס"מ. יש לגזור את החוט לשלושה חלקים כך ש: - ניתן יהיה ליצור משולש מהחלקים; - אי אפשר יהיה ליצור משולש מהחלקים.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
תיכון במשולש	**תיכון במשולש הוא קטע המחבר קודקוד לאמצע הצלע שמולו.** <u>דגשים</u>: 1. הקטע **תיכון** נוסף לקטעים **גובה** ו**חוצה זווית** שנלמדו בכיתה ז. 2. יש לעסוק בסרטוטים, מדידות וחישובים המשלבים את התיכון במשולש. 3. יש לנמק מדוע התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח.	<u>דוגמאות</u>: 1. גזרו משולש שונה צלעות גדול. קפלו אותו והדקו את הקיפול בשלוש דרכים: א. לאורך התיכון, באמצעות הצמדה של קודקוד לקודקוד. ב. לאורך חוצה הזווית, באמצעות הצמדה של צלע לצלע. ג. לאורך הגובה באמצעות קיפול אנך מול הקודקוד. 2. סרטטו את שלושת התיכונים של המשולש:  3. במשולש ABC, AD תיכון לצלע BC. הצלע AB גדולה מהצלע AC ב-2 ס"מ.

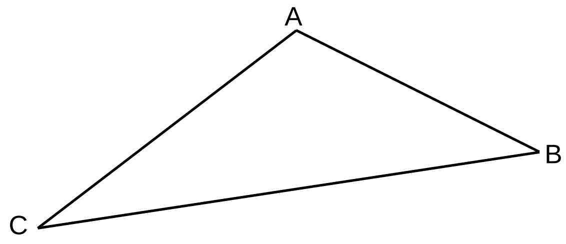
דוגמאות ,יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
 בבמה ס"מ גדול היקף משולש ABD מהיקף משולש ADC? נמקו. למי משני המשולשים: ABD או ADC, שטח גדול יותר, ובבמה סמ"ר? 4. סרטטו את הקטעים הבאים במשולשים שלפניכם: AD גובה לצלע BC. AP חוצה זווית A. AM תיכון לצלע BC.  5.האם תיכון בבל משולש מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים? נמקו.		

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		6. בסרטוט שלפניכם מלבן ABCD. AC אלכסון במלבן, ו-AE תיכון במשולש ABC. א. מה היחס בין שטחי המשולשים ABE ו-ADC? ב. איזה חלק משטח המלבן מהווה משולש AEC?  7. בסרטוט שלפניכם מלבן ABCD. AC אלכסון במלבן, ו-AE חוצה זווית CAB במשולש ABC. $\measuredangle EAC = \alpha$ הסבירו מדוע $\measuredangle AEB = 90^\circ - \alpha$. 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		8.בגן ציבורי יש משולש פרחוני בצורת $\triangle ABC$. המנהל רוצה ליצור שביל מרכזי מהנקודה Aאל הצלע BC, כך שהשביל יחלק את הצלע BCלשני חלקים שווים. **שאלות:**  א. הסבירו מדוע השביל מהווה **תיכון במשולש**. ב. סמנו על הציור את הנקודה D כך ש AD-הוא התיכון. ג. הסיקו מסקנה לגבי הקטעים BDו- DC. מערכת צירים:

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		במערכת הצירים נתון משולש ABC. $B(-1, 11)$. D אמצע הצלע AB. הצלע AB מונחת על הישר $x=-1$. $S_{BDC} = 10$ יח"ש ושיעור x של הנקודה C הוא 3. • השלימו את שיעורי הנקודה A. • שיפוע הישר AC הוא 1-. מצאו את שיעורי הנקודה C. 

שאלה אוריינית – פתרונות מרובים ושיח כיתתי

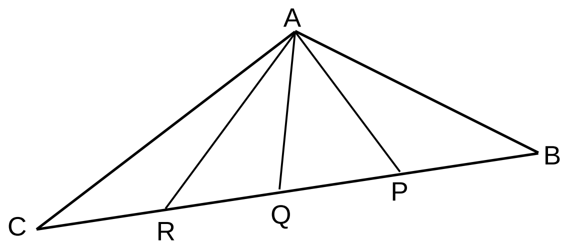


משימה: ירושת קרקע.

אב הוריש לארבעת בניו חלקת קרקע מישורית שצורתה משולש שקדקודיו הם A, B, C

וציווה עליהם לחלקה ביניהם לארבעה שטחים שווים.

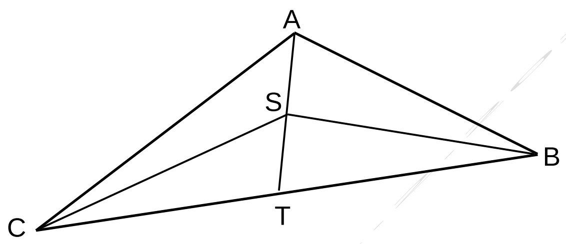
כל אחד מהבנים הציע דרך מקורית לחלוקת השטח.



א. ראובן הציע לחלק את הצלע BC לארבעה קטעים שווים. את נקודות החלוקה,

P, Q ו-R מחברים עם הקדקוד A כך שנוצרים ארבעה משולשים בתוך המשולש המקורי (ראה סרטוט).

קבעו האם הצעתו של ראובן מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

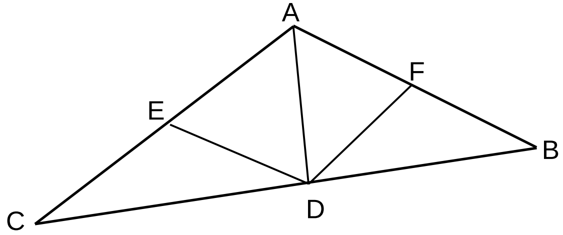


ב. שמעון הציע להעביר מהקדקוד A תיכון AT לצלע BC. מהנקודה S

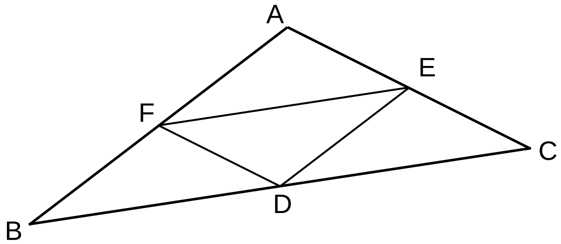
שבמחצית התיכון AT מתח שמעון שני קווים לעבר הקדקודים B, ו-C

(ראו סרטוט).

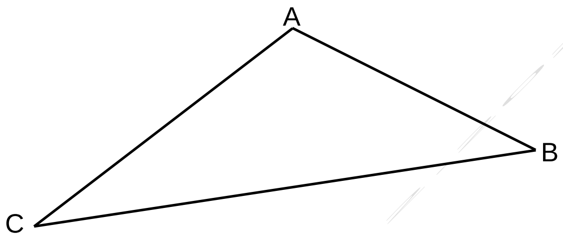
קבעו האם הצעתו של שמעון מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



ג. לוי הציע לסרטט גובה AD לצלע BC, ושני תיכונים DE ו-DF לצלעות AC ו-AB. קבעו האם הצעתו של לוי מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



ד. יהודה הציע לחבר את שלושת אמצעי צלעות המשולש זה עם זה (ראו סרטוט). קבעו האם הצעתו של יהודה מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



ה. האם לדעתכם יש עוד אפשרויות לחלוקה. אם כן הציעו את הפתרון.

<u>המעבר לגאומטריה היסקית – חפיפת משולשים</u>

במסגרת לימודי הגאומטריה נצבר ידע גאומטרי, נלמדות שיטות של היסק בגאומטריה, וכן דרכי כתיבה ותיעוד של היסק או הוכחה. המטרה העיקרית של חלק זה בתוכנית היא לימוד דרך ההיסק של השתלשלות דבר מתוך דבר. ללימוד ההיסק נלווה גם ידע גאומטרי שטוב להכירו, אולם לא הוא נמצא בליבת הפרק הזה. בפרק תופענה טענות גאומטריות לצורך תרגול הוכחתן יותר מאשר לטובת שינונם בעל פה. התלמידים יצטרכו להכיר את חלק מהטענות הגאומטריות, ולא את כולן.

באשר לרישום הוכחה:

הוכחה של חפיפת משולשים, והוכחת מסקנות מהחפיפה, תהיה **כתובה** לעיני התלמידים.

ישנן דרכים שונות לרישום הוכחת חפיפה, והתלמידים צריכים להיחשף באופן מאוזן למגוון הדרכים.

א. רישום בשתי עמודות של טענות ונימוקים

ב. רישום בעזרת תרשים זרימה של בועיות.

ג. רישום במלל שוטף ללא מבנה מוכתב מראש.

הוכחה של חפיפת משולשים, והוכחת מסקנות מהחפיפה במהלך כיתה ח תוכל להיעשות על ידי תלמידים בכתב , ובמצבים אחדים גם **בעל פה**.

אף שקיימת עדיפות לרישום הוכחה באחת מהדרכים (בהתאם לנוחיות התלמיד), תהיה במהלך כיתה ח אפשרות להסתפק בהסבר משכנע שניתן בעל פה.

ההיסק ילמד במספר שלבים הנבנים בהדרגה זה על גבי זה. בקבוצות עם תלמידים מתקשים יודגשו השלבים הראשונים, בעוד שבקבוצות אחרות יהיה מעבר מהיר לשלבים המתקדמים.

ההיסק של התלמידים יתבצע בעל פה או בכתב בהתאם ליכולותיהם.

1. בהינתן שני משולשים חופפים, מהם חלק מהשוויונות שאפשר להסיק מכך.
2. הוכחה של חפיפת משולשים, בעזרת אחד ממשפטי החפיפה.
3. הוכחה של נתון הדרוש לחפיפה בסעיף נפרד, והוכחת החפיפה עצמה בסעיף נפרד.
4. הוכחה של חפיפת משולשים, בעזרת אחד ממשפטי החפיפה, והיסק של שוויונות הנובעים מהחפיפה בסעיף נפרד.

5. הוכחה משולבת של נתון הדרוש לחפיפה, חפיפה, והיסק של שוויון הנובע מהחפיפה.

במקרים אחדים, הוכחת הנתון הדרוש לחפיפה, יכול להתבסס על חפיפה של משולשים אחרים, שהנתונים להם גלויים.

תיעוד ההוכחה בכתב בידי המורה יהיה מלא, מפורט ומדויק, באופן מאוזן ומגוון בין מודלים שונים לרישום הוכחה.

הדרישה לתיעוד הוכחה והבנת ההיסק בידי התלמיד תבוא באופן מדורג בהתאם ליכולות השונות של תלמידים שונים בשלבים שונים:

א. יכולת לעקוב ולהבין טיעונים חלקיים או הוכחה מלאה של גורם חיצוני (ספר, מורה או תלמיד אחר), להעיר ולהגיב לנאמר בה.

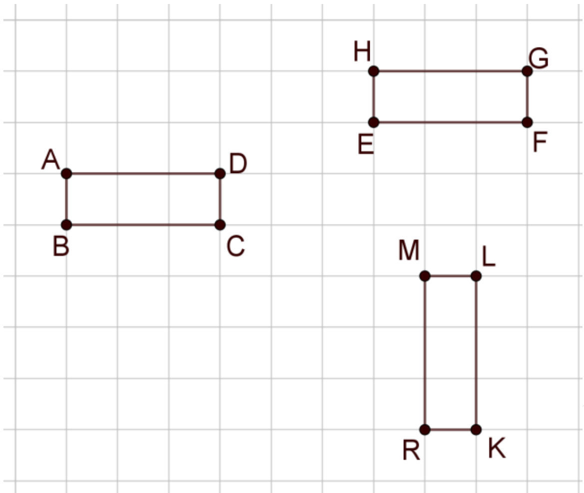
ב. יכולת להשלים פרטים חסרים בהוכחה שקיימת חלקית.

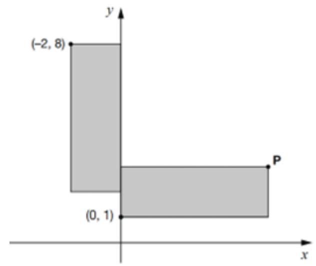
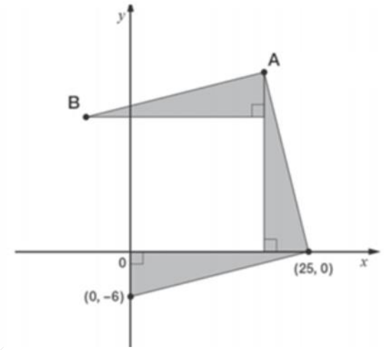
ג. הסבר בעל פה של הוכחה.

ד. כתיבה של הוכחה.

משפטי החפיפה יודגמו בשלב הראשון רק במצבים שבהם אף אחד מהם אינו מכסה חלקית את השני.

בהמשך עשוי להופיע כיסוי חלקי, וכן צורך בפירוק או הרכבה של צורות.

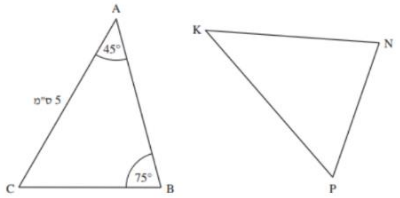
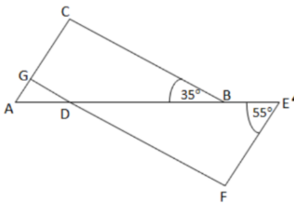
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
חפיפה של צורות **מסקנות, הנובעות מחפיפה, לגבי שוויונות בין חלקים מתאימים (צלעות או זוויות)**	כפי שנלמד בכיתה ז' שתי צורות (או יותר) במישור נקראות **חופפות** אם אפשר להניח את אחת מהן על האחרת כך שתכסה אותה בדיוק. ניתן להניח צורה אחת על גבי השנייה באמצעות הזזה או סיבוב או היפוך (שיקוף ביחס לישר) של אחת מהן, או הרכבה של הפעולות הללו. יש להציג בפני התלמידים מצבים של חוסר חפיפה. יש להסתייע בתוכנות כמו דסמוס או גאוגברה להדגמת חפיפה או חוסר חפיפה	1. כל הריבועים בעלי צלע באותו אורך – חופפים. 2. נברר האם המלבנים בסרטוט חופפים זה לזה:  א. המלבן EFGH חופף למלבן ABCD, כיוון שניתן לגזור אותו ולהניח אותו בדיוק על המלבן ABCD. ב. המלבן EFGH הוא הזזה של המלבן ABCD. ג. המלבן KLMR חופף למלבן ABCD, כיוון שניתן לגזור אותו ולהניח אותו בדיוק על המלבן ABCD. ד. המלבן EFGH הוא סיבוב של המלבן ABCD, והזזה שלו.

דוגמאות ,יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
3. על מערכת צירים סרטטו שני מלבנים חופפים. הצלע הארוכה של המלבן גדולה פי 3 מהצלע הקצרה.  חשבו את שיעורי נקודה P. 4. על מערכת צירים מסרטטים שלושה משולשים ישרי-זווית חופפים  חשבו את שיעורי נקודה A ושיעורי נקודה B.		

43

דוגמאות ,יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
5. ידוע מלימודי היסודי שבכל זוויות כל המלבנים ישרות, ולכן חפיפת שני מלבנים תלויה רק בהתאמת אורכי 4 הצלעות. ידוע מלימודי היסודי שבכל זוג צלעות נגדיות במלבן שוות באורכן, ולכן חפיפת שני מלבנים תלויה רק בהתאמת שתי צלעות סמוכות בכל מלבן. תוצאה: כל שני מלבנים ששתי צלעות סמוכות שלהם שוות בהתאמה – ניתן להניח אחד מהם בדיוק על השני, ולכן הם חופפים. 6. האלכסון בכל המלבנים שאורכם שווה ורוחבם שווה – שווה באורכו (תוצאה של משפט פיתגורס). 7. שני מלבנים שהיקפם שווה, אינם בהכרח חופפים. 8. שני מלבנים ששטחם שווה, אינם בהכרח חופפים. 9. שני משולשים בעלי היקף שונה אינם חופפים. 10. שני ריבועים שאורך כל צלע בהם 5 ס"מ חופפים. לעומת זאת, שני מרובעים שאורך כל צלע בהם 5 ס"מ אך הזוויות שונות אינם חופפים בהכרח. 11. שני רדיוסים במעגל יוצרים משולש שווה שוקיים, אולם לא כל המשולשים הללו חופפים: א. כי הזווית בין השוקיים איננה קבועה ב. כי הבסיס של המשולש איננו באורך קבוע.		

דוגמאות ,יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
12. הדגמת מצב של חפיפה בעזרת תוכנה: שני רדיוסים במעגל יוצרים משולש שווה שוקיים. כאשר, בנוסף, הבסיס הוא באורך הרדיוס נוצר משולש שווה צלעות. כל המשולשים שווי הצלעות בעלי צלע באותו אורך – חופפים. 13. הדגמת מצב של חוסר חפיפה בעזרת תוכנה: כאשר שני מעגלים נחתכים, נקודות החיתוך ומרכזי המעגלים יוצרים מרובע. מרובע כזה שבו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות שוות נקרא דלתון. לא כל הדלתונים הנוצרים בדרך זו חופפים.		

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
זיהוי חלקים מתאימים במשולשים חופפים	בהינתן משולשים חופפים, יש לדעת לזהות צלעות וזוויות מתאימות: יש לדעת לזהות כי מול צלעות שוות במשולש מונחות זוויות שוות. יש לדעת לזהות כי מול זוויות שוות במשולש מונחות צלעות שוות.	1. לפניכם סרטוט של שני משולשים חופפים: $\Delta ABC \cong \Delta KNP$. (החפיפה כתובה לפי סדר הקדקודים המתאימים.)  על סמך הנתונים שבסרטוט ענו על הסעיפים שלפניכם: א. איזו צלע במשולש KNP שווה ל- 5 ס"מ? ב. מהו גודל $\sphericalangle K$? ☐1 75° ☐2 70° ☐3 60° ☐4 45° 2. בשרטוט שלפניכם המשולשים ABC ו- EDF חופפים זה לזה לפי התאמת הקודקודים. הנקודה G נמצאת על המשך הקטע DF. מצאו את מידת הזווית $GDA\sphericalangle$?  א. 35° ב. 55° ג. 25° ד. 45° הסבירו את תשובתכם.

46

חפיפת משולשים

שני משולשים נקראים **חופפים** אם אפשר להניח את אחד מהם על האחר כך שיכסה אותו בדיוק (ולשם כך ניתן להזיז, לסובב ולהפוך את המשולשים).

מומלץ להסתייע בתוכנות דינאמיות להמחשה.

בהינתן משולשים חופפים, יש לדעת לזהות צלעות וזוויות מתאימות:

מול צלעות שוות בהתאמה מונחות זוויות שוות בהתאמה.

מול זוויות שוות בהתאמה מונחות צלעות שוות בהתאמה.

שני משולשים שיש להם שני נתונים שווים (למשל שתי צלעות או צלע וזווית) אינם בהכרח חופפים.

שני משולשים שזוויותיהם שוות בהתאמה אינם בהכרח חופפים.

שני משולשים שיש להם אותו היקף אינם בהכרח חופפים.

שני משולשים שיש להם אותו שטח אינם בהכרח חופפים.

יש לנמק בעזרת דוגמאות ובאמצעים מוחשיים, שזוג משולשים שלגבם יש חוסר בתנאים מספיקים לחפיפה, אינם בהכרח חופפים.

יש לזהות בעזרת דוגמאות (כולל מספריות) ובאמצעים מוחשיים, על סמך משפטי החפיפה שנלמדו בכל שלב, זוג משולשים שבוודאות חופפים, זוג משולשים שבוודאות אינם חופפים, וזוג משולשים שלגביו אין מספיק מידע כדי להכריע האם הם חופפים או שאינם חופפים.

יש לנמק את נכונות שלושת משפטי החפיפה באמצעים מוחשיים.

יש ללמוד לזהות משולשים חופפים על פי שלושה נתונים מתאימים, בהתאם למפורט במשפטי החפיפה.

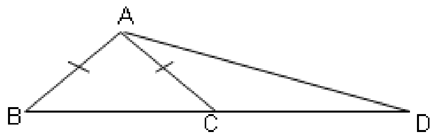
קיום חפיפה בין משולשים אינו תלוי באופן או בצורה בה הם נרשמים. יש להבדיל בין הצורה עצמה ובין מגוון האופנים בהם היא מתוארת. כך למשל, כל משולש חופף לעצמו גם כאשר יש רישום שונה של סדר הקודקודים. ברישום של חפיפה בין משולשים ההתאמה בין החלקים השונים (צלעות או זוויות) צריכה להיות מובלטת ללא תלות בסדר האותיות של קודקודי המשולשים. עם זאת, כאשר יש יתרון דידקטי, כדי לסייע לתלמידים בזיהוי ההתאמה בין צלעות וזוויות של המשולשים, יכול המורה להציג חפיפת משולשים תוך שמירה על סדר קודקודים תואם בכתיבה.

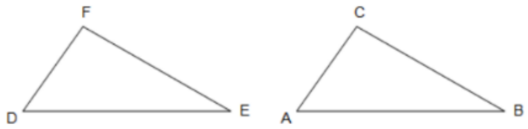
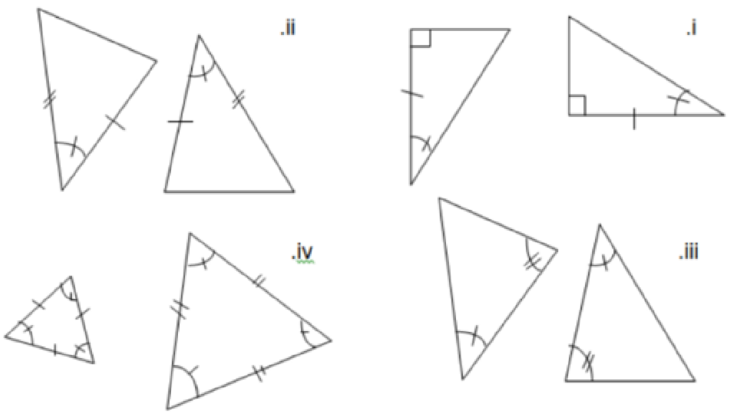
בהינתן שני משולשים חופפים, יש לזהות את החלקים המתאימים בין המשולשים במגוון מנחים הדדיים של המשולשים. המנחים ההדדיים יופיעו באופן מדורג ממצב שקל לזיהוי למצב שבו הזיהוי עשוי להיות מאתגר.

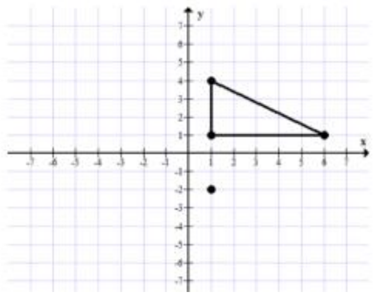
בהינתן שני משולשים חופפים עם נתונים מספריים חלקיים, יש לדעת למצוא את החלקים החסרים, כאשר זה אפשרי.

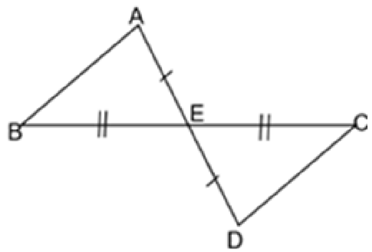
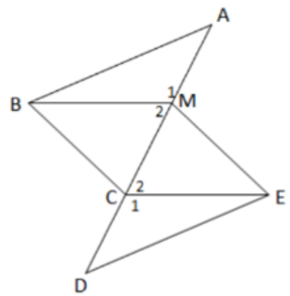
כיוון שמעגל נלמד בעבר, וכיוון שזהו הכלי הגאומטרי להשוואת אורכים, יש לתרגל חפיפת משולשים גם כאשר הנתון מוצג כך שחלק מהצלעות הן רדיוס של מעגל.

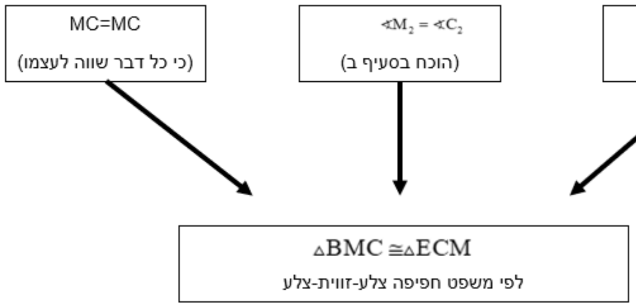
חלק מהשימושים של משפטי החפיפה הם בעלי חשיבות מבחינת רכישת ידע גאומטרי, בעוד החשיבות של האחרים היא בעצם תרגול ההיסק של משפט החפיפה ותו לא. התרגול של השתלשלות ההיסק לא חייבת להיות תמיד במסגרת של הוכחה רגילה, וניתן לגוון באמצעות שאלות מסוגים שונים כגון: נכון או לא, מי צודק במסגרת טענות, השלמה של שלד הוכחה וכו'.

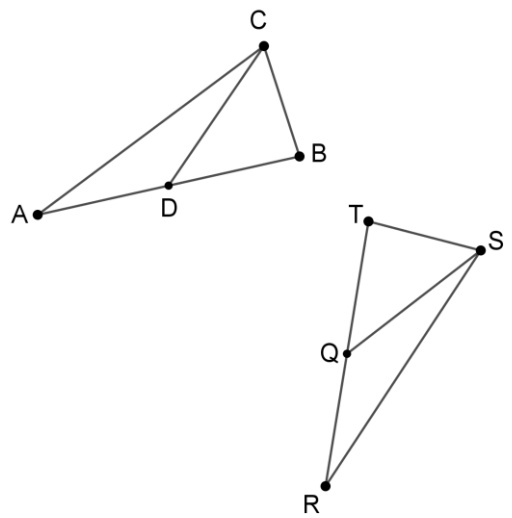
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
משפט חפיפה צלע-זווית-צלע	**אם שתי צלעות במשולש אחד שוות לשתי צלעות במשולש אחר, וגם הזוויות הכלואות בין הצלעות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים.** דגשים: 1. יש להדגים באופן מוחשי את העובדה שאם הזוויות השוות אינן כלואות בין הצלעות השוות אז המשולשים אינם בהכרח חופפים. 2. יש להראות ששוויון של זוג זוויות שאינן כלואות בין הצלעות השוות, עשוי להיות גם בין שני משולשים שאינם חופפים. 3. למשפט החפיפה ישנם שימושים חשובים הקשורים במישרין או בעקיפין למשולש שווה שוקיים. למרות זאת, ראוי שתרגול ההיסק באמצעות חפיפת משולשים יתבצע גם על משולשים שוני צלעות.	1. שני רדיוסים במעגל עם צלע שמול מרכז המעגל קובעים משולש שווה שוקיים. לא כל משולשים הללו חופפים כיוון שהזווית בין השוקיים איננה קבועה. ניתן להדגים זאת באמצעים מוחשיים או באמצעות תוכנה כגון גאוגברה או דסמוס. 2. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים: AC = AB. הנקודה D ממוקמת על המשך הצלע BC.  א. כתבו את כל השוויונות המתקיימים בין צלעות וזוויות במשולשים ABD ו-ACD. ב. המשולשים ABD ו- ACD אינם חופפים. האם אין פה סתירה למשפט החפיפה על סמך שתי צלעות וזווית? נמקו את תשובתכם.

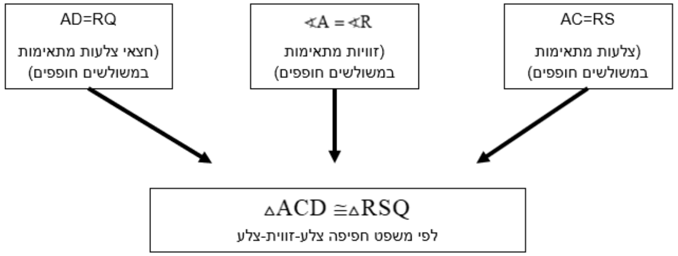
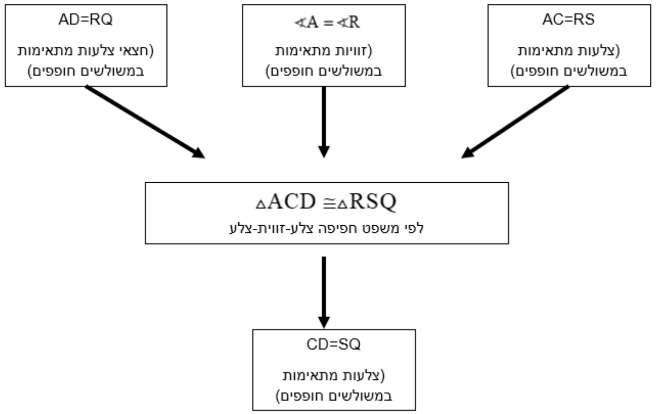
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	4. שני קטעים החוצים זה את זה, יוצרים משולשים חופפים. 5. יש להוכיח נתונים הדרושים לחפיפה בסעיפים מקדימים, ולייחד להוכחת החפיפה עצמה סעיף נפרד. 6. יש לרשום חלק מההוכחות בעזרת תרשים זרימה של בועיות. 7. התיכונים המתאימים במשולשים חופפים, שווים זה לזה. 8. יש לטפל במשולשים חופפים שנמצאים במנח שונה על הדף.	3. בסרטוט שלפניכם נתון: AC = DF , ∢A = ∢D  בעזרת איזו טענה מהטענות הבאות ניתן להוכיח ש- ΔABC ≅ ΔDEF א. AB = DE ב. AB = BC ג. EF = BC ד. DE = BC 4. לפניכם זוגות של משולשים.  א. איזה מהזוגות חופפים על-פי משפט חפיפה צ.ז.צ?

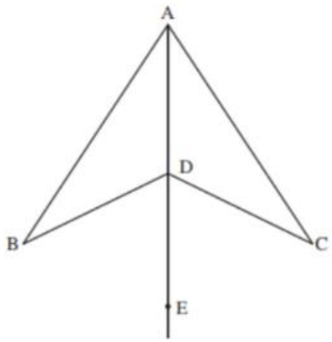
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>5. במערכת הצירים שלפניכם משורטט משולש.

א. רשמו שיעורי נקודות של משולש שאחד מקודקודיו הוא בנקודה (1,-2) כך ששני המשולשים חופפים. רשמו לפחות 2 דוגמאות של משולש כזה.
ב. האם ניתן ליצור משולש נוסף חופף למשולש המקורי שנמצא ברביע 3?
ג. חשבו את שטח המשולש המקורי.
6. התבוננו בסרטוט וקבעו:
מהם זוגות הזוויות השוות בשני המשולשים?</td></tr>
</table>

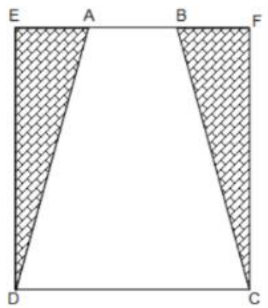
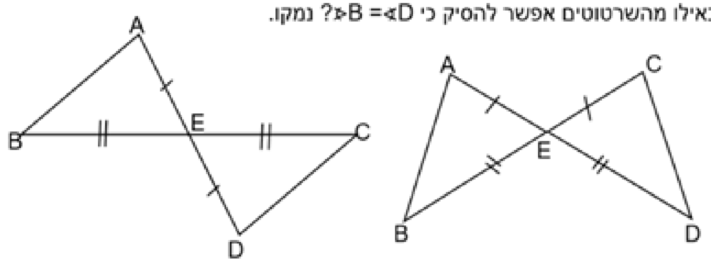
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		 נתון: $BE = CE$,$AE = DE$ 7. הנקודות A, M, C ו-D נמצאות על ישר אחד.  נתון: $\Delta ABM \cong \Delta DEC$ א. הסבירו מדוע EC=BM. ב. הסבירו מדוע $\angle M_2 = \angle C_2$. ג. הוכיחו כי $\Delta BMC \cong \Delta ECM$

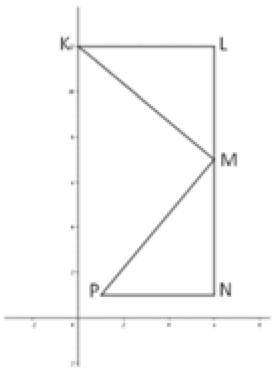
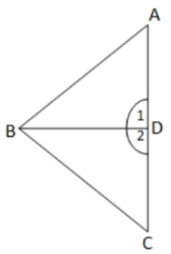
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		

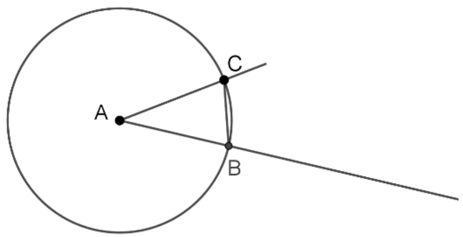
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		8. לפניכם סרטוט של שני משולשים חופפים: $\triangle ABC \cong \triangle RTS$ (החפיפה לפי סדר הקודקודים הרשומים). D אמצע הצלע AB, ו- Q אמצע הצלע RT.  א. רשמו את החלקים השווים בשני המשולשים. שימו לב שיש רכיב שהגודל שלו חוזר 4 פעמים.

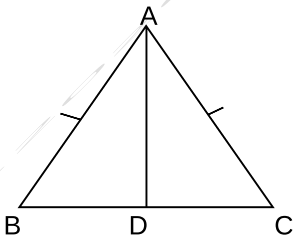
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		ב. הוכיחו בעזרת תרשים זרימה כי $\triangle ACD \cong \triangle RSQ$  ג. הרחיבו את תרשים הזרימה, והוכיחו כי התיכונים CD ו- SQ שווים באורכם.  ד. הוכיחו שלא באמצעות תרשים זרימה, כי $\triangle BCD \cong \triangle TSQ$, והסיקו מכך בדרך נוספת שהתיכונים שווים. ה. האם אפשר ללמוד מכך שגם התיכונים אחרים שווים? האם התיכון שיוצא מקודקוד B שווה באורכו לתיכון שיוצא מקודקוד T ?

דוגמאות ,יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
.9 לפניכם שני משולשים: ABD ו־ACD . הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD . $\sphericalangle BDE = \sphericalangle CDE = 64°$  **א.** מהו גודל $\sphericalangle ADB$? תשובה: $\sphericalangle ADB =$ __________ ° **ב.** נתון גם ש־$BD = CD$. הסבירו מדוע המשולשים ABD ו־ACD חופפים.		

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		.10 על מגרש מלבני (בשרטוט המלבן מסומן באותיות CDEF) בנו מבנה בצורת טרפז שווה שוקיים (בשרטוט המבנה מסומן באותיות ABCD). את החלק שאינו בנוי רצפו. נתון: FB = EA הסבירו מדוע החלקים המרוצפים חופפים זה לזה. האם החלקים המרוצפים שווי שטח? הסבירו.  .11 לפניכם שני שרטוטים. הנתונים כתובים מתחת לשרטוטים. באילו מהשרטוטים אפשר להסיק כי $\sphericalangle D = \sphericalangle B$? נמקו.  נתון: BE = DE ,AE = CE נתון: BE = CE ,AE = DE לקוח ממיצ"ב תשס"ג.

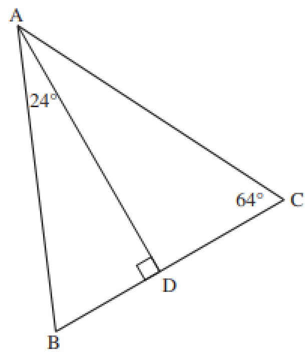
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		12. במערכת הצירים נתונות הנקודות: $K(0,12)$ $L(6,12)$ $M(6,7)$ $N(6,1)$ $P(1,1)$. • נמקו מדוע: $\Delta PNM \cong \Delta MLK$. • נתון: $\sphericalangle KML = 50^0$. חשבו את גודלה של $\sphericalangle PMN$. • חשבו את אורך הקטע KM. • חשבו את היקף המרובע KLNP. 
משולש שווה שוקיים	משולש שווה שוקיים הוא משולש שבו שתי צלעות שוות באורכן. הצלעות השוות נקראות שוקיים. הזווית שבין השוקיים נקראת זווית הראש. הצלע השלישית נקראת בסיס. הזוויות שליד הבסיס נקראות זוויות בסיס. דגשים: 1. ההיכרות עם משולש שווה שוקיים קיימת מבית הספר היסודי.	1. BD הוא תיכון ב- ΔABC . איזה מהנתונים הבאים צריך להתקיים כדי ש ΔABD יחפוף ל- ΔCBD א. $BD \perp AC$ ב. $\sphericalangle A = \sphericalangle D_2$ ג. $\sphericalangle D_1 = 60°$ ד. AB = 8 ס"מ , BC = 6 ס"מ  2. האם המשולש ABC שבסרטוט הוא משולש שווה שוקיים? הסבירו את תשובתכם.

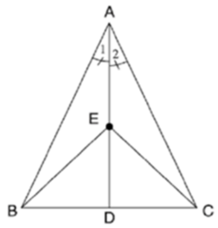
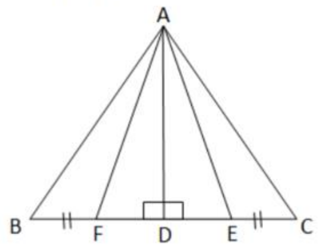
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td>
2. הלימוד על משולש שווה שוקיים יהיה מוגבל רק לתוצאות הנובעות ממשפט החפיפה צלע-זווית-צלע.
3. בהינתן זווית עם שתי שוקיים, ניתן להקצות (בעזרת מחוגה פיסית או מחוגה ב- Geogebra) על כל שוק נקודה שמרחקה מקודקוד הזווית הוא אורך נתון של צלע.
א. ישנה צלע יחידה עם אורך יחיד (הצלע השלישית במשולש) המחברת בין שתי הנקודות שהוקצו על שתי שוקי הזווית.
באופן זה מתקבל משולש שווה שוקיים.
ב. הצלע השלישית (הבסיס) יוצרת עם כל אחת משתי הצלעות המונחות על שוקי הזווית הנתונה, זווית יחידה. הזווית נקראת זווית בסיס.
ג. בהינתן שתי צלעות וזווית הכלואה ביניהן, יש משולש אחד ויחיד התואם לנתונים.
4. חוצה זווית הראש במשולש שווה שוקיים מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים.
מכך נובעות מסקנות:
</td><td>


AB ו- AC הם רדיוסים במעגל ולכן שוקיים במשולש שווה שוקיים.
A היא זווית הראש.
BC הוא הבסיס.
הזוויות בקודקודים B ו-C הן זוויות הבסיס.
3. את הטענה בדגש 4 ואת המסקנות הנובעות ממנה יש להוכיח בפירוט.
רצוי לגוון בדרכי ההוכחה.
אפשר לסכם את הדברים בעזרת שאלת השלמה כדוגמת השאלה הבאה:


במשולש שווה השוקיים שלפניכם AC=AB ו-AD חוצה זווית A. $\measuredangle A = \alpha$.
א. אילו משולשים חופפים זה לזה? מהו משפט החפיפה שלפיו קבעתם
</td></tr>
</table>

דוגמאות ,יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
שהמשולשים חופפים? ב. השלימו: ∢B = ______ ∢BDA = _______ = ____° BD = ________ השלימו את המשפט: במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש מתלכד עם _________________ ועם ה_________________________.	א. חוצה זווית הראש חוצה את הבסיס, ולפיכך התיכון לבסיס מתלכד עם חוצה זווית הראש. ב. שתי זוויות הבסיס הן זוויות מתאימות במשולשים חופפים, ולפיכך זוויות הבסיס בכל משולש שווה שוקיים שוות זו לזו. ג. הזוויות שבין הבסיס לחוצה זווית הראש הן זוויות מתאימות במשולשים חופפים, ולפיכך שוות זו לזו. בנוסף, שתי הזוויות הן זוויות צמודות, ולכן כל אחת מהן היא זווית ישרה. לפיכך, חוצה זווית הראש במשולש שווה שוקיים, מאונך לבסיס ולכן מתלכד עם הגובה לבסיס. ד. גם במשולש שווה צלעות חוצה זווית מתלכד עם התיכון, ועם הגובה. בכך הוא יוצר שני משולשים ישרי זווית ששאר זוויותיהם 30° , 60°. אורך הצלע שמול הזווית הקטנה הוא מחצית מאורך היתר. 5. יש להדגים (בעזרת קיפולי נייר או בכל דרך אחרת) שבמשולשים שוני צלעות, התיכון, הגובה, וחוצה הזווית אינם מתלכדים.	

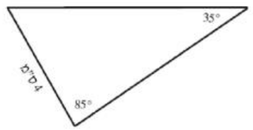
דוגמאות, יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
4. לפניכם סרטוט של המשולש ABC.  על־פי הנתונים שבסרטוט, האם $AB = AC$?	6. במשולש שווה שוקיים, כל נקודה הנמצאת על חוצה זווית הראש (או המשכו), נמצאת במרחק שווה מקודקודי הבסיס. 7. משולש שבו התיכון והגובה מתלכדים הוא משולש שווה שוקיים. 8. במשולש שונה צלעות, התיכון, וגובה פנימי אינם מחלקים את המשולש לשני משולשים חופפים. אילו היו חופפים, אז המשולש המתקבל היה שווה שוקיים.	

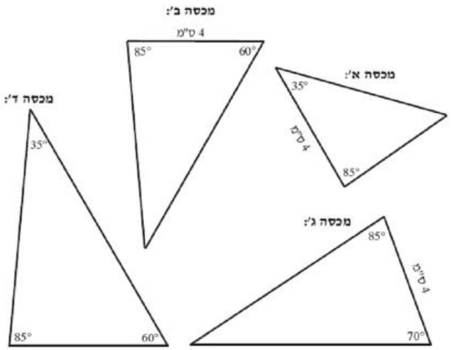
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		5. ABC הוא משולש שווה שוקיים (AB=AC). AD חוצה את הזווית BAC. הנקודה E נמצא על חוצה הזווית AD.  א. סמנו את הגדלים השווים, והוכיחו כי $\Delta ABE \cong \Delta ACE$. ב. הוכיחו כי BEC הוא משולש שווה שוקיים. ג. אילו הנקודה E הייתה מונחת במקום נמוך יותר לאורך חוצה הזווית, ומעל D, האם התוצאה הייתה משתנה? הסבירו. 6. נתון: ABC הוא משולש שווה שוקיים (AC = AB). $AD \perp BC$, הנקודות E ו- F נמצאות על הישר BC כך ש- CE = BF.  א. סמנו את הגדלים השווים, והוכיחו כי $\Delta ABF \cong \Delta ACE$ ב. הסיקו כי משולש AFE הוא משולש שווה שוקיים. ג. האם הקטע AD חוצה את הזווית FAE ?

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr>
<td>משפט חפיפה :
זווית-צלע-זווית</td>
<td>אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש אחר, וגם הצלעות הנמצאות בין הזוויות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים

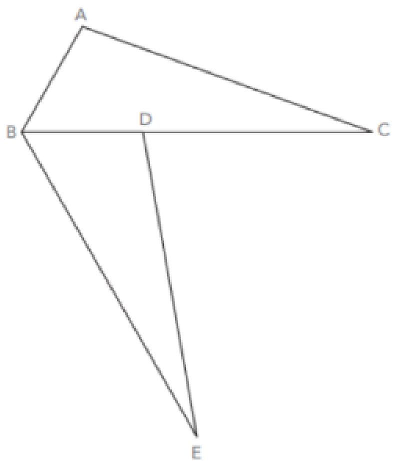
דגשים:
1. בכל מקרה, הוכחה בעל פה או בכתב, תכלול את המעבר למצב שבו הצלעות השוות כלואות בין שני זוגות זוויות שוות, ורק בהסתמך על כך ניתן להסיק כי המשולשים חופפים על יסוד משפט חפיפה זווית-צלע-זווית.

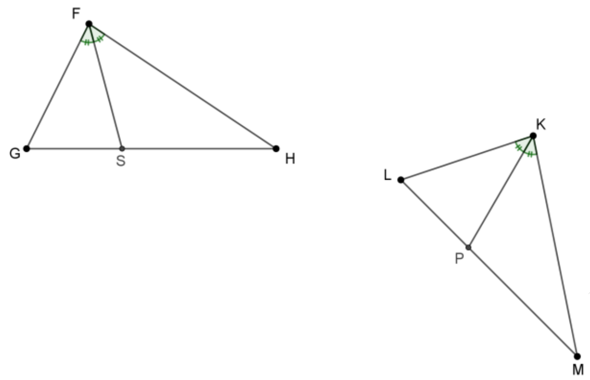
2. המנח ההדדי של המשולשים החופפים יכול להיות בלתי שגרתי, אך בשלב זה עדיין לא יהיה תרגול שבו לשני המשולשים החופפים יש חלק משותף.

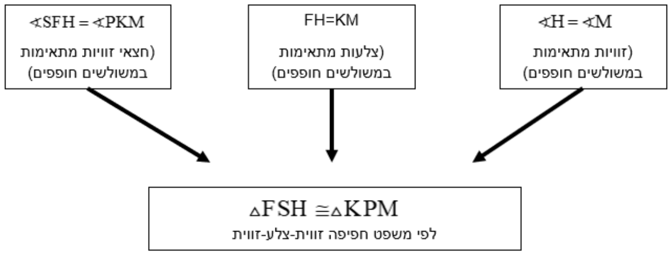
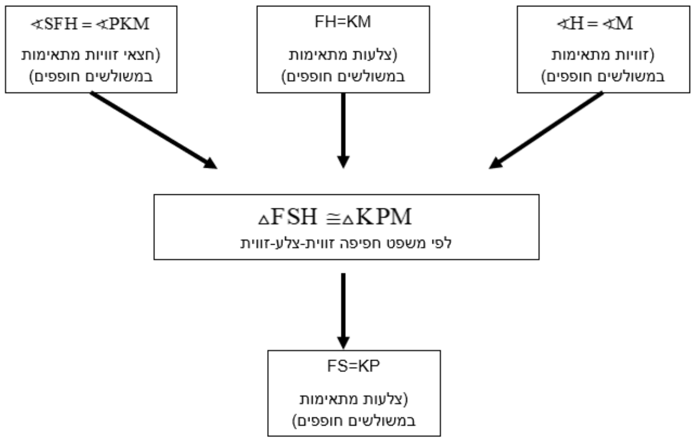
3. במשולשים חופפים, חוצי הזווית המתאימים שווים זה לזה.</td>
<td>1.
לפניכם בסיס משולש של קופסת סוכריות:


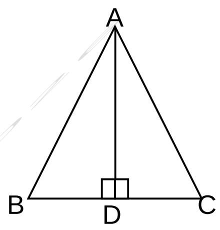
בסרטוטים הבאים מתוארים מכסים לקופסאות של סוכריות.
איזה מבין המכסים חופף בוודאות לבסיס הקופסה?
בחרו את המכסה המתאים לפי הנתון בסרטוטים, ורִשְׁמוּ באיזה משפט חפיפה נעזרתם כדי לבחור בו.


תשובה: המכסה המתאים הוא ________.</td>
</tr>
</table>

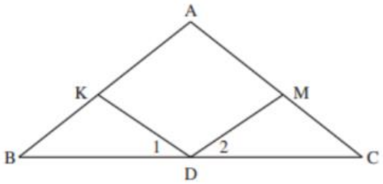
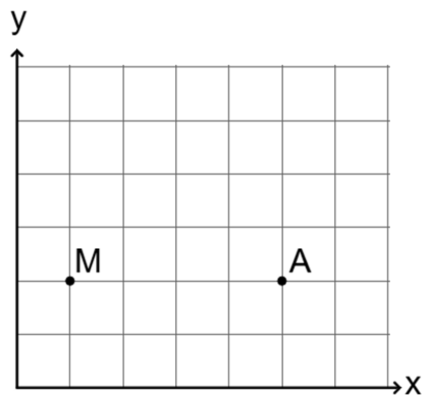
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	4. במשולשים חופפים, הגבהים המתאימים שווים זה לזה. (באמצעות שוויון הזווית השלישית).	.2 לפניכם סרטוט של שני משולשים. נתון: BC הוא **חוצה הזווית** ABE. $\measuredangle C = \measuredangle E$ $BC = BE$  א. הוכיחו: $\Delta ABC \cong \Delta DBE$ נתון גם: $\measuredangle ABE = 120°$ $\measuredangle EDC = 80°$ מהו גודל הזווית C? תשובה: $\measuredangle C =$ __________ °

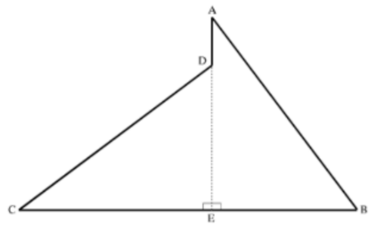
דוגמאות, יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
3. לפניכם סרטוט של שני משולשים חופפים: $\Delta FGH \cong \Delta KLM$ (החפיפה לפי סדר הקודקודים הרשומים). FS חוצה את הזווית GFH , ו- KP חוצה את הזווית LKM .  א. רשמו את החלקים השווים בשני המשולשים. שימו לב שיש רכיב שהגודל שלו חוזר 4 פעמים.		

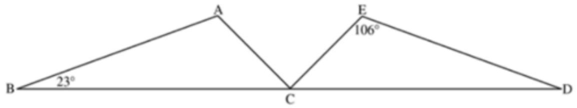
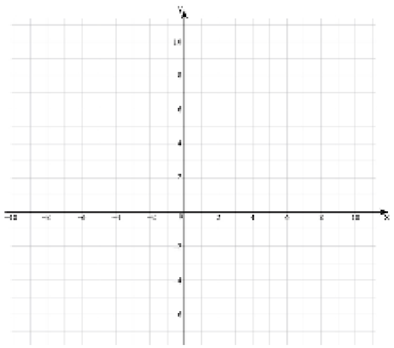
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		ב. הוכיחו בעזרת תרשים זרימה כי $\triangle FSH \cong \triangle KPM$  ג. הרחיבו את תרשים הזרימה, והוכיחו כי חוצי הזוויות FS ו- KP שווים באורכם.  ד. האם אפשר ללמוד מכך שבכל זוגות המשולשים החופפים, חוצי הזוויות המתאימות שוות באורכן?

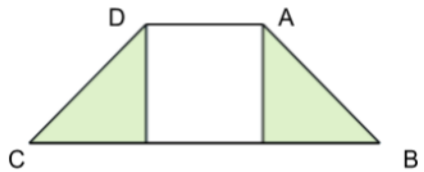
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
משולש שווה שוקיים **- המשך**	דגשים: 1. ההיכרות עם משולש שווה שוקיים מבוססת על פרק קודם. 2. הלימוד על משולש שווה שוקיים בשלב זה, יהיה מוגבל רק לתוצאות הנובעות ממשפט החפיפה זווית-צלע-זווית. 5. משולש שבו חוצה זווית והגובה מתלכדים הוא משולש שווה שוקיים. 6. במשולש שונה צלעות, חוצה הזווית, וגובה פנימי אינם מחלקים את המשולש לשני משולשים חופפים. אילו היו חופפים, אז המשולש המתקבל היה שווה שוקיים. 7. משולש שבו שתי זוויות שוות הוא משולש שווה שוקיים. א. באמצעות העברת גובה ושוויון הזווית השלישית. ב. באמצעות העברת חוצה זווית ושוויון הזווית השלישית.	4. במשולש ABC הזוויות שבקודקודים שווֹת זו לזו. a. סרטטו את המשולש וסמנו את הזוויות השוות. b. העבירו חוצה זווית, לזווית שבקודקוד A. חוצה הזווית חותך את הצלע BC בנקודה D. סמנו זאת בסרטוט. c. רשמו שלושה זוגות של זוויות שוות, ונמקו את השוויונות. d. הוכיחו את החפיפה: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$. מהו משפט החפיפה שעליו הסתמכתם? e. הסיקו כי המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. 5. לפניכם משולש שווה שוקיים. AD גובה לבסיס BC. זוויות B ו-C שוות זו לזו וגודלן 72°.  א. מה גודלן של הזוויות DAB ו- DAC? ב. נמקו בעזרת חפיפת משולשים מדוע AD הוא גם תיכון למשולש.

67

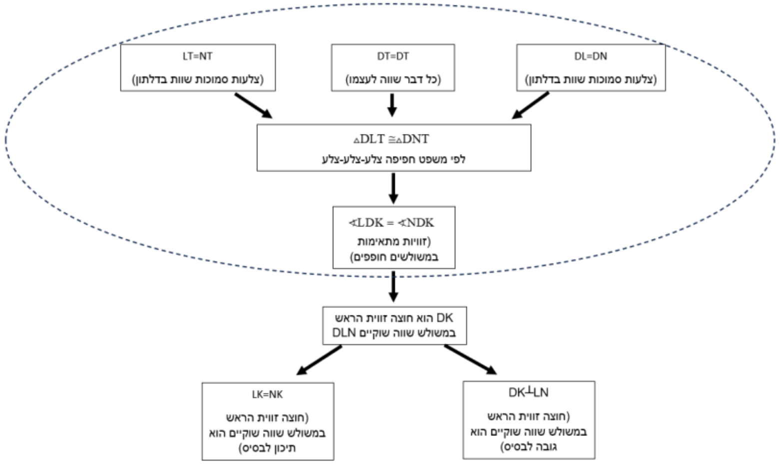
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		6. בסרטוט שלפניכם המשולש ABC הוא משולש שווה־שוקיים ($AB = AC$). נתון: $\sphericalangle D_1 = \sphericalangle D_2$ $BD = CD$  הוכיחו שהמשולשים BKD ו־ CMD חופפים. נמקו בעזרת משפטים מתאימים. 7. בציור נתונות שתי נקודות A, M. יונתן מחפש נקודה P, כך ש MAP יהיה משולש שווה שוקיים. א. רשמו נקודה שיכולה להיות הנקודה ב. האם יש יותר מאפשרות אחת? נמקו. 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
משפט חפיפה : **צלע-צלע-צלע**	**אם שלוש צלעות במשולש אחד שוות לשלוש צלעות במשולש אחר אז שני המשולשים חופפים.** דגשים: 1. להדגמת המשפט, בהינתן 3 קטעים (באורכים מתאימים), ניתן להעתיק אותם בעזרת מחוגה לקבלת משולש יחיד. 2. את משפט החפיפה ניתן לנצל לזיהוי משולשים חופפים, וכן לזיהוי אורכי צלעות במשולשים שידוע לגביהם שהם חופפים. 3. בהינתן זווית, ניתן להעתיק אותה בעזרת העתקת משולש לאחר הקצאת קטעים על שוקי הזווית המקורית. 4. משפט חפיפה ניצב ויתר במשולש ישר זווית ותרגוליו, הם תוצאת שילוב בין משפט חפיפה צלע-צלע-צלע לבין משפט פיתגורס.	.1 נתונים שני משולשים חופפים: $\Delta ABE \cong \Delta CDE$ הצמידו את המשולשים זה לזה, כפי שמתואר בשרטוט. נתון: EB = 3 ס"מ AE = 4 ס"מ AB = 5 ס"מ  א. חשבו את **היקף** המרובע ABCD (המרובע המודגש בסרטוט). הציגו את דרך החישוב: תשובה: ________ ס"מ ב. חשבו את **שטח** המרובע ABCD (המרובע המודגש בסרטוט). תשובה: ________ סמ"ר

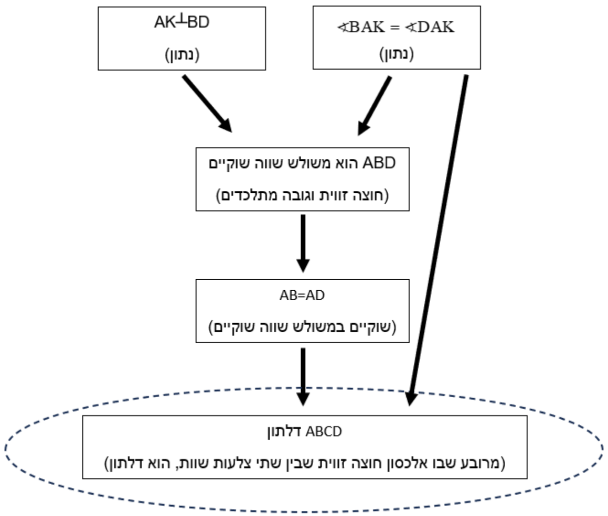
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		.2 לפניכם סרטוט של שני משולשים חופפים: $\Delta ABC \cong \Delta EDC$. (החפיפה כתובה לפי סדר הקדקודים המתאימים).  א. השלימו **בסרטוט** את הגודל של כל הזוויות של המשולשים ABC ו- EDC לפי הנתונים. ב. סרטטו תיכון AK לצלע BC במשולש ABC. סרטטו גם תיכון ET לצלע CD במשולש EDC. ג. הסבירו בנפרד, בהסתמך על שני משפטי חפיפה שונים, מדוע המשולשים AKC ETC חופפים. .3 א. במערכת הצירים שלפניכם סרטטו את המשולש שקודקודיו בנקודות: A(8,3) , B(5,3),C(5,7)  מה שטחו של המשולש ABC? מה היקפו של המשולש? ב. סמנו את הנקודה D(-5,-4) ומִצאו שתי נקודות (G,ו- H) ברביע

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		השלישי כך שמשולש DGH יהיה חופף למשולש ABC מסעיף א. ג. הצדיקו את חפיפת שני המשולשים **בשתי דרכים שונות**. 4. בסרטוט שלפניכם מוצגת תכנית של בריכה ושל מדשאות במרכז ספורט. הבריכה בצורת ריבוע, ומשני צדדיה יש מדשאות בצורת משולש כך ש AB=CD. הוכיחו כי שטחי המדשאות משני צידי הבריכה שווים (היעזרו בחפיפת משולשים) 
דלתון	דלתון הוא מרובע שבו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות שוות. קודקוד של הדלתון, שהוא נקודת חיתוך של שתי צלעות סמוכות השוות זו לזו ,נקרא קודקוד ראשי, והזווית בקודקוד זה נקראת זווית ראש. הזוויות בשני הקודקודים האחרים נקראות זוויות צד. האלכסון	1. בדלתון DT DLTN הוא האלכסון הראשי, LN הוא האלכסון המשני, K נקודת חיתוך האלכסונים. א. סרטטו את הדלתון על פי האמור, וסמנו בו את החלקים השווים.

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td>המחבר שני קודקודים ראשיים בדלתון נקרא האלכסון הראשי. האלכסון האחר נקרא האלכסון המשני.

דגשים:
1. הדלתון מהווה דוגמה להיסק באמצעות משפטי חפיפה, מבלי שלמשולשים יש שטח משותף.
2. הוראת הדלתון בשלב זה נועדה לשימוש משולב במשפטי החפיפה.
3. ניתן לנצל את הנושא כדי ללמד את עיקרי הידע על דלתון, ואין צורך להדגים את מלוא התרגילים האפשריים אודותיו.
4. ניתן להדגים דלתון בעזרת שני מעגלים, מרכזיהם ונקודות החיתוך שלהם.
5. האלכסון הראשי בדלתון מחלק את הדלתון לשני משולשים חופפים.
6. תוצאות:</td><td>ב. הוכיחו כי האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני, ומאונך לו.


הערה: תלמיד יוכל לבטל את כל מה שבאליפסה,
ולנמק את הטיעון ש-DK חוצה את זווית הראש באופן הבא:
האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש.</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	א. האלכסון הראשי חוצה את שתי זוויות הראש. ב. שתי זוויות הצד הן זוויות מתאימות במשולשים חופפים, ולפיכך שוות זו לזו. ג. האלכסון הראשי בדלתון חוצה את האלכסון המשני (חוצה זווית הראש במשולש שווה שוקיים מתלכד עם התיכון לבסיס). ד. האלכסון הראשי בדלתון מאונך לאלכסון המשני (חוצה זווית הראש במשולש שווה שוקיים מתלכד עם הגובה לבסיס). לפיכך שני האלכסונים בדלתון מאונכים. 7. בהינתן קטע, ניתן לבנות אנך באמצעו בעזרת השלמת הקטע, באלכסון משני, לדלתון שכל צלעותיו שוות (מעוין). 8. יש להכיר מגוון דרכים לזיהוי דלתון:	2. במרובע ABCD האלכסונים AC ו- BD נחתכים בנקודה K. נתון: האלכסון AC חוצה את הזווית A של המרובע, ומאונך לאלכסון BD. א. סרטטו את המרובע על פי האמור, וסמנו בו את החלקים השווים. ב. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא דלתון.  הערה: מי שלא למד או שאינו זוכר את הנימוק שבאליפסה, יוכל לבצע היסק דומה לגבי שתי הצלעות האחרות של המרובע, וכך להגיע למרובע שבו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות שוות.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		3. על מערכת צירים סמנו את 4 הנקודות: (0,1) (-3,0) (0,-4) (3,0) חברו את הנקודות לפי הסדר לקבלת מרובע: א. הוכיחו כי המרובע הוא דלתון במספר הדרכים האפשרי הגדול ביותר. ב. מצאו את משוואות הישרים שעליהם מונחות צלעות המרובע. ג. מצאו את היקף המרובע ואת שטחו. 4. קבעו מי מהטענות הבאות נכונה תמיד. אם הטענה נכונה – הוכיחו אותה: - מרובע שבו אלכסון חוצה את שתי הזוויות בשני קצותיו, הוא דלתון. - מרובע שבו אלכסון חוצה זווית שבין שתי צלעות שוות, הוא דלתון. - מרובע שבו אלכסון חוצה זווית, ומאונך לאלכסון השני, הוא דלתון. - מרובע שבו אלכסון חוצה את האלכסון השני, ומאונך לו, הוא דלתון.
חפיפת משולשים	בחלק זה תתורגל חפיפת משולשים גם כאשר לשני המשולשים יש חלקים פנימיים משותפים.	הוכיחו: 1. התיכונים לשוקיים במשולש שווה שוקיים, שווים זה לזה. 2. הגבהים לשוקיים במשולש שווה שוקיים, שווים זה לזה. 3. חוצי זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים, שווים זה לזה. 4. האלכסונים במלבן שווים זה לזה.

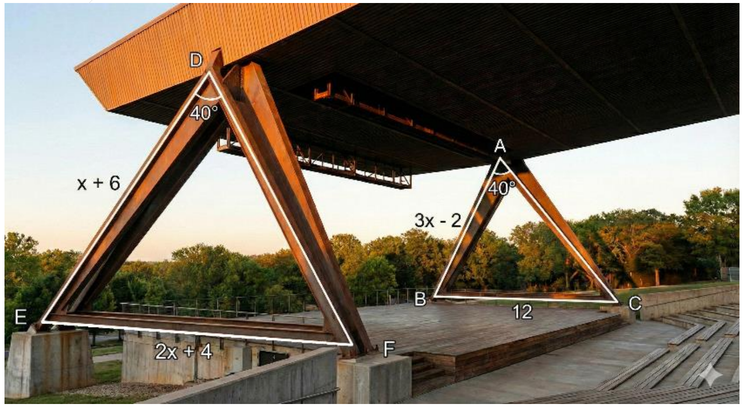
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		5. שני האלכסונים במלבן יוצרים עם אחת הצלעות זוויות שוות. 6. שני האלכסונים במלבן יוצרים 4 משולשים שווי שוקיים. 7. האלכסונים במלבן חוצים זה את זה. 8. שני האלכסונים במלבן מחלקים אותו לארבעה משולשים שווי שטח.
הנתון והתוצאה **משמעות ניסוח של משפטים**	דגשים: 1. יש ללמוד להבין מתוך ניסוח המשפט מהם הנתונים ואת מה צריך להוכיח. 2. יש לדעת להבחין בין שני משפטים הפוכים, שאחד מהם נכון, והשני איננו נכון בהכרח. 3. במקרה של משפט לא נכון יש להביא דוגמה נגדית.	איזו טענה נכונה ואיזו טענה אינה נכונה? נמקו. טענה א: אם שני משולשים חופפים, אז ההיקפים שלהם שווים. טענה ב: אם לשני משולשים אותו היקף, אז הם משולשים חופפים. תוצאה: אין זה מספיק שסכום 3 אורכי הצלעות יהיה שווה, אלא יש לדרוש שכל אורך בנפרד יהיה שווה לאורך המתאים במשולש השני. טענה ג: אם שני משולשים חופפים, אז השטחים שלהם שווים. טענה ד: אם לשני משולשים אותו שטח, אז הם משולשים חופפים. טענה ה: האלכסון הראשי בדלתון מחלק אותו לשני משולשים חופפים. טענה ו: אם אלכסון מחלק מרובע לשני משולשים חופפים, אז המרובע הוא דלתון.

שאלה מסכמת אוריינית: (שאלה יישומית עם הקשר אלגברי)

תכנון הגג של הבמה למופעים.

שם הבעיה: תמיכות הגג של הבמה.

בפארק עירוני חדש מוקם אזור מופעים פתוח. כדי להחזיק את גג ההצללה, המהנדסים תכננו קונסטרוקציית פלדה המורכבת משני משולשים תומכים גדולים משני צדי הבמה.



כדי שהגג יהיה יציב ומאוזן, ועל מנת שהעומס יתחלק בצורה שווה, חובה ששני המשולשים התומכים ABC ו- DEF, יהיו חופפים בדיוק.

המסגרת יוצרה במפעל והובאה לשטח. המהנדסת הראשית, דניאלה, בודקת את המידות לפני ההרכבה הסופית.

הנתונים שנמדדו הם כדלקמן (המידות במטרים):

במשולש ראשון ABC :

- אורך הצלע AB = 3x - 2
- אורך הצלע AC = 12 מ'
- הזווית הכלואה A היא 65°

במשולש השני DEF:

- אורך הצלע DE = x + 6
- אורך הצלע DF = 2x + 4
- הזווית הכלואה D היא 65°

באתר הבנייה התפתח ויכוח בין דניאלה המהנדסת לבין אייל, קבלן הביצוע.

אייל טען: "מדדתי בבל משולש את הזווית ושתי הצלעות. זה מספיק. אם נפתור את המשוואה ונמצא את x כך שהצלעות יהיו שוות, המשולשים בטוח חופפים ואפשר להתחיל לרתך".

דניאלה השיבה: " לפני שאנחנו ממשיכים, חייבים לוודא שהנתונים האלו באמת מבטיחים חפיפה לפי המשפטים המקובלים, ושהתוצאה הגיונית מבחינה פיזיקלית".

שאלות לתלמיד:

א. מצאו את ערך ה- x עבורו הצלע AB שווה לצלע DE.

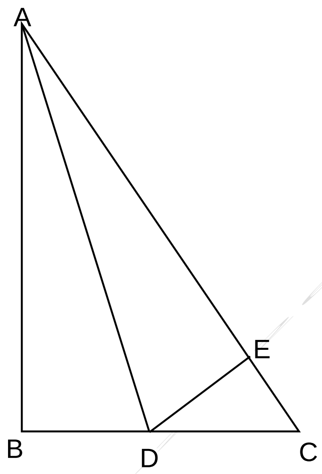
ב. חשבו את אורח הצלע EF.

ג. האם עבור ה- x שמצאתם, המשולשים חופפים? ואם כן, נסחו טענה מנומקת המסתמכת על משפטי החפיפה (ציינו איזה משפט חפיפה מתקיים: צ.ז.צ / ז.צ.ז / צ.צ.צ).

ד. הניחו כי במקום הנתון על צלע BC = 12 מ', היה נתון כי צלע AC = 12 מ'. אייל הקבלן טוען שגם במקרה זה, עבור אותו ערך x המשולשים בהכרח חופפים. האם אייל צודק? הסבירו את תשובתכם בעזרת סרטוט סכמתי או הסבר לוגי.

ה. מה לדעתכם היו אמורים להיות נתונים בשאלה כדי שהמשולשים יהיו בוודאות חופפים.

שאלה מסכמת אם אפשרות לדיון בביתה:



נתון: ΔABC משולש ישר זווית $\measuredangle B = 90°$

AD חוצה זווית A

הנקודה E נמצאת על AC כך ש- AB = AE

א. הוכיחו: $DE \perp AC$

ב. סמנו בטבלה ליד כל טענה אם היא נכונה תמיד, אינה נכונה או נכונה לפעמים (כלומר, נכונה רק בתנאים מסוימים).

- נמקו את הטענות הנכונות תמיד.
- הסבירו את התנאים בהן הטענות הנכונות לפעמים מתקיימת.

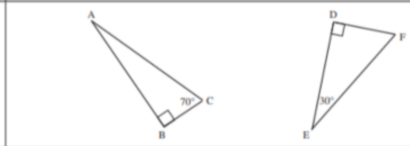
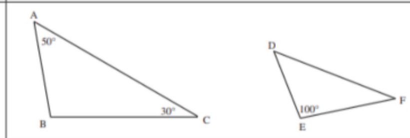
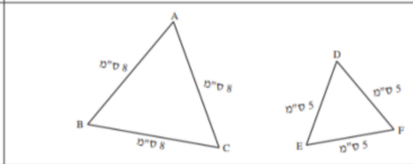
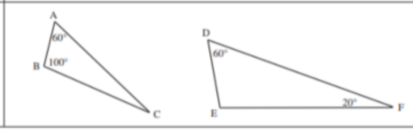
הטענה	תמיד נכונה	תמיד לא נכונה	נכונה לפעמים
DE = DC			
DE = BD			
BD = DC			
DE = EC			

79

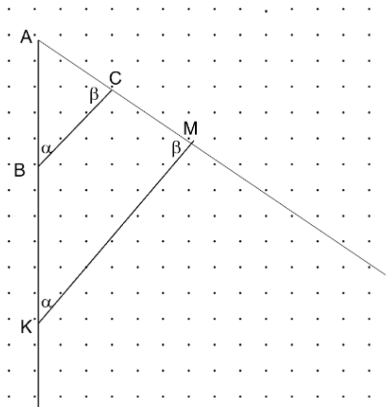
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות
דמיון משולשים דמיון מצולעים בדגש על דמיון מלבנים	לימוד הדמיון משתלב עם לימוד יחס, פרופורציה וקנה מידה. דמיון משולשים הוא עבור התלמידים מקרה ראשון ליחס שקילות שאינו זהות. משולשים דומים הם משולשים שבהם לכל זווית במשולש אחד יש זווית ששווה לה במשולש האחר, וקיים יחס שווה בין שלושת זוגות הצלעות המתאימות (צלעות מתאימות נמצאות מול זוויות שוות). יחס זה נקרא יחס הדמיון. מצולעים דומים הם מצולעים שבהם לכל זווית במצולע אחד יש זווית מתאימה ששווה לה במצולע האחר, כך שהסדר בין הזוויות השוות נשמר, והיחס בין כל שתי צלעות במצולע אחד שווה ליחס שבין שתי הצלעות המתאימות במצולע האחר. - דמיון משולשים יוצג תחילה בדרך אינטואיטיבית: הגדלה או הקטנה של מצולע בעזרת זכוכית

דוגמאות ,יישומים וקישוריות

1. בכל שורה בטבלה שלפניכם מוצג זוג משולשים.
סַמנו אם המשולשים האלה דומים, אינם דומים או שאי־אפשר לקבוע זאת לפי הנתונים שבסרטוטים.

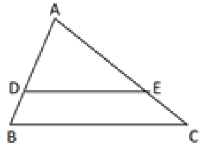
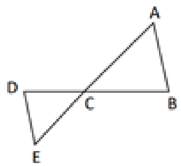
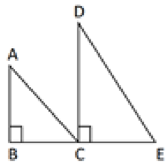
	המשולשים	דומים	אינם דומים	אי־אפשר לקבוע זאת לפי הנתונים
.1		☐1	☐2	☐3
.2		☐1	☐2	☐3
.3		☐1	☐2	☐3
.4		☐1	☐2	☐3

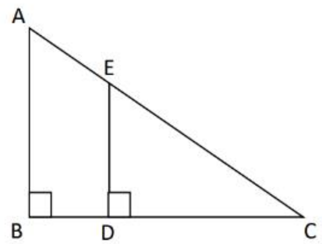
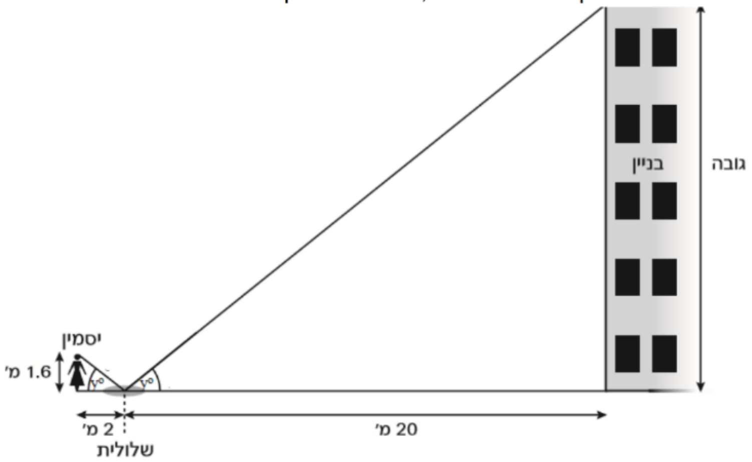
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	מגדלת או מקטנת, הגדלה או הקטנה בצילום או הגדלה והקטנה באמצעות תוכנת מחשב. - מומלץ לשיים משולשים דומים לפי סדר ההתאמה בין הקודקודים. - היחס בין שטחם של שני משולשים דומים הוא ריבועו של יחס הדמיון ביניהם. התכונה תתקבל מתוך התבוננות במקרים פרטיים, וההכללה תיעשה ללא הוכחה פורמאלית. - אם לשני משולשים זוויות שוות, אז הם דומים, ומכאן שגם קיים יחס דמיון בין הצלעות. (ראה דוגמה 3) - יש ללמוד לזהות משולשים דומים. - יש ללמוד למצוא נתונים חסרים מתוך תכונת הדמיון ותוך שימוש בפרופורציה. - יש לעסוק בבעיות המשלבות בין דמיון משולשים ובין עובדות שנלמדו בכיתה ז ובתחילת כיתה ח'. - יש לשלב דוגמאות מחיי היומיום.	2. דוגמה לפעילות שתוביל להגדרה של משולשים דומים ולחלק מתכונותיהם: הפעילות כוללת בניית משולש מ- 4 עותקים של משולש נתון שונה צלעות, מ- 9 ומ- 16 עותקים של משולש נתון (פירוט הפעילות מופיע בנספח). כמסקנה מפעילות זו, נקבל בבניות שתיארנו את שוויון הזוויות, את שוויון יחסי הצלעות ואת יחסי השטחים שבין המשולש הנתון לבין המשולשים המתקבלים מאותו משולש. 3. נתונות שתי קרניים היוצאות מהנקודה A, ונתון משולש ABC. שתיים מזוויותיו של משולש ABC הועתקו למשולש AKM. א. האם המשולש AKM דומה למשולש ABC? ב. העתיקו את הזוויות α ו- β על המשך הקרניים היוצאות מ- A. בדקו אם המשולש שהתקבל דומה למשולש ABC. בדקו אם המשולש שהתקבל דומה למשולש AKM. השלימו את המסקנה: אם לשני משולשים זוויות שוות אז הם ...

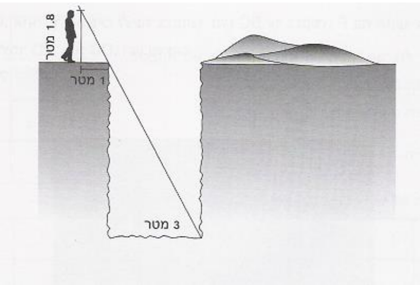
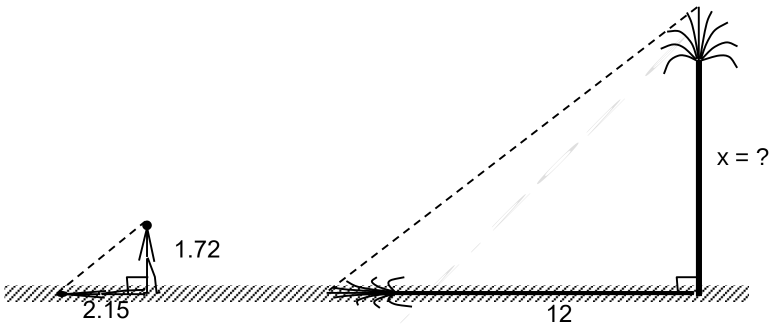
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	- במצולעים בני ארבע צלעות או יותר, בשונה ממשולשים, שוויון זוויות איננו מבטיח דמיון.	

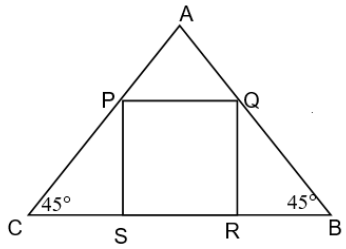
4.

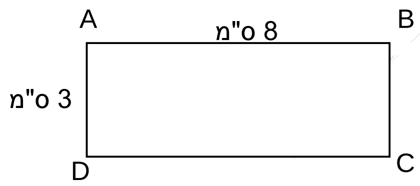
בכל משבצת משורטטים זוג משולשים. קבעו, על פי הנתונים, האם הם דומים.
אם כן, הסבירו מדוע הם דומים וכתבו את הדמיון בכתיב מתמטי ובהתאמה לקדקודים.

א.	ב.	ג.
		
נתון משולש ABC $DE \parallel BC$	נתונים המשולשים ABC, EDC. הקטעים AE ו- BD נחתכים בנקודה C. $\sphericalangle A = \sphericalangle E$	נתונים המשולשים ישרי הזווית ABC, DCE. $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DCE = 90°$

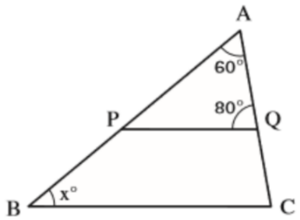
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		.5  נתונים המשולשים: ΔABC, ΔEDC $AB \perp BC$, $ED \perp DC$ $DC = 2BD$ א. נמקו מדוע המשולשים דומים ב. נתון גם: $BD = 2$ ס"מ, $AB = 4$ ס"מ חשבו את אורך הצלע ED ג. חשבו את שטח המשולש EDC. .6 סמין עומדת ליד שלולית, שבה היא יכולה לראות את ההשתקפות של ראש בניין שנמצא מולה. קו הראייה שלה יוצר זווית של $y°$ עם השלולית, ומשתקף באותה הזווית. לפי הגבהים והמרחקים המוצגים באיור, מה גובה הבניין? 

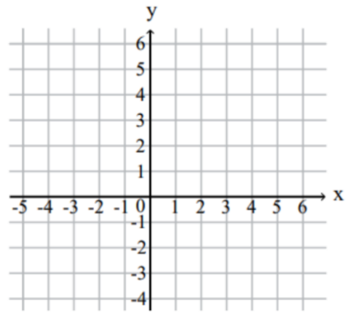
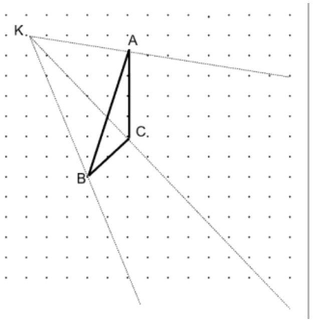
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		7. בסרטוט שלפניכם דניאל מתבונן בתחתית של בור (AD קו ישר). א. הסבירו מדוע המשולשים דומים. ב. חשבו את עומק הבור.  8. אדם שגבהו 1.72 מטר עמד בשמש ליד דקל. אורך צלו של האדם היה 2.15 מטר ואורך צילו של הדקל באותו זמן היה 12 מטר. מה גובה הדקל? (קרני השמש יוצרות אותה הזווית עם הדקל ועם האדם.) 

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
9. במשולש ABC חסום ריבוע PQRS.


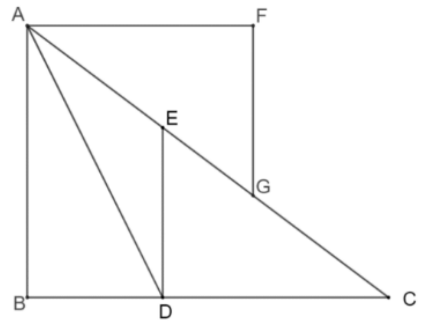
א. חשבו את כל הזוויות שבסרטוט על סמך הנתונים.
ב. ציינו את כל המשולשים ישרי הזווית שבסרטוט.
ג. אילו מבין המשולשים האלה דומים ל-ΔACB?
ד. מדדו (בעזרת סרגל) וחשבו את היחס שבין הצלעות של שניים מהמשולשים הדומים.
ה. האם בין המשולשים האלה יש משולשים החופפים זה לזה? נמקו.
10. נתון מלבן ABCD, שמידותיו רשומות על גבי הסרטוט. סרטטו מלבן דומה KLMN שאורך אחת מצלעותיו היא 12 ס"מ. רשמו את אורכי הצלעות של המלבן KLMN.
כמה מלבנים דומים כאלה יש? הסבירו.


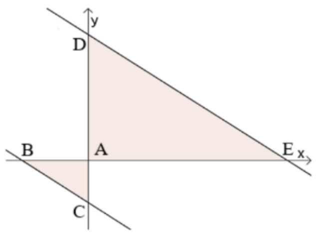
</td></tr>
</table>

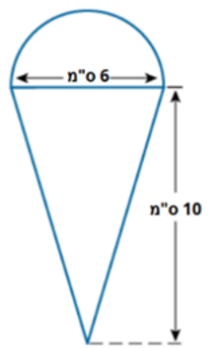
דוגמאות, יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
11. לגבי כל אחת מהטענות הבאות קבעו האם היא נכונה; נמקו. א. כל שני מלבנים דומים זה לזה. ב. כל שני ריבועים דומים זה לזה. ג. כל שני משושים דומים זה לזה. ד. כל שני מתומנים משוכללים דומים זה לזה. 12. הישרים PQ ו- BC מקבילים זה לזה. לפי הנתונים שבשרטוט: א. הוכיחו: $\Delta APQ \sim \Delta ABC$ ב. מה גודל הזווית המסומנת ב x?  13. א. סמנו במערכת הצירים את הנקודות: (0,2) , (1,0 ,) (0,0) וסרטטו את המשולש שנוצר. ב. צרו משולש דומה למשולש כך שיחס הדמיון בין המשולש שסרטטתם למשולש החדש יהיה 2:1 , ואחד מקודקודיו יהיה בנקודה (0,2).		

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		ג. צרו משולש דומה נוסף וקבעו מהו יחס הדמיון בין המשולש הנתון למשולש הו  14. מהנקודה K שבסרטוט יוצאות 3 קרניים. היעזרו בקרניים וסרטטו משולש EDF הדומה למשולש ABC ושיחס הדמיון הוא 2. 

87

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		.15 נתון: $AB \perp BC$, $ED \perp BC$. א. הוכיחו כי $\Delta ABC \sim \Delta EDC$.  ב. נתון כי: 2.4 ס"מ $BD =$, 6.4 ס"מ $BC =$, 4.8 ס"מ $AB =$. 1) חשבו את DE. 2) חשבו את EC. ג. נתון כי: $GC = DE$ $AF \parallel BC$, $GF \perp AF$ 1) האם המשולשים ΔAFG ו- ΔEDC חופפים? אם כן, הוכיחו אם לא הסבירו איזה נתון נוסף נדרש להוכחה. 2) הוכיחו שמשולש ΔAED הוא שווה-שוקיים. ד. 1) חשבו את היקפו של המשולש ΔAED. 2) הציעו דרכים שונות לחישוב שטח המשולש ΔAED וחשבו את שטחו.

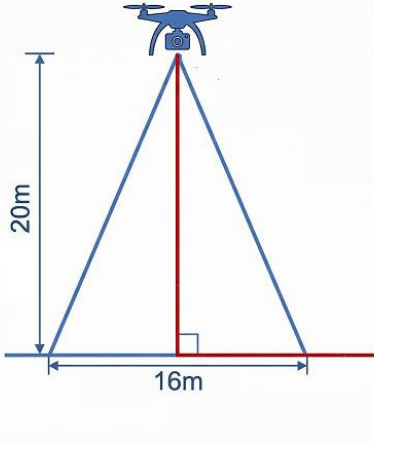
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		.16 א. נתון משולש (I) שאורכי צלעותיו הם 3 ,4 ,5 ס"מ. הוכיחו כי הוא משולש ישר זווית. ב. סרטטו משולש שדומה לו, ושיחס הדמיון בין המשולשים הוא 3. ג. אם נגדיל כל אחת מהצלעות של משולש (I) ב- 3 ס"מ, האם המשולש שיתקבל יהיה דומה למשולש (I)? נמקו. 17. במערכת צירים: שטח המשולש ABC הוא 3, ושיעורי הנקודה C הם (0,-2) א. מצאו את שיעורי הנקודה B. ב. מצאו את משוואת הישר שעובר דרך BC. נתון כי: DE || BC 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		ג. D(0 ,6) הוא אחד מקודקודי המשולש ADE. מצאו את שיעורי הנקודה E. ד. חשבו את שטח המשולש ADE. ה. הוכיחו כי משולש ABC דומה למשולש AED . ו. מצאו את יחס הדמיון של המשולשים הדומים. 18. הלוגו של חנות גלידה מורכב מחצי עיגול המונח על משולש שווה-שוקיים. המידות מוצגות בסרטוט שלפניכם.  בחנות רוצים ליצור גרסה מוגדלת של הלוגו ובה משולש דומה שהגובה שלו 250 ס"מ. מה יהיה הקוטר של חצי העיגול בגרסה המוגדלת? תשובה: ______ ס"מ

שאלה מסכמת אוריינית כולל חשיבה יצירתית והכללה:

רחפני צילום .

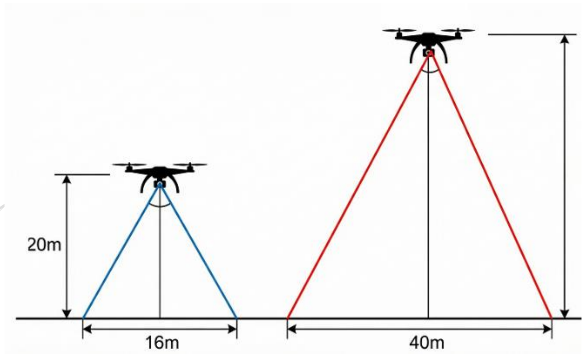
יחידת חילוץ מחפשת מטייל שאבד בשטח. הם משתמשים ברחפן המצויד במצלמה המכוונת כלפי מטה. כאשר הרחפן טס בגובה מסוים, המצלמה שלו "רואה" שטח קרקע מוגבל. הזווית של עדשת המצלמה היא קבועה, ולכן נוצרת צורה של **חרוט** (או משולש שווה שוקיים במבט מהצד). קודקודו של המשולש נמצא בעדשת הרחפן ובסיסו על הקרקע.



הנתונים (מבט צד - דו-ממדי):

1. כאשר הרחפן טס בגובה של **20 מטרים** מעל הקרקע, רוחב השטח שהוא מצלם הוא **16 מטרים**.
2. המפעיל קיבל דיווח שהמטייל נמצא באזור פתוח שרוחבו **40 מטרים**. הוא רוצה לצלם את כל רוחב האזור בתמונה אחת בודדת כדי לא לפספס כלום.

א. חישוב ותכנון (דמיון משולשים) לאיזה גובה צריך המפעיל להעלות את הרחפן כדי שרוחב הצילום יהיה **40 מטרים** בדיוק? הציגו את הדרך .



ב. חשיבה ביקורתית (מגבלות הטכנולוגיה) המפעיל הצליח להעלות את הרחפן לגובה שחישבתם, והתמונה אכן תפסה את כל רוחב השטח. אך כשהוא הסתכל במסך, הוא אמר: "יש בעיה. אני רואה את כל השטח, אבל אני לא מצליח להבחין אם הנקודה שם למטה היא המטייל או סתם שיח".

- הסבירו במילים שלכם: מה יכולה להיות סיבה לאיכות התמונה כשהרחפן עלה לגובה רב יותר?

ג. בהינתן המגבלה מהסעיף ב שהגובה פוגע באיכות, הציעו למפעיל **דרך** לסרוק את כל השטח (40 מטר רוחב) אך עדיין לשמור על חדות גבוהה .

ד. כזכור מסעיף א: בגובה 20 מטר, הרחפן "רואה" עיגול שקוטרו **16 מטר.**

חשבו את השטח הכולל (במ"ר) שמצלם הרחפן בכל אחד מהגבהים:

1. מהו שטח הצילום בגובה 20 מטר?
2. מהו שטח הצילום בגובה 50 מטר?

ה. מהו יחס השטחים ?

ו. הכללה (חשיבה מסדר גבוה). על סמך החישובים בסעיפים הקודמים, נסחו כלל:

- אם מגדילים את גובה הטיסה פי 2 פי כמה יגדל השטח המצולם?
- אם מגדילים את גובה הטיסה פי k, פי כמה יגדל השטח המצולם?

תחום גיאומטרי - כיתות ז' וח'

רציונל ומטרות התחום הגיאומטרי

התחום הגיאומטרי מהווה את הבסיס להבנת המרחב, הצורות והיחסים ביניהם. הגיאומטריה מפתחת חשיבה מרחבית, יכולת ויזואליזציה ומיומנויות הנמקה פורמלית ובלתי פורמלית. התחום משלב חשיבה חזותית עם הנמקה לוגית ויוצר קשרים חיוניים עם התחומים האחרים במתמטיקה.

מטרות התחום:

- פיתוח חשיבה מרחבית והבנת יחסים גיאומטריים
- בניית יכולת הוכחה והנמקה לוגית
- פיתוח מיומנויות מדידה, חישוב וסרטוט מדויק
- הבנת קשרים בין גיאומטריה למציאות ולתחומים מתמטיים אחרים

בין-תחומיות - קשרי הגיאומטריה לתחומים מתמטיים אחרים

קשר לתחום האלגברי

הגיאומטריה והאלגברה משלימות זו את זו ומתקשרות באופן טבעי:

- ביטויים אלגבריים לתיאור שטחים ונפחים - למשל, שטח מלבן $a \times b$, נפח תיבה $a \times b \times c$
- משתנים בנוסחאות גיאומטריות - רדיוס במעגל ($2\pi r$), צלע במשולש
- פתרון משוואות בהקשר גיאומטרי - מציאת אורך צלע לפי שטח נתון, חישוב גובה במשולש
- ייצוג גרפי של קשרים - נקודות על מערכת צירים, קווים ישרים המייצגים קשרים גיאומטריים
- משפט פיתגורס בקשר אלגברי - $a^2 + b^2 = c^2$
- חישובי שטחים - שטח מתחת לגרף כייצוג של כמויות (עבור פונקציה קווית)

קשר לתחום המספרי

חישובים גיאומטריים מבוססים על התחום המספרי ומחזקים אותו:

- פעולות חשבון בשברים - חישוב שטחים והיקפים עם מידות שבריות
- מספרים עשרוניים - מדידות מדויקות, שימוש במחשבון
- חזקות ושורשים - שטחים (מ^2), נפחים (מ^3), משפט פיתגורס ($\sqrt{}$)
- יחס ופרופורציה - דמיון צורות, קנה מידה, הגדלה והקטנה
- אחוזים - הגדלה והקטנה של שטחים והיקפים באחוזים
- מספרים שליליים - מערכת צירים שלמה, קואורדינטות

קשר לתחום אי-הוודאות

הגיאומטריה מספקת כלים לארגון וייצוג נתונים סטטיסטיים:

- דיאגרמות ויזואליות - עמודות, עיגול (חלוקת עיגול לפי זוויות מרכזיות)
- מערכות צירים - ייצוג נתונים על גרף, קריאת מידע מגרפים
- חשיבה מרחבית - הבנת התפלגויות וקשרים בין משתנים

עקרונות מנחים בתחום הגיאומטרי

מהמוחשי למופשט - בניה מדורגת של מושגים

הלמידה תתחיל מחוויות מוחשיות כמו קיפול, גזירה ומדידה, ותתקדם בהדרגה להפשטה והנמקה פורמלית. שימוש בכלים כמו מחוגה, סרגל ותוכנות גיאומטריה דינמית (GeoGebra, Desmos) יסייע בהטמעת המושגים. התלמידים יעברו ממניפולציות פיזיות של צורות לייצוג מופשט ולהנמקה מתמטית.

ויזואליזציה וייצוג

פיתוח יכולת לדמיין צורות במרחב. שילוב כלים ויזואליים שונים: סרטוטים, מודלים תלת-ממדיים, כלים דיגיטליים ויזואליזציה מנטלית. התלמידים ילמדו להעביר מידע בין ייצוג חזותי, מילולי ואלגברי.

הנמקה והוכחה

מעבר הדרגתי מהנמקות בלתי פורמליות (השוואה ישירה, קיפול, סימטריה) להנמקות פורמליות (שימוש במשפטי חפיפה, הסקה לוגי). פיתוח שפה מתמטית מדויקת והבנת ההבדל בין שכנוע אינטואיטיבי להוכחה פורמלית.

קישוריות בין נושאים

קישור בין גיאומטריה מישורית למרחבית (ממלבן לתיבה, ממעגל לגליל), בין מדידה לחישוב (מדידת זוויות לחישוב סכום זוויות), ובין גיאומטריה לאלגברה (ביטויים אלגבריים לשטחים ונפחים, משוואות בהקשר גיאומטרי).

ספירליות ורצף למידה

התכנים יוצגו ברצף ספירלי, כאשר כל שכבת גיל מוסיפה עומק ומורכבות. למשל: משולשים (כיתה ז') ← חפיפת משולשים ← משפטי חפיפה ← דמיון משולשים (כיתה ח'). כל שלב מתבסס על הקודם ומכין את הבא.

אוריינות והקשרה למציאות

הגיאומטריה תילמד בהקשרים מעשיים: אדריכלות, אמנות, טבע, תכנון ועיצוב, ניווט ומיפוי. הבנת השימוש במדידות, בחישובי שטחים ונפחים בחיי היומיום (שטח דירה, נפח מיכל, תכנון גינה).

מיומנויות כלליות חוצות נושאים

כל נושא בתחום הגיאומטרי מפתח מיומנויות כלליות אלו:

- חשיבה מרחבית: ויזואליזציה, סיבוב מנטלי של צורות, זיהוי דפוסים גיאומטריים, הבנת קשרים בין מימדים (מ-2D ל-3D).
- הנמקה לוגית: בניית טיעון מובנה, זיהוי קשרים סיבתיים, שימוש בהיגיון דדוקטיבי, מעבר מנתונים למסקנות.
- דיוק ומדויקות: מדידה מדויקת, סרטוט מדויק, חישוב עם תשומת לב לפרטים, הבנת חשיבות הדיוק במתמטיקה ובחיים.
- גמישות: פתרון בעיות בדרכים שונות (גיאומטרית, אלגברית, ויזואלית), מעבר בין ייצוגים (ויזואלי ↔ מילולי ↔ אלגברי), יכולת לראות בעיה מזוויות שונות.
- ביקורתיות: בחינת סבירות תוצאות, זיהוי טעויות בהנמקות, הערכת נכונות טענות, שאילת שאלות על נתונים ומסקנות.
- יצירתיות: זיהוי דפוסים, יצירת קשרים חדשים, המצאת דרכי פתרון מקוריות, הכללה ממקרים פרטיים.

מאזן בין מיומנויות חישוביות למיומנויות חשיבה גבוהה

לימודי גיאומטריה יפתחו מיומנויות חישוביות (שטחים, נפחים, זוויות, שימוש בנוסחאות) כבסיס הכרחי, אך לא יסתפקו בהן. יש לשלב באופן שיטתי מיומנויות מורכבות יותר:

- הנמקה והסבר: למה נוסחה עובדת ומאיפה היא נובעת, לא רק כיצד להשתמש בה. למשל: הבנה שנוסחת שטח המשולש (מחצית מכפלה של צלע בגובה לצלע) נובעת מחלוקת מלבן.

- חקירה וגילוי: גילוי תכונות גיאומטריות דרך פעילות מעשית, ניסוי וטעייה, שאילת שאלות 'מה יקרה אם...'. למשל: חקירת הקשר בין צלעות ושטח במשולשים שונים.
- קשרים והכללות: זיהוי קשרים בין צורות (כל ריבוע הוא מלבן, מעוין, דלתון), בין נושאים (קשר בין פיתגורס למשולש ישר-זווית ולמרחק במערכת צירים), והכללה ממקרים פרטיים לכללים.
- בעיות פתוחות ומורכבות: מצבים הדורשים יצירתיות, שילוב ידע ממספר נושאים, בחירת אסטרטגיית פתרון, ומספר דרכי פתרון אפשריות.
- פיתוח אוריינות ויזואלית: יכולת לקרוא סרטוטים, לזהות מידע רלוונטי, לייצר סרטוטים משלהם כחלק מתהליך הפתרון.

נקודות מפתח לתחום הגיאומטרי

כיתה ז׳ - בניית יסודות החשיבה הגיאומטרית

- זוויות: מדידה, סימון, סיווג (חדה, קהה, ישרה, שטוחה), זוויות צמודות וקודקודיות, חוצה זווית, סכום והפרש.
- משולשים: סיווג לפי צלעות וזוויות, סכום זוויות במשולש ($180°$), תכונות משולש שווה צלעות ושווה שוקיים.
- חפיפה: מושג החפיפה, טרנספורמציות (הזזה, סיבוב, היפוך), הבנה אינטואיטיבית.
- שטחים: חישוב שטח של ריבוע, מלבן, משולש, מקבילית, טרפז. פירוק והרכבה של שטחים.
- משפט פיתגורס: היכרות והשימוש הבסיסי, שכנוע באמצעות שטחים (ללא הוכחה פורמלית).
- גופים במרחב: תיבה (נפח ושטח פנים), מנסרה משולשת ישרה (נפח, שטח פנים, פריסה).

כיתה ח׳ - העמקה, הרחבה והנמקה פורמלית

- מעגל ועיגול: הגדרה, רדיוס, קוטר, היקף ($2\pi r$), שטח (πr^2), זוויות מרכזיות, הקשר ליחס π.
- גליל: מבנה, שטח פנים (כולל מעטפת), נפח, פריסה, שימוש בידע על מעגל ומלבן.
- חפיפה פורמלית: משפטי חפיפה (צ-ז-צ, ז-צ-ז, צ-צ-צ), שימוש בהוכחות, זיהוי חלקים מתאימים.
- משולש שווה שוקיים: תכונות מתקדמות, קשרים בין גובה, תיכון וחוצה זווית, הוכחות מבוססות חפיפה.
- דלתון: הגדרה, תכונות, הוכחות ללא שטח משותף, שימוש במשפטי חפיפה.
- זווית חיצונית: הגדרה, קשר לזוויות פנימיות, שימוש בחישובים.
- דמיון: דמיון משולשים ומצולעים (דגש על מלבנים), יחס דמיון, קשר בין שטחים (ריבוע יחס הדמיון).

נושאים מרכזיים

כיתה ז'

- זוויות
  - מדידה של זוויות
  - חוצה זווית
  - סכום והפרש של זוויות
  - זוויות צמודות וקודקודיות חוצי זוויות צמודות מאונכים
  - זוויות במשולש
  - סכום זוויות
- מושג החפיפה
- שטחים
- משפט פיתגורס
- גובה ושטחים
- היקפים
- הגדלה/הקטנה
- שטח מרובע שאלכסוניו מאונכים
- תיבה
- מנסרה משולשת ישרה

כיתה ח'

- המעגל
- זוויות מרכזיות במעגל
- היקף ושטח
- גליל (גליל ישר בלבד)
- סכום זוויות במשולש = 180°
- צלעות המשולש
- תיכון במשולש
- חפיפה של צורות
- זיהוי חלקים מתאימים במשולשים חופפים
- משפט חפיפה: צלע-זווית-צלע
- משולש שווה שוקיים
- משפט חפיפה: זווית-צלע-זווית
- משפט חפיפה: צלע-צלע-צלע
- דלתון
- זווית חיצונית למשולש
- דמיון משולשים ומצולעים דגש על דמיון מלבנים

כיתה ז' - תחום גיאומטרי

נושאים מרכזיים	ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
זוויות	**מיומנויות:** **סימון זוויות:** באמצעות אות לטינית גדולה אחת (קודקוד הזווית) באמצעות 3 אותיות לטיניות גדולות באות יוונית **השוואת זוויות:** זוויות שוות השוואה ישירה - הנחת זווית על גבי השנייה זיהוי סוגי זוויות: ישרה, חדה, קהה, שטוחה זיהוי וסימון נכון של זוויות השוואה באמצעות כלים מתאימים	**רצף למידה:** הצגת דרכי סימון בהדרגתיות - התחלה מדרך אחת **מומלץ:** לשלב משימות המדגישות שאורך שוקי הזווית אינו משפיע על גודלה לדון בכך ששתי קרניים קובעות שתי זוויות להשתמש בזוויות במנחים שונים לשלב שאלות עם יותר מפתרון אחד או ללא פתרון לעודד שיח כיתתי וחשיבה ביקורתית להשתמש בקיפול נייר ליצירת זוויות ישרות

נושאים מרכזיים	ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
מדידה של זוויות היכרות עם זוויות בדגש על כפולות של 30° ו-45°	**מושגים ותכונות:** **מדידת זוויות:** שימוש במד זווית למדידה מדויקת ביטוי תוצאות במעלות סרטוט זוויות בגודל נתון זוויות קהות **היכרות מספרית:** זווית 45° על מערכת צירים זווית 30° במחצית 60° זווית 135° על מערכת צירים זווית 120° כזווית חיצונית למשולש שווה צלעות **מיומנויות:** אומדן גודל זוויות קריאה וסרטוט מדויק	**רצף למידה** התחלה במדידת זווית ישרה, ואחר כך זוויות שונות **הנחיה דידקטית:** יש לפתח יכולת אומדן לפני מדידה יש להדגיש את יחידת המדידה - מעלות יש לפתח כתיבה מתמטית נכונה יש לתרגם משפה מילולית לכתיבה מתמטית יש לשלב שאלות המקדמות חשיבה ביקורתית ויצירתית יש לשלב פעילויות סרטוט עם שימוש במד זווית וסריגים

<table>
<tr><th>נושאים מרכזיים</th><th>ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות</th><th>המלצות דידקטיות</th></tr>
<tr><td colspan="3">עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים:
מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר</td></tr>
<tr><td>חוצה זווית</td><td>מושגים ותכונות:
הגדרה: קרן העוברת בקודקוד הזווית ומחלקת אותה לשתי זוויות שוות
מיומנויות:
זיהוי חוצה זווית
יצירת חוצה באמצעות קיפול או גזירה
כתיבה פורמלית של זוויות שוות
תרגילים חישוביים ואלגבריים
פתרון משוואות המבוססות על חוצה זווית</td><td>הנחיות דידקטיות:
היכרות באמצעות קיפול או גזירה
יש לשוחח על הקשר בין 'חוצה זווית' ל 'חצי' להדגשת הצורך בשני חלקים שווים
יש לשלב כתיבה פורמלית של זוויות שוות
יש לשלב תרגילים חשבוניים ואלגבריים
יש לשלב ביטויים ומשוואות
שאלות עם מספר פתרונות או ללא פתרון</td></tr>
</table>

נושאים מרכזיים	ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
סכום והפרש של זוויות	**מושגים ותכונות:** **סכום/הפרש זוויות:** סרטוט שתי זוויות עם קודקוד ושוק משותפים קבלת זווית כתוצאת הפעולה **עובדות חשובות:** זווית שטוחה = °180 = שתי זוויות ישרות 4 זוויות ישרות = °360 **מיומנויות:** חישוב סכום והפרש סרטוט זוויות פתרון תרגילים אלגבריים	**הנחיות דידקטיות**: יש להדגים סרטוט של זוויות עם קודקוד ושוק משותפים יש לשלב תרגילים חשבוניים ואלגבריים יש לשלב פעילויות סרטוט יש להדגיש את העובדות לגבי זווית שטוחה ו-°360 שאלות המקדמות שיח כיתתי יש לשלב חשיבה יצירתית

נושאים מרכזיים	ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
זוויות צמודות וקודקודיות	**מושגים ותכונות:** **זוויות צמודות:** שתי זוויות עם קודקוד ושוק משותפים משלימות לזווית שטוחה סכום = 180° **זוויות קודקודיות:** זוג זוויות עם קודקוד משותף בלבד נוצרות מחיתוך שני ישרים זוויות קודקודיות שוות זו לזו **תכונות:** חוצי זוויות צמודות מאונכים זה לזה חוצה זווית קודקודית חוצה גם את השנייה חוצה זווית שטוחה מאונך לקרני הזווית	**רצף למידה** ההוכחה של שוויון זוויות קודקודיות היא דוגמה ראשונה לחשיבה לוגית אין הכרח שהכתיבה תהיה פורמלית בשלב זה **הנחיות דידקטיות:** יש לשלב הנמקת התכונות באמצעות: - קיפול נייר - חישובים - ביטויים אלגבריים יש להדגיש שזווית ישרה היא מחצית זווית שטוחה

נושאים מרכזיים	ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
זוויות במשולש	**מושגים ותכונות:** **משולש שווה צלעות:** שלוש הזוויות שוות זו לזו גודל כל זווית = $60°$ **משולש שווה שוקיים:** זוויות הבסיס שוות זו לזו הזוויות מול הצלעות השוות שוות **סיווג משולשים:** לפי זוויות: ישר זווית, קהה זווית, חד זוויות לפי צלעות: שונה צלעות, שווה צלעות, שווה שוקיים	**רצף למידה:** הנמקת שוויון הזוויות תעשה באופן לא פורמלי: - השוואה ישירה - משיקולי סימטריה וחפיפה בשלב זה התלמידים עדיין לא למדו סכום זוויות במשולש יש להדגיש שהפעילות משכנעת אך דורשת הוכחה כללית בעתיד **הנחיות דידקטיות:** הנמקת שוויון הזוויות תעשה באופן לא פורמלי: - השוואה ישירה - משיקולי סימטריה וחפיפה יש לתת התנסות עם משולשים בגדלים שונים יש להשתמש במושגים: משולש ישר זווית, קהה זווית, חד זוויות

<table>
<tr><th>נושאים מרכזיים</th><th>ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות</th><th>המלצות דידקטיות</th></tr>
<tr><td colspan="3">עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים:
מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר</td></tr>
<tr><td>סכום זוויות
במשולש
במרובע</td><td>מושגים ותכונות:
סכום זוויות במשולש = 180°
סכום זוויות במרובע = 360°
תובנה: אם משולש ישר זווית אז סכום הזוויות החדות = 90°
מיומנויות:
מדידת זוויות במשולשים ובמרובעים
חישובים מספריים ואלגבריים
שימוש בחוצה זווית במשולש
פתרון משוואות</td><td>רצף למידה:
יש להדגיש שהפעילות משכנעת אך דורשת הוכחה כללית בעתיד
הנחיות דידקטיות:
הנמקת סכום זוויות במשולש בדרכים שונות:
- קיפולי נייר או גזירה
- לא באופן פורמלי
- התנסות עם משולשים בגדלים שונים
הנמקת סכום זוויות במרובע על ידי חלוקת המרובע למשולשים באלכסונים
יש להדגיש שהפעילות משכנעת אך דורשת הוכחה כללית בעתיד
יש להרחיב את המושג 'חוצה זווית' ל"חוצה זווית במשולש'
יש לשלב שאלות הדורשות תובנה</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>נושאים מרכזיים</th><th>ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות</th><th>המלצות דידקטיות</th></tr>
<tr><td colspan="3">עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים:
מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר</td></tr>
<tr><td>מושג החפיפה

טרנספורמציות (הזזה, סיבוב, היפוך)</td><td>מושגים ותכונות:

חפיפת צורות:

שתי צורות חופפות אם ניתן להניח אחת על השנייה כך שתכסה אותה בדיוק

ניתן להזיז, לסובב ולהפוך צורות

חפיפת ריבועים ומלבנים

תנאי מינימלי לאפיון ריבוע: אורך צלע וזוויות ישרות

איזומטרייה - טרנספורמציה שומרת מרחקים

תכונות הצורות הנשמרות בטרנספורמציות

הזזה היא העתקה של צורה ממקום אחד למקום אחר.
סיבוב סביב נקודה היא תנועה של צורה סביב נקודה קבועה.

שיקוף (היפוך) הוא "תמונת מראה" של צורה ביחס לישר</td><td>הנחיות דידקטיות:

יש לפתח את ההבנה שצורות במישור חופפות אם אפשר להניח אחת על השנייה

יש להדגים באמצעות דוגמאות מעשיות

יש להשתמש בחומרים מוחשיים לטרנספורמציות

יש להדגיש כי

הכיוון והמרחק של ההזזה זהים לכל נקודות הצורה, כלומר, כל נקודה על הצורה נעה באותו מרחק ובאותו כיוון.

בדומה לסיבוב מחוגי שעון, כלומר, סיבוב פעולה שבה כל נקודה בצורה מסתובבת סביב נקודה קבועה באותה זווית ובאותו כיוון (עם או נגד כיוון השעון). בסיבוב המרחק של כל נקודה מנקודה סביבה מתבצע סיבוב נשמר אך הכיוון של הצורה משתנה.

שלושה מאפיינים הכרחיים להגדרת הסיבוב: נקודה קבועה שסביבה מבצעים את הסיבוב, זווית הסיבוב, כיוון הסיבוב.</td></tr>
</table>

נושאים מרכזיים	**ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות**	**המלצות דידקטיות**
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
שטחים ריבוע, מלבן, משולש מצולעים מורכבים	**מושגים ותכונות:** **גובה במשולש, גובה פנימי וחיצוני** **מיומנויות:** חישוב שטחים של צורות בסיסיות מציאת שטחים על מערכת צירים שלמה פתרון שאלות בעלות אופי אורייני מציאת מרחקים ושטחים על מערכת צירים פתרון שאלות ריצופים שימוש בכלים אלגבריים להבעת שטחים חישוב שטח של ריבוע, מלבן, משולש, מצולעים מורכבים שטח מרובע קמור שאלכסוניו מאונכים	**רצף למידה:** מושג השטח נלמד בבית הספר היסודי **הנחיות דידקטיות:** יש לשלב בעיות של מציאת מרחקים ושטחים במערכת צירים יש להתייחס למערכת צירים שלמה יש לשלב משימות מורכבות בהן שטח חלק מהפתרון יש לקיים דיונים על בניית אסטרטגיות: השלמות, פירוק וחלוקה יש לתת דגש על שימוש בכלים אלגבריים יש להציג פתרונות ולשאול האם התשובה נכונה יש להשתמש בכלים חווייתיים הקשרים מציאותיים: בנייה, פיננסים, עלויות

נושאים מרכזיים	ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
שטח מרובע שאלכסוניו מאונכים	**מושגים ותכונות:** **שטח מרובע שאלכסוניו מאונכים:** דרך 1: סכום שטחים של 4 משולשים ישרי זווית דרך 2: מחצית שטח המלבן שצלעותיו מקבילות לאלכסוני המרובע **מיומנויות:** מציאת שטח בסכום חלקים מציאת שטח כהפרש ממכלול גדול יותר חשיבה צורנית	**הנחיות דידקטיות:** שימוש בהדגמות וויזואליות: - מפות - רשתות - דוגמאות הממחישות חלוקה חלוקת מרובעים לצורות קטנות (משולשים, ריבועים) פיתוח חשיבה צורנית מציאת שטח בדרכים שונות

נושאים מרכזיים	ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
תיבה נפח שטח פנים משפט פיתגורס בתיבה	**ידע קודם:** חזקה שלישית שורש שלישי של מספר חיובי ושלילי (תוצאה שלמה) **מיומנויות:** חישוב נפח תיבה חישוב שטח פנים שימוש במשפט פיתגורס בתיבה זיהוי תכונות התיבה ניתוח הקשר בין אורך, רוחב וגובה לנפח חשיבה ביקורתית ויצירתית	**רצף למידה**: מושג נפח נלמד ביסודי **הנחיות דידקטיות:** יש לחזור על חזקה שלישית ושורש שלישי יש לפתח מיומנויות קוגניטיביות: - הבנת מושג נפח - חישוב באמצעות נוסחאות - חשיבה ביקורתית יש לשלב למידה פעילה: - הדגמות - המחשות - שיח מתמטי יש להדגיש את הקשר לחיי היומיום תרגול מעשי ומופשט דגש על הבנה מעמיקה ולא רק זכירת נוסחה פעילויות למידה קבוצתיות יש להשתמש במשפט פיתגורס במידת הצורך

נושאים מרכזיים	ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
משפט פיתגורס	**ידע קודם** (במסגרת לימודי אלגברה): מערכת צירים שלמה העלאה בחזקה 2 ומציאת שורש ריבועי חיובי הסקה לגבי נכונות תכונות באמצעות חישובי שטחים חישוב אורך קטע על מערכת צירים שימוש במחשבון **מיומנויות:** הוכחת משפט באמצעות חישובי שטחים שימוש פשוט במשפט פיתגורס הבנת חשיבות הדיוק הפרקטי דיוק של 2 ספרות אחרי הנקודה	**רצף למידה:** הוכחה פורמלית תופיע בשלב מאוחר יותר **הנחיות דידקטיות:** היכרות עם המשפט באמצעות פעילויות לשקילות שטחים שכנוע בנכונות המשפט ללא הוכחה פורמלית בחישובים מורכבים להסתפק ב-2 ספרות אחרי הנקודה יש לדון על חשיבות הדיוק המוחלט מול דיוק פרקטי יש לאפשר שימוש במחשבון לחישובים מיוחדים

נושאים מרכזיים	ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
גובה ושטחים גובה במשולש שטח משולש שטח מקבילית שטח טרפז שטחים מורכבים	**מושגים ותכונות:** **גובה במשולש:** גובה פנימי או חיצוני **מקבילית:** מרובע עם כל זוג צלעות נגדיות מקבילות שטח = צלע × גובה לצלע **טרפז:** מרובע עם זוג צלעות מקבילות שטח = ½ × (סכום הבסיסים) × גובה **שטחים מורכבים.** **מיומנויות:** חישוב שטח משולש: כולל במערכת צירים שלמה שימוש במשפט פיתגורס	**רצף למידה:** מקבילית וטרפז: התלמידים מכירים מבית ספר יסודי **הנחיות דידקטיות:** **מקבילית:** יש ללמד באמצעים מוחשיים של פירוק והרכבה יש לעסוק באמצעים מספריים ואלגבריים **טרפז:** יש ללמד אופנים שונים למציאת שטח: - פירוק והרכבה יש להשתמש במשפט פיתגורס במידת הצורך

נושאים מרכזיים	ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
היקפים משולשים ומצולעים מסלולים המרת יחידות	**מיומנויות:** חישוב היקפי משולשים ומצולעים חישובי היקפים לאורך מסלולים המרת יחידות אורך שימוש במשפט פיתגורס חישובי עלויות ומהירויות חישובים מספריים ואלגבריים פתרון שאלות הפוכות	**לשלב תרגילים יישומיים:** - חישובי עלויות - חישובי מהירויות תנועה יש לכלול חישובים מספריים ואלגבריים יש לשלב חישובי היקף בפירוק והרכבה יש להדגיש את הקשר לחיי היומיום יש לפתח מיומנות של פתרון שאלות הפוכות (למשל: סרטוט גינה עם תנאים נתונים) יש לחזור על השפעת שינוי בהיקף על שטח ולהיפך יש לשלב שאלות עם ביטויים אלגבריים
הגדלה/הקטנה שאלות הגדלה או הקטנה בהקשר של היקפים, מסלולים ושטחים	**מיומנויות:** פתרון משוואות הכוללות אחוזים הגדלה או הקטנה בהיקפים ושטחים מעבר מאחוז למספר עשרוני שימוש ביחידות שטח בקרה עצמית לגבי התוצאה הבנת המשתמע מתיאור הבעיה	

נושאים מרכזיים	ידע (מושגים ותכונות) ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
מנסרה משולשת ישרה היכרות עם הגוף שטח פנים נפח פריסה	**מושגים ותכונות:** הגדרה: גוף ששתיים מפאותיו משולשים (בסיסי המנסרה) ו-3 פאות מלבנים (פאות צדדיות) **נפח:** מנסרה עם בסיס משולש ישר זווית: חצי תיבה מנסרה כללית: סכום/הפרש של שתי מנסרות **מיומנויות:** חישוב שטח פנים ונפח (מספרי ואלגברי) שרטוט פריסה ניתוח השתנות שטח כתוצאה משינויים שילוב ידע בצורות חופפות שימוש במשפט פיתגורס	**הנחיות דידקטיות:** יש להראות קבלת נפח מחציית תיבה יש להראות נפח מנסרה כללית כסכום/הפרש יש ללמוד חישוב שטח פנים ונפח: - אמצעים מספריים - אמצעים אלגבריים יש לדון בהשתנות שטח כתוצאה משינויים: - חיבוריים - כפליים (למשל הכפלה פי 2) יש ללמד שרטוט פריסה יש לשלב ידע בנושאים: - צורות חופפות - סוגי משולשים - מנסרות משולשות יש להשתמש במשפט פיתגורס לפי הצורך יש לתת שאלות בהן התלמיד מביע את הנפח או שטח הפנים באמצעות נעלמים

כיתה ח' - תחום גיאומטרי

נושאים מתמטיים	ידע ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
המעגל הגדרה כללית יישום על מערכת צירים זוויות מרכזיות במעגל	**מושגים והגדרות:** הגדרת מעגל: אוסף כל הנקודות במרחק שווה (רדיוס) מהמרכז. סיבוב מעגל אינו משנה אותו **יישום על ציר הצירים:** מעגל שמרכזו בראשית הצירים אוסף נקודות שמרחקן מראשית הצירים קבוע **מיומנויות:** הבנת קשר בין זווית מרכזית לחלק מהשלם זיהוי מבנים מתמטיים חישובים מספריים ואלגבריים הבנה שמעגלים בעלי רדיוס שווה חופפים הבנה שסיבוב מעגל אינו משנה אותו	**הנחיות דידיקטיות:** יש להדגים את המרחק הקבוע על מעגלים שמרכזם בראשית יש להשתמש ברדיוסים כמו 5, 10, 13, 15, 17 יש להראות 12 נקודות עם שיעורים שלמים במרחק קבוע מהראשית יש לפתח מיומנות זיהוי מבנים מתמטיים חישובים מספריים ואלגבריים יש להשתמש בדוגמה של שני מחוגים בשעון יש להדגים חלוקת העיגול לחלקים

נושאים מתמטיים	ידע ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
היקף ושטח היקף מעגל היחס π שטח עיגול	**מושגים ותכונות:** היקף מעגל: היחס הקבוע בין היקף לקוטר (או רדיוס) π < 3 (מספר קבוע) רמת דיוק: 2 ספרות אחרי הנקודה ביטויים אלגבריים להיקף שטח עיגול: שטח = π × (רדיוס)^2 **מיומנויות:** חישוב היקף ושטח (מספרי ואלגברי) שימוש במשתנים כמו x, y, a, b חשיבה ביקורתית הבנת הקשר בין רדיוס לשטח	**הנחיות דידקטיות:** דרכים למציאת π: 1. מדידות של מעגלים גדולים (מגרש כדורסל או דוד) באמצעות קרובים של מצולעים וחישובם 2. סימולציה ממוחשבת של עידון חלוקה פנימית במעגל 3. יש למדוד היקפי מעגלים ולאמת ניסיונית את היחס הקבוע (ככל שקוטר המעגל גדול יותר, שגיאת המדידה קטנה יותר יחסית) יש להשתמש בשאלות גם עם משתנים יש לעסוק בביטויים אלגבריים שטח עיגול: הדגמה באמצעים מוחשיים עידוד חשיבה ביקורתית שילוב כלים טכנולוגיים: יישומון, תוכנות, אפליקציות פעילות חקירה יצירתית חיבור בין חישוב תיאורטי ליישום מעשי שימוש בדיאגרמות ומודלים ויזואליים

נושאים מתמטיים	ידע ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
גליל (גליל ישר בלבד) היכרות עם הגוף שטח פנים שטח מעטפת נפח פריסה	**מושגים ותכונות**: הגדרה: גוף המורכב משני עיגולים חופפים במישורים מקבילים, ומכל הקטעים המחברים ביניהם תכונות: לגליל ישר מעטפת בצורת מלבן **מיומנויות:** חישוב שטח פנים ומעטפת (מספרי ואלגברי) חישוב נפח שרטוט פריסה השתנות שטח כתוצאה משינויים יישום משפט פיתגורס במרחב חשיבה מרחבית	**הנחיות דידקטיות:** יש ללמוד שלגליל ישר מעטפת בצורת מלבן יש ללמוד חישוב שטח פנים, מעטפת ונפח: - אמצעים מספריים - אמצעים אלגבריים יש לדון בהשתנות שטח כתוצאה משינויים: - חיבוריים - כפליים (הכפלת גובה ורדיוס פי 2) יש ללמד שרטוט פריסה יש לעסוק בבעיות המשלבות: - חישובים עם גליל - עובדות מכיתות ז-ח - המרת מידות יש ליישם משפט פיתגורס במרחב יש להיעזר באמצעי המחשה יש לעסוק בשאלות בהקשרים מציאותיים

נושאים מתמטיים	ידע ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
זוויות מתחלפות, זוויות מתאימות, זוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים	**מושגים ותכונות**: נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך את שניהם. נוצרות 8 זוויות. זוג הזוויות שנמצאות באותו צד של שני הישרים ובאותו צד של החותך נקראת זוויות מתאימות בין מקבילים. זוג זוויות שנמצאות בצדדים שונים של שני הישרים ובצדדים שונים של החותך נקראות זוויות מתחלפות בין המקבילים. זוג זוויות שנמצאות בצדדים שונים של שני הישרים ובאותו צד של החותך נקראות זוויות חד צדדיות בין המקבילים. יש להכיר זוגות של זוויות מתאימות, מתחלפות וחד צדדיות. לישרים מקבילים זוויות מתחלפות שוות/זוויות מתאימות שוות/סכום זוויות חד צדדיות שווה ל- $180°$. **מיומנויות:** זיהוי זוגות זוויות מכל סוג באופן חזותי בהינתן שני ישרים וישר שלישי שחותך אותם זיהוי זוויות שוות או זוויות שסכומן $180°$ בהינתן שני שירים מקבילים וישר שלישי שחותך אותן. חישובי זוויות (מספריים ואלגבריים)	**הנחיות דידקטיות:** יש להציג דוגמאות של זוויות מתחלפות, זוויות מתאימות וזוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים וישרים אינם מקבילים. יש להמחיש את שוויון הזוויות המתחלפות באמצעות מדידות וקיפולי נייר. את שוויון הזוויות המתאימות בין ישרים מקבילים ניתן להראות או לנמק באמצעות שוויון הזוויות המתחלפות ושיוויון זוויות קודקודיות. ניתן לנמק את סכום הזוויות החד צדדיות למקבילים בעזרת סכום זוויות צמודות ושוויון זוויות מתחלפות. שילוב תכונות זוויות שנלמדו קודם לכן (זוויות קדקודיות, זוויות צמודות, חוצה זווית)

<table>
<tr><th>נושאים מתמטיים</th><th>ידע ומיומנויות</th><th>המלצות דידקטיות</th></tr>
<tr><td colspan="3">עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים:
מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר</td></tr>
<tr><td>סכום זוויות במשולש = 180°</td><td>מושגים ותכונות:
במשולש ישר זווית: סכום הזוויות החדות = 90°
במשולש קהה זווית: שתי הזוויות האחרות חדות
מיומנויות:
חישובים מספריים ואלגבריים
פתרון משוואות
שימוש בחוצה זווית במשולש
הסקת מסקנות
חשיבה ביקורתית
הנמקה</td><td>רצף למידה:
הנושא הוא המשך למה שנלמד בביתה ז׳
המלצות דידקטיות:
מומלץ לעסוק בחישובים ובתובנה
מומלץ להרחיב את המושג 'חוצה זווית' ל"חוצה זווית במשולש'
מומלץ לערוך מדידות וחישובים בעזרת חוצה הזווית
מומלץ לעסוק באמצעים מספריים ואלגבריים
מומלץ לכלול פתרון משוואות
מומלץ לשים דגש על:
- הסקת מסקנות
- חשיבה ביקורתית
- הנמקה</td></tr>
</table>

נושאים מתמטיים	ידע ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
צלעות המשולש	**מושגים ותכונות:** עקרון יסוד: סכום שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית במשולש ישר זווית: היתר ארוך מכל אחד מהניצבים הערה: גודל הצלעות מתייחס לאורכן	**המלצות דידקטיות:** הטענה תתקבל באמצעות שימוש במודלים: - קשיות - ישרים משורטטים על שקף - שרטוט משולשים - שימוש באורכים נתונים של צלעות מומלץ לשים לב שבמשולש ישר זווית היתר הארוך ביותר מומלץ להדגיש שמדובר באורכי הצלעות
תיכון במשולש	**מושגים ותכונות:** הגדרה: קטע המחבר קודקוד לאמצע הצלע שמולו תכונה: התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח **מיומנויות:** זיהוי והבנת התכונות של קטעים במשולש: תיכון (חדש) גובה (נלמד בכיתה ז') חוצה זווית (נלמד בכיתה ז')	**רצף למידה:** הקטע 'תיכון' נוסף לקטעים 'גובה' ו'חוצה זווית' שנלמדו בכיתה ז' **הנחיות דידקטיות:** יש לעסוק בשרטוטים, מדידות וחישובים המשלבים תיכון יש לנמק מדוע התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח

נושאים מתמטיים	ידע ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
חפיפה של צורות מסקנות מחפיפה שוויונות בין חלקים מתאימים	**מושגים ותכונות:** הגדרה: שתי צורות (או יותר) במישור חופפות אם אפשר להניח אחת על השנייה כך שתכסה אותה בדיוק , דרכים להניח: - הזזה - סיבוב - היפוך - הרכבה של הפעולות **מיומנויות:** זיהוי צורות חופפות הבנת תכונות הנשמרות בחפיפה	**הנחיות דידקטיות:** יש להציג מצבים של חוסר חפיפה יש להסתייע בתוכנות כמו Desmos או GeoGebra: - הדגמת חפיפה - הדגמת חוסר חפיפה
זיהוי חלקים מתאימים במשולשים חופפים	**מושגים ותכונות:** **בהינתן משולשים חופפים:** מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות **מיומנויות:** זיהוי צלעות וזוויות מתאימות כתיבת קשרי שוויון בין חלקים מתאימים	**הנחיות דידקטיות:** יש לתרגל זיהוי חלקים מתאימים במשולשים חופפים יש להדגיש את הקשר בין צלעות שוות לזוויות שוות יש לכתוב קשרי שוויון באופן פורמלי

נושאים מתמטיים	ידע ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
משפט חפיפה: צלע-זווית-צלע	**מושגים ותכונות:** משפט: אם שתי צלעות במשולש אחד שוות לשתי צלעות במשולש אחר, וגם הזוויות הכלואות בין הצלעות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים. מסקנות: התיכונים המתאימים במשולשים חופפים שווים שני קטעים החוצים זה את זה יוצרים משולשים חופפים	**המלצות דידקטיות:** מומלץ להדגים באופן מוחשי שאם הזוויות השוות אינן כלואות בין הצלעות השוות, המשולשים אינם בהכרח חופפים מומלץ להראות ששוויון זוג זוויות שאינן כלואות עשוי להיות גם בין משולשים שאינם חופפים למשפט החפיפה שימושים חשובים במשולש שווה שוקיים יש לתרגל הסקה גם במשולשים שוני צלעות יש להוכיח נתונים הדרושים לחפיפה בסעיפים מקדימים יש לייחד סעיף נפרד להוכחת החפיפה עצמה יש לרשום חלק מההוכחות בתרשים זרימה (בועיות) יש לטפל במשולשים במנח שונה על הדף

נושאים מתמטיים	ידע ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
משפט חפיפה: זווית-צלע-זווית	**מושגים ותכונות:** משפט: אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש אחר, וגם הצלעות הנמצאות בין הזוויות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים. מסקנות: במשולשים חופפים, חוצי הזווית המתאימים שווים במשולשים חופפים, הגבהים המתאימים שווים (באמצעות שוויון הזווית השלישית)	**רצף למידה:** בשלב זה עדיין לא יהיה תרגול שבו לשני המשולשים יש שטח משותף. **הנחיות דידקטיות:** יש להראות שבמסגרת הנתונים הגלויים, הצלעות השוות לא חייבות להיות כלואות בין זוגות זוויות שוות גם כאשר הצלע אינה כלואה בגלוי, ניתן להראות שהיא כלואה (באמצעות השלמה לסכום זוויות במשולש) בכל מקרה, הוכחה בעל פה או בכתב תכלול המעבר למצב שבו הצלעות השוות כלואות בין שני זוגות זוויות שוות רק בהסתמך על כך ניתן להסיק חפיפה המנח ההדדי של המשולשים יכול להיות בלתי שגרתי בשלב זה עדיין לא יהיה תרגול שבו לשני המשולשים יש שטח משותף

נושאים מתמטיים	ידע ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
משולש שווה שוקיים	**מושגים ותכונות:** הגדרה: משולש שבו שתי צלעות שוות באורכן **מינוח:** השוקיים - הצלעות השוות זווית הראש - הזווית בין השוקיים הבסיס - הצלע השלישית זוויות בסיס - הזוויות ליד הבסיס **תכונות:** חוצה זווית הראש מחלק למשולשים חופפים חוצה זווית הראש = תיכון לבסיס חוצה זווית הראש = גובה לבסיס זוויות הבסיס שוות זו לזו חוצה זווית הראש מאונך לבסיס **במשולש שווה צלעות:** חוצה זווית = תיכון = גובה יוצר שני משולשים ישרי זווית עם זוויות $60°$, $30°$ אורך הצלע מול $30°$ = מחצית אורך היתר	**רצף למידה:** ההיכרות עם משולש שווה שוקיים קיימת מבית ספר יסודי הלימוד יוגבל רק לתוצאות הנובעות ממשפט החפיפה צ-ז-צ **הנחיות דידקטיות:** בהינתן זווית ניתן להקצות נקודה על כל שוק במרחק נתון ישנה צלע יחידה המחברת בין שתי הנקודות באופן זה מתקבל משולש שווה שוקיים. בהינתן שתי צלעות וזווית כלואה ביניהן, יש משולש אחד ויחיד להדגים (בקיפולי נייר או בכל דרך אחרת) שבמשולשים שוני צלעות, התיכון, הגובה וחוצה הזווית אינם מתלכדים. יש להוכיח שכל נקודה על חוצה זווית הראש נמצאת במרחק שווה מקודקודי הבסיס. יש להוכיח שמשולש שבו התיכון והגובה מתלכדים הוא שווה שוקיים. במשולש שונה צלעות, התיכון וגובה פנימי אינם מחלקים למשולשים חופפים.

נושאים מתמטיים	ידע ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
משפט חפיפה: צלע-צלע-צלע	**מושגים ותכונות:** משפט: אם שלוש צלעות במשולש אחד שוות לשלוש צלעות במשולש אחר, אז שני המשולשים חופפים. יישומים: זיהוי משולשים חופפים זיהוי אורכי צלעות במשולשים חופפים העתקת זווית בעזרת מחוגה משפט חפיפה ניצב ויתר (שילוב עם פיתגורס)	**הנחיות דידקטיות:** להדגמת המשפט: בהינתן 3 קטעים (באורכים מתאימים), ניתן להעתיקם בעזרת מחוגה לקבלת משולש יחיד ניתן לנצל את המשפט לזיהוי משולשים חופפים ניתן לזהות אורכי צלעות במשולשים חופפים בהינתן זווית, ניתן להעתיק אותה בעזרת העתקת משולש לאחר הקצאת קטעים על שוקי הזווית משפט חפיפה ניצב ויתר במשולש ישר זווית ותרגוליו הם תוצאת שילוב בין צ-צ-צ ומשפט פיתגורס

נושאים מתמטיים	ידע ומיומנויות	המלצות דידקטיות
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר		
דלתון	**דלתון:** מרובע שבו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות שוות מרובע שבו אלכסון חוצה את שתי הזוויות בשני קצותיו מרובע שבו אלכסון חוצה זווית בין שתי צלעות שוות מרובע שבו אלכסון חוצה זווית ומאונך לאלכסון השני מרובע שבו אלכסון חוצה את האלכסון השני ומאונך לו **תכונות** קודקוד ראשי - נקודת חיתוך של שתי צלעות סמוכות שוות זווית ראש - הזווית בקודקוד ראשי זוויות צד - הזוויות בשני הקודקודים האחרים אלכסון ראשי - מחבר שני קודקודים ראשיים אלכסון משני - האלכסון האחר האלכסון הראשי מחלק דלתון לשני משולשים חופפים האלכסון הראשי חוצה את שתי זוויות הראש שתי זוויות הצד שוות זו לזו האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני האלכסון הראשי מאונך לאלכסון המשני זיהוי דלתון:	**רצף למידה:** ההוראה בשלב זה נועדה לשימוש משולב במשפטי החפיפה **הנחיות דידקטיות:** הדלתון מהווה דוגמה להסקה באמצעות משפטי חפיפה, מבלי מיקוד במשולשים עם שטח משותף. ניתן לנצל את הנושא ללמד את עיקרי הידע על דלתון אין צורך להדגים את מלוא התרגילים האפשריים ניתן להדגים דלתון בעזרת: - שני מעגלים - מרכזיהם ונקודות החיתוך שלהם בהינתן קטע, ניתן לבנות אנך באמצעו בעזרת השלמת הקטע כאלכסון משני לדלתון שכל צלעותיו שוות (מעוין)
זווית חיצונית למשולש	**מושגים ותכונות:** הגדרה: זווית חיצונית למצולע קמור היא זווית הצמודה לזווית פנימית תכונה: זווית חיצונית למשולש: משלימה ל-$180°$ את הזווית הפנימית הצמודה לה שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה	**הנחיות דידקטיות:** יש להדגים את ההגדרה באמצעות סרטוטים יש להוכיח שזווית חיצונית - משלימה את הזווית הפנימית ל-$180°$ - שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה

<table dir="rtl">
<tr><th>נושאים מתמטיים</th><th>ידע ומיומנויות</th><th>המלצות דידקטיות</th></tr>
<tr><td colspan="3">עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים:
מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, חשיבה גיאומטריה ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות הַקְשָׁרָה למציאות, שילוב בעיות מרובות פתרונות ומשימות חקר</td></tr>
<tr><td>דמיון משולשים ומצולעים
דגש על דמיון מלבנים</td><td>מושגים ותכונות:
הגדרת דמיון משולשים: משולשים שבהם לכל זווית במשולש אחד יש זווית שווה לה במשולש האחר, וקיים יחס שווה בין שלושת זוגות הצלעות המתאימות
יחס הדמיון: היחס הקבוע בין הצלעות המתאימות.
דמיון מצולעים: מצולעים שבהם לכל זווית יש זווית מתאימה שווה, כך שהסדר בין הזוויות השוות נשמר, והיחס בין כל שתי צלעות שווה ליחס בין הצלעות המתאימות
תכונות:
אם לשני משולשים זוויות שוות, אז הם דומים
היחס בין שטחי משולשים דומים = (יחס הדמיון)^2
מיומנויות:
זיהוי משולשים דומים
מציאת נתונים חסרים מתוך דמיון
שימוש בפרופורציה</td><td>רצף למידה:
לימוד הדמיון משתלב עם לימוד יחס, פרופורציה וקנה מידה
הנחיות דידקטיות:
דמיון משולשים הוא מקרה ראשון ליחס שקילות שאינו זהות
דמיון משולשים יוצג תחילה באופן אינטואיטיבי:
- הגדלה/הקטנה בזכוכית מגדלת
- הגדלה/הקטנה בצילום
- הגדלה/הקטנה בתוכנת מחשב
מומלץ לשייר משולשים דומים לפי סדר ההתאמה בין הקודקודים
היחס בין שטחים = ריבוע יחס הדמיון
- התכונה תתקבל מהתבוננות במקרים פרטיים
- ההכללה תיעשה ללא הוכחה פורמלית
יש ללמד לזהות משולשים דומים
יש ללמד למצוא נתונים חסרים מתוך דמיון ופרופורציה
יש לעסוק בבעיות המשלבות דמיון עם עובדות מכיתה ז' ותחילת כיתה ח'
יש לשלב דוגמאות מחיי היומיום
במצולעים בני 4 צלעות או יותר, בשונה ממשולשים, שוויון זוויות אינו מבטיח דמיון
יש להסתייע בתוכנות כמו Desmos או GeoGebra:
- הדגמת דמיון
- הדגמת חוסר דימיון</td></tr>
</table>

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף א' מדעים
הפיקוח על הוראת מתמטיקה בחינוך העל יסודי

תמוז תשפ"ה יולי 2025

מפקחים, מנהלי בתי הספר, מרכזי מקצוע המתמטיקה,
מדריכים ומורים למתמטיקה

שלום רב,

השנה שעברנו היתה מלאה באתגרים פדגוגיים לנוכח המציאות המטלטלת.
אף על פי כן המשכתם ללמד, להכיל, לחזק, לשדר יציבות ולשמור על שגרה.
הייתם עוגן ומשענת עבור התלמידים. אנו מודים לכם על ההתגייסות, המחויבות והמקצועיות לאורך התקופה המורכבת.
אנו נערכים לשנה הקרובה ומייחלים לשנה טובה ולמידה רציפה.
בחטיבה העליונה אנו לקראת הכניסה של תוכנית הלימודים החדשה לשנתה השלישית,
ובחטיבת הביניים תוכנית הלימודים עוברת עדכון.
בחוזר זה מופיע מידע הנחוץ למורים למתמטיקה על פי הפירוט הבא :
חלק ראשון - למורי חטיבת ביניים,
חלק שני - מתייחס לשיבוץ לרמות במעבר מחטיבת ביניים לחטיבה עליונה,
חלק שלישי - למורי חטיבה עליונה,
חלק רביעי - משותף למורי חטיבת ביניים וחטיבה עליונה.

חלק ראשון - חטיבת ביניים

עקרונות תוכנית הלימודים

תוכנית הלימודים בחטיבת הביניים מבוססת על העקרונות הבאים:

- הוראה מבוססת הבנה בכל רמות הלימוד
- ספירליות בהוראה
- קישוריות-שילוב בין נושאים מתמטיים שונים
- רלוונטיות לתלמיד (מתמטיקה בהקשרים אישיים, תעסוקתיים, חברתיים ומדעיים)
- שילוב טכנולוגיה בכל שלבי ההוראה (אמצעי המחשה, יישומונים, AI, סביבות דיגיטליות)

- אוריינות מתמטית - המשימות האורייניות אינן משימות נפרדות, אלא מהוות חלק אינטגרלי מההוראה השוטפת. הן שזורות בלמידה ומשמשות כלי חשוב לפיתוח הבנה, חשיבה ויכולת פתרון בעיות

- לימוד ופיתוח רמות חשיבה שונות: ידע וזיהוי, חשיבה אלגוריתמית, חשיבה תהליכית (יישום בהקשרים), חיפוש פתוח

- עידוד שיח מתמטי

תוכנית הלימודים החדשה בחטיבה העליונה מבוססת על העקרונות האלה והיא המשך לתוכנית הלימודים בחטיבת הביניים.

<u>עדכון תוכנית הלימודים בחטיבת הביניים</u>

במסגרת תוכנית החומש "ישראל ריאלית" שנת הלימודים תשפ"ו תוגדר כשנת מיקוד ראשונה במקצועות מתמטיקה, מדע, הנדסה וטכנולוגיה (מקצועות STEM).

במסגרת תוכנית החומש, תוכנית הלימודים לחטיבת הביניים במתמטיקה נמצאת בימים אלה בתהליכי עדכון, בהתאם לסטנדרטים בינלאומיים ולצורך הכנה מיטבית של התלמידים לקראת החטיבה העליונה ואתגרי העתיד.

הגרסה המעודכנת צפויה להתפרסם במהלך שנת הלימודים תשפ"ו.

לאחר פרסום של עדכון התוכנית במהלך תשפ"ו, שינויים בנושאי התוכנית ייכנסו לתוקף החל משנת הלימודים תשפ"ז.

עם זאת **עקרונות תוכנית הלימודים שפורטו לעיל** נכונים לתוכנית הלימודים הקיימת וגם לעדכון התוכנית, ולכן יש להמשיך **ליישם אותם בשנת הלימודים תשפ"ו** במסגרת נושאי תוכנית הלימודים הקיימת.

בפריסות הוראה בהמשך החוזר מופיעים קישורים למשימות/שאלות על פי העקרונות שפורטו לעיל ויש לשלב אותן בהוראת כל הנושאים על פי המפורט בפריסות.

עדכון תוכנית הלימודים ילווה בפיתוח מקצועי נרחב למורים.

פירוט הדגשים בחטיבת הביניים

ברמות הרגילות:

א. בהוראת הגאומטריה יש להתאים את התרגול לרמת הכיתה.
בכיתות ברמה בינונית: יש לתרגל הוכחות ברמת סיבוכיות נמוכה, בשאלות רב שלביות מומלץ לדרג את הסעיפים כך שיהיה קשר ביניהם, מומלץ לשלב גאומטריה אוקלידית וגאומטריה במערכת צירים.
בנושא גאומטריה במערכת צירים מצורף מדריך למורה.

ב. קריאה וניתוח נתונים המוצגים בדרכים שונות (מילולית, ויזואלית, מספרית, אלגברית ושילוב שלהם), מעבר לייצוג מתמטי שמאפשר פתרון שאלות.

ג. בהוראה יש לשלב שאלות מילוליות בתחומים מגוונים, שאלות אוריינות, שאלות מתפתחות, שאלות אינטגרטיביות, שאלות המעודדות פתרון בדרכים שונות, שאלות המקדמות פיתוח חשיבה מסדר גבוה (מיון, הכללה, השוואה), שאלות מידול מתמטי.

ד. לשלב בהוראה אמצעי המחשה טכנולוגיים ומוחשיים. התלמידים נדרשים להפעיל את היישומונים ולהתנסות לקראת הסקת מסקנות בדרך לפתרון. קובץ סרטונים - שילוב אמצעי המחשה.

ברמות הנמוכות:

א. הנושאים המרכזיים בבחינות הבגרות מתבססים על הנלמד בחט"ב באופן ספירלי.
למשל, יחס, אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות, דמיון משולשים, משפט פיתגורס, תכונות של משולשים ומרובעים, קריאת גרפים, שטחים והיקפים (כולל עיגול), גופים במרחב.
לכן יש ללמד את כל הנושאים בחטיבת ביניים.

ב. ליישם תכנים מתמטיים בפתרון שאלות במגוון הקשרים מהעולם האמיתי (אוריינות מתמטית).

ג. לשלב בהוראה שאלות חישוביות ולא רק אלגבריות שמטרתן לתווך את החומר הנלמד.

ד. לשלב בהוראה אמצעי המחשה טכנולוגיים ומוחשיים. התלמידים נדרשים להפעיל את היישומונים ולהתנסות לקראת הסקת מסקנות בדרך לפתרון. קובץ סרטונים - שילוב אמצעי המחשה

ה. לשלב בהוראה שאלות בהן נדרש לקרוא ולנתח נתונים המוצגים בדרכים שונות (מילולית, ויזואלית, מספרית, אלגברית). מצורף קובץ לדוגמא.

תוכניות, פריסות הוראה ועדכונים על פי שכבות גיל

פירוט הנושאים הנלמדים, דגשים, דוגמאות וחומרי למידה נמצאים במסמך **תוכניות ופריסות הוראה לשנת הלימודים תשפ"ו**.
חומרי הוראה ולמידה יתווספו לפריסות במהלך השנה ולכן מומלץ לשמור את הקישור ולא להוריד כקובץ.

כיתה ז'

- **דגשים להוראה**

בשנת הלימודים תשפ"ו, כל תלמידי שכבת ז' ילמדו על פי פריסות הלמידה הארציות, בהתאם לעקרונות המוצגים לעיל (בתחילת החוזר) ובהתייחס לדגשים הבאים:

- שילוב שאלות אורייניות שילווה את למידת התכנים המתמטיים מתוכנית הלימודים (שילוב כגון משימה ותרגול בשיעור, פתיחת נושא, תרגול במסגרת שיעורי הבית ועוד).

- קריאה וניתוח נתונים המוצגים בדרכים שונות (מילולית, ויזואלית, מספרית, אלגברית ושילוב שלהם), מעבר לייצוג מתמטי שמאפשר פתרון שאלות.

- שילוב שאלות רב שלביות.

- שילוב שאלות שמתייחסות למיומנויות שונות (כגון ניסוח מתמטי של מצב, יישום מושגים, עובדות, פרוצדורות והנמקה מתמטיים, הבנת משמעות של תוצאות מתמטיות ופרשנותן)

- שילוב פלטפורמות דיגיטליות לצורך תרגול והערכה מעצבת (מוודל).

המשימות/השאלות שמופיעות בפריסה של כיתה ז' הן ברוח העקרונות שפורטו והן **חלק בלתי נפרד** של הוראת כל הנושאים. המשימות יתעדכנו במהלך השנה.

- **שעות טיפוח לקידום לימודי STEM במסגרת תוכנית "ישראל ריאלית"**

בשנת הלימודים תשפ"ו יוקצו שעות מסל הטיפוח לקידום תכניות בתחומי המתמטיקה והמדעים, **בדגש על תלמידי כיתות ז'**.

היישום יתמקד בחיזוק הידע, ההבנה והמיומנויות של התלמידים, מתוך מטרה לצמצם פערים ולטפח מצוינות.

משרד החינוך פרסם מספר מודלים ליישום מיטבי ואפקטיבי של שעות אלו, אשר יתבססו על תכנים פדגוגיים מתקדמים, ובהם: **אוריינות מתמטית, הוראה מותאמת אישית, למידה באמצעות דיגיטל.** הדגש ביישום שעות אלה הוא על התאמה לצורכי התלמידים ומתן מענים מגוונים שיקדמו את התקדמותם הלימודית והאישית.

- **משימות/שאלות מתוך פריסות ההוראה ומערכת המוודל**

- בתי הספר מחויבים בביצוע משימות/שאלות מתוך פריסות ההוראה ומערכת המוודל. יתבצע מעקב שוטף על ביצוע המשימות, כחלק מהתהליך הלימודי וההערכה הבית ספרית.

- מערכת המוודל היא הפלטפורמה הדיגיטלית הראשית ומחייבת ללימוד מתמטיקה בכיתה ז'. במרחבים של המודל נמצאים יחידות תרגול ממוקד, קצר, מדורג עם משוב מיידי, חומרי הקנייה, מבדקים מסכמים ועוד. המערכת תעזור גם לקיים מעקב אחר התקדמות תלמידים לצורך מתן מענה מתאים לתלמידים במהלך הלמידה.

- יש לשלב שאלות אורייניות ושאלות ברמות חשיבה שונות במבדקים שנערכים במהלך שנת הלימודים.

- **אירוע הערכה מסכמת**

בסוף שנת הלימודים יש לערוך מבחן בית ספרי מסכם (מבחן מפמ"ר) שמבוסס על השאלות שיימסרו על ידי הפיקוח. ציון המבחן אמור להיות חלק משקלול ציון תלמידים במתמטיקה בתעודה של סוף שנה. המבחן אמור להתבסס על הנושאים של כיתה ז' ולהכיל שאלות ברמות חשיבה שונות ובהתאם להדגשים שפורטו לעיל. שאלות מהסוגים שמופיעים בקישורים של פריסת ההוראה (שאלות אורייניות) אמורות להוות כ-50% מהמבחן. בהמשך יפורסמו דוגמאות של מבחן מסוג זה.

במהלך השנה יפורסמו עדכונים על אופן ביצוע המבחן.

- **פרויקט 720 -פיילוט כיתות ז'**

פרויקט 720 פועל במטרה לקדם למידה מותאמת אישית במערכת החינוך. בשנת תשפ"ו יכנסו 24 בתי ספר לפיילוט, בו ילמדו תלמידי כתה ז' את שלושת המקצועות: מתמטיקה, מדעים ואנגלית, בפלטפורמה דיגיטלית ייעודית שתתאים לכל התלמידים. החומר יונגש לתלמידים במערכת על בסיס אפיון מקדים ורציף ויותאם להם לפי רמת קושי, דרגות חשיבה, תחומי עניין, מצב רגשי-חברתי ועוד.
במסגרת הפרויקט יפותחו תכנים חדשים וישונו תכנים קיימים במטרה להתאימם למיומנויות הנדרשות במבחנים הבינלאומיים. בתי ספר בהם לא יופעל הפיילוט יוכלו לקבל את התכנים שיפותחו ולהשתמש בהם בפלטפורמות מוכרות.

כיתה ח'

- הוראת הנושאים סטטיסטיקה וההסתברות הוגדרו בתחום אי וודאות. הוראת התחום נועדה לפתח חשיבה ביקורתית וקבלת החלטות בתנאי אי וודאות.
- בפריסות הוראה של כיתה ח' מופיעות משימות אורייניות שיש לשלבן בהוראת הנושאים לפי תוכנית הלימודים.
- הנושאים של כיתה ח' יופיעו במבחן תנופה בכיתה ט' של שנת הלימודים תשפ"ז.

כיתה ט'

- בכיתה ט' נלמדות שתי פריסות של תוכנית הלימודים: פריסה ברמה רגילה ופריסה ברמה מצומצמת.
- פריסה ברמה מצומצמת מיועדת לתלמידים המתקשים מאוד במתמטיקה והמתוכננים ללמוד ברמת 3 יחידות לימוד בתיכון. התוכנית מותאמת לתוכנית הלימודים החדשה בחטיבה העליונה, ומאפשרת רצף פדגוגי בין חטיבת הביניים לתיכון. יש לשבץ לרמה זו עד 25% מתלמידי השכבה בלבד, בהתאם לשיקול דעת מקצועי.
- מבחן תנופה לתלמידי כיתה ט' תשפ"ו יתקיים ב- 3.12.2025 . הפרטים בחוזר מנכ"ל. מפרט המבחן יתפרסם סמוך לפתיחת שנת הלימודים באתר של ראמ"ה.
- נושא קדם אנליזה מאפשר לפתח חוש לפונקציות. מצורפת המלצה לרצף הוראה.

- מסמך הדרכה להוראת מתמטיקה בכיתה ט' עבור תלמידים המיועדים ללמוד עד 4 יחידות לימוד בחטיבה העליונה. הכוונה לתלמידים גבוליים בין רמה מצומצמת לרמה רגילה שיש לקדמם ל- 4 יחידות בתיכון. מסמך זה מפרט את הנושאים והמיומנויות הנדרשים להוראה בכיתה ט' על מנת לקדם תלמידים אלה להמשיך ללמוד מתמטיקה ברמת 4 יחידות לימוד בתיכון. המסמך מתמקד בשלושה תחומי תוכן מרכזיים: טכניקה אלגברית, פונקציות, גאומטריה. הנושאים המופיעים במסמך מהווים את בסיס הידע והמיומנויות המינימליות שעל המורים להקנות במהלך שנת הלימודים. התכנים מותאמים לרצף הפדגוגי בין חטיבת הביניים לחטיבה העליונה ולדרישות תוכנית הלימודים המעודכנת.

שילוב דיגיטל בהוראה - מוודל

מרחבי הלמידה במערכת moodle של משרד החינוך הינה סביבה המאפשרת למידה משולבת דיגיטל ומשמשת ככלי ללמידה עצמית וחווייתית לתלמידים בהוראת המתמטיקה לכיתות ז'-ט', לפי פריסות הלימודים הקיימות, בעברית ובערבית. קיימים ארבעה מרחבי למידה לכיתות ז ', ח', ט' – רגילה , ט' – רמה מצומצמת. במרחבים ניתן למצוא יחידות ללמידה עצמית, חומרי הקנייה, תרגול ממוקד, קצר, מדורג, שיש בו משוב מיידי, מבדקים מסכמים ועוד. מטרת המרחבים לאפשר לתלמידים לתרגל נושאים מתוכנית הלימודים, לצמצום פערים, לפתח מיומנות של לומד עצמאי ופעיל המתקדם בקצב אישי. פרטים ותמיכה פדגוגית תוכלו למצוא באתר המוודל.

עתודה מדעית טכנולוגית (עמ"ט - עמ"ט טק)

תוכנית עתודה מדעית טכנולוגית היא תוכנית מצוינות מדעית טכנולוגית של האגף למצוינות בחינוך הטכנולוגי במשרד החינוך. התוכנית פועלת בכ-460 בתי ספר בפריסה ארצית, במסלול שש שנתי (ז' - יב'), במטרה לקדם עלייה בשיעור התלמידים והתלמידות המסיימים עם תעודת בגרות מדעית טכנולוגית איכותית.
מסמך התוכנית הייעודית (לתלמידי ז'- ט') והפריסה מעודכנים לשנת הלימודים תשפ"ו ויפורסמו בקישור המצורף בהמשך.
פרטים אודות השתלמויות וסמינרים למורי העתודה יימסרו בהמשך.

פיתוח מקצועי למורי חטיבת ביניים

עדכון של תוכנית הלימודים בחטיבת הביניים ושינויים בתהליכי הוראה דורשים למידה והתמקצעות של המורים. בשנת הלימודים תשפ"ו הדגש בפיתוח המקצועי על עדכוני תוכנית הלימודים בחט"ב והשינויים בכיתה ז.

פותחו מספר אפשרויות של פיתוח מקצועי:

קהילות מאור למורים - תוכנית מתמטיקה אוריינית (מאור) בחט"ב הינה תוכנית ארצית הדרגתית לשילוב אוריינות מתמטית בלמידה והוראה של המתמטיקה בחט"ב. תוכנית מאור מקדמת שילוב שאלות אוריינות בהוראה באופן שיטתי בהלימה לתוכנית הלימודים. שילוב מתמטיקה אוריינית תתבצע בכיתות ז'-ט' בכל רמות הלימוד. פרטים נוספים יפורסמו בהמשך.

קהילות לרכזי מקצוע ומורים מובילים - בשנת הלימודים תשפ"ו יפתחו קהילות לרכזי מקצוע במסגרת תוכניות שונות. בקהילות יעסקו בתכנים מתמטיים, שילוב אוריינות ובכישורי ניהול צוות. פרטים נוספים יפורסמו בהמשך.

השתלמויות ארציות, השתלמויות במחוזות וימי עיון - יתנו מענה לשינוי התפיסתי הנדרש וליישום הדגשים ברמות השונות בהתאם לעדכוני תוכנית הלימודים בחט"ב ותוכנית ההוראה של כיתה ז. פרטים על השתלמויות וימי עיון יפורסמו בהמשך על ידי המחוזות.

חומרי למידה וספרי לימוד

ספרי הלימוד בחטיבה אינם משתנים בשלב זה ולא מאפשרים לתת מענה מלא ומתאים. לכן יש לשלב חומרים נוספים לתרגול והערכה בקישורים הבאים.

1. פריסות ההוראה
2. מסמך מרכז חומרים ברוח תוכנית הלימודים החדשה
3. במרחבי המודל אתר מודל מתמטיקה חט"ב
4. **אתר מתמטיקה לחטב-**המרחב הפדגוגי מתמטיקה חט"ב אתר מתמטיקה חט"ב ארצי בו תוכלו למצוא מידע שוטף, פריסות הוראה, חומרי למידה ועוד.
5. **מרכז המורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי באוניברסיטת חיפה** - באתר מרכז המורים נמצא מאגר עשיר של חומרים תומכי הוראה, בהתאם לדגשים של הפיקוח על הוראת המתמטיקה, בנושאים מגוונים לכיתות ז'-ט'. עבור כיתות חטיבת הביניים, פותחו פעילויות המשלימות את החומרים הקיימים בספרי הלימוד ופעילויות בהן מודגשת קישוריות בין תחומים במתמטיקה אשר משלבות אוריינות מתמטית.

חלוקה לרמות לימוד

בכיתה ז' התלמידים לומדים בקבוצות לימוד הטרוגניות.

החל מכיתה ח' אפשר לחלק להקבצות.

בכיתה ט' קיימות שתי רמות לימוד: רגילה ומצומצמת.

יש לאפשר לכמה שיותר תלמידים ללמוד בהקבצות בינוניות וגבוהות ולהגדיל משמעותית את מספר התלמידים הלומדים בהקבצות אלה.

צוות הדרכה

תוכלו להיעזר **בצוות ההדרכה במתמטיקה חטיבת ביניים**.

ניתן לשאול שאלות בפורום מורים למתמטיקה של חט"ב בפייסבוק של הפיקוח.

חלק שני - מעבר מחטיבת ביניים לחטיבה עליונה - שיבוץ לרמות

תוכנית הלימודים החדשה בחטיבה העליונה מאפשרת למספר גדול יותר של תלמידים ללמוד ברמות 4-5 יח"ל. לכן יש לשבץ מה שיותר תלמידים ברמות 4-5 יחל, כך שכל בית ספר מגדיל את מספר התלמידים ביחס לעצמו. חלוקת התלמידים לרמות לימוד בחטיבה העליונה צריכה להיעשות ע"י רכזי המתמטיקה בחטיבת הביניים ובחטיבה העליונה, בשיתוף פעולה תוך הפעלת שיקול דעת ולא רק על סמך ציונים במבחנים.

3 יח"ל - ברמה זאת משובצים בעיקר תלמידים שלמדו לפי התוכנית של כיתה ט' רמה מצומצמת.

4 יח"ל - ברמה זאת משובצים תלמידים שלמדו ברמות הבינוניות. יש להמשיך להגדיל משמעותית את מספר התלמידים המשובצים לרמת 4 יח"ל ולשבץ תלמידים חזקים של רמות נמוכות שבעבר היו משובצים לרמת 3 יח"ל.

5 יח"ל - ברמה זאת משובצים תלמידים בדומה לשנים קודמות, וכן תלמידים בעלי מוטיבציה ללמוד ברמה של 5 יח"ל.

במקרה של ספק או מצב גבולי, יש לשבץ תלמידים אלה ברמות גבוהות יותר.

חלק שלישי - חטיבה עליונה

תוכנית הלימודים החדשה

בשנת הלימודים תשפ"ו כל התלמידים אמורים לגשת לשאלוני הבגרות של התוכנית החדשה.

מטרת התוכנית החדשה במתמטיקה היא להביא למיצוי הפוטנציאל המתמטי של הלומדים. התוכנית בכל הרמות שמה דגש על הבנה, קישוריות בין תחומים, עידוד השיח המתמטי, שימוש בטכנולוגיה, אוריינות מתמטית ורלוונטיות.

בנוסף לצד הוראה איכותית על פי העקרונות והתכנים של התוכנית חשוב להקנות לתלמידים את אסטרטגיות הלמידה ולהתייחס אל בניית החוסן הרגשי במקצוע במהלך ההוראה.

פירוט התוכנית מופיע בדף התוכנית החדשה במרחב הפדגוגי.

3 יח"ל

התוכנית מדגישה למידה משמעותית והדרגתית תוך הבלטת ערכם היישומי של המושגים והתכנים בהקשרים שונים. לכן חשוב לתת את הזמן הנדרש ללימוד על פי סדר הנושאים שנקבע בתוכנית.

על כן המלצת הפיקוח היא להגיש לשאלונים בהתאם לסדר התוכנית:

בכיתה י"א הגשה לשאלון 35371 המבוסס על חומר שנלמד שנתיים י'-יא'.

בכיתה י"ב הגשה לשאלון 35372 .

בבחינת הבגרות של שאלון 35371 בשנה"ל תשפ"ו בלבד תופיע שאלה אחת מתוך הקובץ שאלות ומשימות אורייניות לתלמידי 3 יח"ל.

כל שאלה מהקובץ הנ"ל ניתן לשנות בבחינת הבגרות את המספרים המופיעים בשאלה, להוסיף סעיפי מדרגה, להוריד סעיפים, להוסיף שרטוטים וכדומה.

4 יח"ל

בשאלון 35471:

בגאומטריה יש שילוב של 3 נושאים: גאומטריה במישור, גאומטריה אנליטית וטריגונומטריה. השילוב ביניהם ייעשה מתחילת הלימוד בכיתה י'.

בגאומטריה במישור מומלץ להתמקד בתרגילים בסיסיים, עם מספר שלבים מועט.

אין ללמד את הנושא בצורה שנלמדה בעבר.

בשנים הקרובות תשפ"ו – תשפ"ז ישולבו בבחינות הבגרות שאלות **משני נושאים בלבד** מבין הנושאים: גאומטריה במישור, גאומטריה אנליטית וטריגונומטריה.

שימוש בתכונות של הצורות הגאומטריות יכול להופיע בכל השאלות, ללא הגבלה זו.

בנוסף, לא יהיו פרמטרים בפרק זה בשנים הקרובות.

בחשבון דיפרנציאלי בשנים הקרובות תשפ"ו – תשפ"ז ייבחנו בנושא בעיות קיצון רק על בעיות גאומטריות או בעיות גרפיות.

הנושא בדיקת השערות לא ילמד בכיתה י"ב בתשפ"ו.

5 יח"ל

יש לשים דגש על שימוש במיומנויות שנרכשו בקדם אנליזה. בכל הנושאים מדגישים הבנה, קישוריות בתוך ומחוץ למתמטיקה, פיתוח חשיבה מתמטית, פתרון בעיות מורכבות, פיתוח חשיבה ביקורתית.

בפרק הראשון של בחינת הבגרות בכיתה י"א (שאלון 35571) מופיעות "שאלות קצרות" בכל נושאי הלמידה, שאלות הדורשות הבנה.

בשנים הקרובות תשפ"ו – תשפ"ז ייבחנו בנושא בעיות קיצון רק על בעיות גאומטריות או בעיות גרפיות.

ספרי הלימוד ברמת 5 יח"ל לא מוחלפים בשלב זה. חומרים תוספתיים נמצאים באתר מרכז מורים, במרחב הפדגוגי ובהמלצות ההוראה.

<u>ספרי לימוד</u>

אלו הוצאות ספרי הלימוד והספרים שקיבלו אישור:

קישור לספרי הלימוד המאושרים

למידה בסביבה דיגיטלית בכל הרמות - קמפוס IL

משרד החינוך וצוות הפיקוח על הוראת המתמטיקה פיתחו קורסי הכנה לבגרות בקמפוס IL ביניהם קורסים ייעודיים לתוכנית החדשה בכל הרמות (371 - 572). אנו ממליצים ללמד בעזרת קורסים אלו כדי להפוך הוראה לפעילה וכדי להכין את הלומדים ללימודים גבוהים באקדמיה. זו למידה משולבת דיגיטל – למידה מבוססת נתונים, המפתחת את מיומנויות הלומד העצמאי ומאפשרת למידה דיפרנציאלית מותאמת אישית.

פירוט הקורסים בקמפוס IL בפורטל הפדגוגי.

הקורסים כוללים יחידות הקניית ידע בשיעורים מוקלטים ומלוות בתרגול עצמי של שאלות ייחודיות, התורמות להבנה עמוקה של החומר, תוך מתן הדגשים שמתאימים למבחני הבגרות כגון קדם אנליזה ברמות הגבוהות ואוריינות ברמת 3 יח"ל. בקמפוס סרטוני אנימציה להסבר החומר בכל הרמות.

המערכת מלווה בממשק למורה "בלנדר" - כלי המאפשר מעקב חכם אחר עבודת התלמידים ברמת הכיתה, ברמת התלמיד וברמת השאלה. החומר באתר מחולק לכיתות לפי השאלונים השונים.

כל הקורסים קיימים בשפה העברית ובשפה הערבית.

השימוש בקורסים הוא ללא עלות.

איך מצטרפים? הסברים בקישור. תוכלו להיעזר בסרטון ההדרכה.

המלצות לרצף הוראה - תוכנית הלימודים החדשה

להלן קישורים להמלצות של רצף הוראה (פריסות) על פי הרמות.

המלצות לרצף הוראה - 3 יח"ל

המלצות לרצף הוראה - 4 יח"ל

המלצות לרצף הוראה - 5 יח"ל

עקרונות בבדיקת בגרויות

קישור להנחיות ועקרונות בדיקת בגרות -2025

בהנחיות אלה מופיעות הפעולות המותרות במחשבון בבחינות הבגרות. כל שימוש אחר במחשבון שלא לפי הפירוט עלול לגרום להורדת ניקוד או לחשד באי קיום טוהר הבחינות.

חשוב להטמיע בתלמידים את היכולת לנמק ולהראות את דרך החשיבה ובהתאם לכך להציג את כל שלבי הפתרון במענה לשאלות (כולל הסברים, הצבות בנוסחאות), הן בשיעורים והן במבדקים, לכל אורך הלמידה.

חוקי מענה של בחינות הבגרות והנושאים שלא יילמדו

בחוקי מענה ובנושאים שלא יילמדו בשנת הלימודים תשפ"ו בכיתות י"א, י"ב נלקחו בחשבון האתגרים הלימודיים שעמדו בפני התלמידים בשנים האחרונות, יחד עם הרצון לשמור על רמה ואיכות של תעודת הבגרות.

לפיכך: **לנבחנים בתשפ"ו** (מועדים חורף וקיץ) חוקי המענה והנושאים שלא יילמדו יהיו באותו היקף כפי שהיו בתשפ"ה. להלן הקישורים:

נושאים שלא יילמדו בתשפ"ו - קובץ הנושאים.
חוקי מענה של בחינות הבגרות בתשפ"ו - קובץ חוקי מענה.

לנבחנים בתשפ"ז והלאה (מועדים חורף וקיץ) חומר הלימוד לבחינה יכלול את כל הנושאים ולא תינתן הקלה בחוקי המענה. לתלמידי י"ב 4 ו- 5 יחידות של שנת הלימודים תשפ"ז לא ישולבו הנושאים שלא יילמדו בכיתה י"א בתשפ"ו. להלן קישור למרחב הפדגוגי בו מופיע פירוט של כל נושאי הלימוד בכל הרמות וחוקי המענה של נבחני תשפ"ז והלאה.

מידע לבוגרים

בשנה"ל תשפ"ו (מועדים חורף וקיץ), בוגרים יכולים לבחור לפי איזו תוכנית להיבחן (תוכנית לימודים החדשה או תוכנית ההיבחנות הישנה).
להלן חוקי המענה והנושאים שלא יופיעו בתוכנית ההיבחנות הישנה:

נושאים שלא יופיעו בתוכנית ההיבחנות הישנה תשפ"ו - קובץ הנושאים.
חוקי מענה של בחינות הבגרות בתשפ"ו - קובץ חוקי מענה.

רשת ביטחון

תזכורת לגבי רשת ביטחון במתמטיקה במעבר תלמידים בין 4 ל-3 יח"ל ובמעבר בין 5 ל- 4 יח"ל.

גמולי בגרות

כל גמולי הכנה לבגרות בכל השאלונים נשארים כמו בתוכנית הישנה - קובץ.

מבחני הבגרות של שנים קודמות:

בפורטל תלמידים מופיעים שאלוני בגרות עם הצעות פתרון.

מבחני בגרות בשפות שונות.

מועדי בחינות בגרות

להלן קישור לאתר של אגף בחינות בגרות.

נוסחאון של תוכנית הלימודים החדשה

בשל הרחבת הנוסחאון של תוכנית הלימודים החדשה לכלל התלמידים בוטל הנוסחאון המורחב בכל הרמות. להלן הקישורים לנוסחאונים של התוכנית החדשה.

3 יח"ל: עברית | ערבית | צרפתית | אנגלית | רוסית

4 יח"ל: עברית | ערבית | צרפתית | אנגלית | רוסית

5 יח"ל: עברית | ערבית | צרפתית | אנגלית | רוסית

צירופים אפשריים לבחינות הבגרות

בדומה לצירופים האפשריים בתוכנית ההיבחנות, טבלת הצירופים של אגף הבחינות מעודכנת לתוכנית החדשה.

תוכנית אקדמיזציה "סמסטר ראשון כבר בתיכון"

תוכנית "**סמסטר ראשון כבר בתיכון**" מאפשרת לתלמידי י״ב 5 יחידות ללמוד קורס אקדמי במתמטיקה (חדו״א 1) במכללת אפקה, במקביל ללימודיהם בתיכון.

הקורס כולל הרצאות מוקלטות, תרגולים ומבחנים בפורמט אקדמי, והציון בו (בתוספת 10 נקודות) מחליף את שאלון 572 בבחינת הבגרות.

פרטים נוספים על מבנה הבחינה ותכני הקורס זמינים בפורטל משרד החינוך:

https://pop.education.gov.il/tchumey_daat/matmatika/chativa-elyona/teachin/g-mathematics/first-semester-high-school

פיתוח מקצועי למורי חטיבה עליונה

השנה יתקיימו השתלמויות, ימי עיון וכנסים עם דגש על התכנים והמיומנויות של תוכנית הלימודים החדשה. בנוסף ייפתחו קהילות רכזים ומורים במחוזות.
כל הפרטים יפורסמו בהמשך במחוזות.

צוות הדרכה

תוכלו להיעזר באופן שוטף בצוות ההדרכה במתמטיקה חטיבה עליונה.
ניתן לשאול שאלות בפורום מורים למתמטיקה של חט"ע בפייסבוק של הפיקוח.

חלק רביעי - למורי חט"ע וחט"ב

תוכנית לניהול פדגוגי במתמטיקה

החל משנת הלימודים תשפ"ו, כל מורה יתבקש להזין בתוכנת הניהול הפדגוגי הבית-ספרית (כגון משו"ב, סמארטסקול) את נושא הלימוד שנלמד בכל שיעור.
מהלך זה יבוצע כחלק מהמאמץ לשפר את תהליכי התכנון, ההוראה וההערכה בתחומי הדעת השונים הנלמדים בכיתה א' ועד יב'. תיעוד ההתקדמות בתוכנית הלימודים בתל"פ מהווה כלי מרכזי בניהול פדגוגי אפקטיבי.
עדכון שוטף של נושאי הלימוד והמיומנויות שנלמדו בכל שיעור, מתוך רשימה המבוססת על תוכנית הלימודים ועדכונים המפורסמים בחוזרי מפמ"ר ובמפגשי הפיתוח המקצועי הדיסיפלינארי, מאפשר למורה לנהל מעקב רציף ומסודר אחר ההתקדמות הכיתתית, לזהות פערים, ולהתאים את ההוראה לצרכים המשתנים של התלמידים.
בנוסף, התיעוד מאפשר שקיפות פדגוגית ושיתוף בין צוותי ההוראה, ומסייע בקבלת החלטות מושכלת על סמך תמונת מצב עדכנית ואחידה.

הרחבת הסמכה במתמטיקה

התמקצעות מורים למתמטיקה והרחבת המעגל של המורים המלמדים 5 יח"ל חשובים לנו.
בשנת תשפ"ו ייפתחו לימודי הרחבת הסמכה במתמטיקה. לפרטים ניתן לפנות למדריכים הארציים.

תוכנית ההייטק (כיתות ח' ו- י')

מדובר ביוזמה לאומית חדשנית שנועדה להגדיל את היקף ההון האנושי המיומן בתעשיית ההייטק בישראל, זאת באמצעות קידום תלמידים ללימודי מתמטיקה, פיסיקה ומדעי המחשב, תוך הקניית הידע והמיומנויות הנדרשים להשתלבות עתידית בתחום. התוכנית שמה דגש מיוחד על שילוב אוכלוסיות בייצוג חסר - ובהן בנות, החברה הערבית ותלמידי הפריפריה - מתוך מטרה לקדם חדשנות, שוויון הזדמנויות ומוביליות חברתית.
התוכנית תתחיל בכיתות ח' ו- י'. במסגרת התוכנית בתי ספר יקבלו סל מענים (כגון פעילויות, סדנאות העצמה, שעות הוראה ותגבור, ימי עיון ועוד) וייערך פיתוח מקצועי.
בקרוב יפורסמו קולות קוראים המזמינים את בתי הספר להצטרף לתוכנית.

סקר תוכניות לימודים

כדי לשפר את הרלוונטיות של תוכניות הלימודים והתאמתן לתלמידים ולמורים, יפורסם סקר שיבדוק את השימושיות של התוכנית ואת היותה בסיס הלמידה המרכזי.
הסקר יפורסם החל מחודש מרץ 2026 אחת לשנה, על פלטפורמה מוגנת במערכת הסקרים הממשלתית, הוא יהיה אנונימי לחלוטין ויופץ במרחב הפדגוגי ובקבוצות מורי המתמטיקה.

בברכת שנה טובה ומוצלחת

גרגורי שפורין - מפמ"ר מתמטיקה על יסודי

העתקים:
ד"ר טלי יניב, יו"ר המזכירות הפדגוגית
גב' מירב זרביב, סמנכ"לית ומנהלת המינהל לחדשנות וטכנולוגיה
ד"ר גילמור קשת, מנהלת אגף א' מדעים, המזכירות הפדגוגית
מר יובל אוליבסטון, סגן יו"ר המזכירות הפדגוגית ומנהל אגף א' פיתוח פדגוגי
גב' אינה זלצמן, סמנכ"ל בכירה ומנהלת המינהל הפדגוגי
מר דויד גל, מנהל אגף בכיר בחינות
גב' אלה מוזס, מנהלת אגף א' לחינוך העל יסודי, המינהל הפדגוגי
מנהלי מחוזות

גב' שירין נאטור חאפי, מנהלת האגף לחינוך ערבי

גב' איה חיראדין, ממונה על החינוך במגזר הדרוזי והצ'רקסי

מר בועז קולומבוס, מנהל החינוך העל יסודי בחינוך הממלכתי הדתי (חמ"ד)

פרופ' דוד סודרי, יו"ר וועדת מקצוע המתמטיקה

מר סלימאן סלאמה, מפקח על הוראת המתמטיקה במחוז צפון ובמגזר הדרוזי

מר גנאדי ארנוביץ, ממונה על תוכניות לימודים במתמטיקה, אגף א' מדעים

ד"ר חמוטל דוד, מנהלת מרכז המורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

מדריכים ארציים ומחוזיים

מדינת ישראל
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף א' מדעים, הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תוכנית הלימודים במתמטיקה לכיתות ז-ט

ירושלים

תוכנית הלימודים במתמטיקה לחטיבות הביניים

מבוא כללי

תוכנית לימודים זו מיועדת להוראת המתמטיקה בכיתות ז, ח, ט (בחטיבות ביניים או כיתות ז ו-ח בבתי ספר יסודיים וכיתות ט בבתי ספר תיכוניים). התוכנית כוללת שלושה תחומי תוכן: **התחום המספרי** (כולל סטטיסטיקה והסתברות), **התחום האלגברי והתחום הגאומטרי**, תוך התבססות על תכנים שנלמדים בבית הספר היסודי (א-ו) והרחבתם. כמו כן, התוכנית מהווה בסיס לתכנים שיילמדו בחטיבה העליונה. התוכנית מיועדת לכלל תלמידי ישראל בכיתות ז-ח, ולתלמידי כיתות ט אשר מתעתדים ללמוד מתמטיקה באחת הרמות המוגברות בחט"ע; התאמת התכנים של כיתה ט לתלמידים שלא ילמדו מתמטיקה ברמה מוגברת בחט"ע תפורסם בנפרד.

האפיונים התוכניים העיקריים של התוכנית הם:

- לימוד של מיומנויות חישוב משולב עם לימוד לקראת הבנה, כך שהמיומנויות יתמכו בפיתוח ההבנה, ופיתוח ההבנה יתמוך בלימוד המיומנויות ובחיזוקן. מיומנויות החישוב מתייחסות לידע של ביצוע פרוצדורות אריתמטיות ואלגבריות. לימוד לקראת הבנה כולל הבנת מושגים, מציאת קשרים בין מושגים שונים ופתרון בעיות (מתמטיות ומתחומי דעת אחרים).
- הדגשת דרכי חשיבה, דרכי עבודה ודרכי שיח האופייניים למתמטיקה: זיקוק רעיון מתוך התנסויות והכללות, הכרת הגדרה ויישומה, "מידול" ו"סימול" (שימוש בשפה מתמטית כדי לייצג בעיות, לפתור אותן ולבקר את פתרונן), פיתוח הסברים וטיעונים (מתן הסברים ובחינה ביקורתית של הסברים של אחרים), מעקב אחר מהלכי הוכחה והבנתם ויכולת בניית הוכחות פשוטות, שימוש בייצוגים ובכלים שונים ופיתוח אסטרטגיות לפתרון בעיות.
- שילוב מושכל של שלושת התחומים המתמטיים (מספרי, אלגברי וגאומטרי) הכולל הדגמות, המחשות (ויזואליות או אחרות), שיקולים, הסברים, הוכחות ופתרון בעיות על ידי יישום כלים או גישות של אחד התחומים בתחום אחר. שילוב זה נועד לחיזוק ולהעמקת הידע המתמטי והעשרתו, לצורך קישור בין נושאים וכמתן אפשרויות למידה שונות לתלמידים עם נטיות/העדפות מתמטיות שונות.
- לימוד "ספירלי" המבוסס על כך שהתלמידים נחשפים לאותו נושא או רעיון מתמטי מרכזי מספר פעמים במהלך שלוש השנים בכל התחומים, כאשר בכל פעם מתווספים רבדים ורמות פירוט ו/או עומק, בהתאם לידע, לניסיון ולתחכום המתמטי שנצברו במהלך הזמן. חזרה משמעותית זו על נושא והרחבתו היא לצורך ביסוס הידע וגיבושו, ולצורך פיתוח הדרגתי של פרספקטיבה מתמטית רחבה על כלל הנושאים הנלמדים.
  לדוגמה: א) חשיפה הדרגתית למושג 'פונקציה' ולסוגיה השונים, ב) חשיפה הדרגתית לחשיבה דדוקטיבית בגאומטריה.

בהלימה לאמור לעיל, התוכנית מובאת לפי שכבות גיל, ותוך תיאור של שלושת מרכיביה העיקריים:

1. פירוט התכנים המתמטיים
2. פירוט הדגשים המתמטיים והדידקטיים בכל אחד מהתכנים
3. דוגמאות למטלות ולבעיות

הדגשים מצביעים באופן מפורש על הרעיונות העיקריים של כל נושא מתמטי, על הקשרים שניתן ורצוי לבנות עם נושאים אחרים ועל מידת ההעמקה המומלצת לטיפול בנושא, אשר באה לידי ביטוי גם במספר השעות המומלצות ללמידתו (כולל המלצות להעמקה עבור תלמידים מתקדמים במיוחד). הדוגמאות מובאות לצורך הדגמה בלבד, ומטרתן להראות אפשרויות של טיפול בדגשים בעזרת מטלות מסוימות. הדוגמאות אינן מחייבות, הן לא "פריטי מבחן" וכלל אינן ממצות - הן מוצעות כמקור השראה אפשרי לכותבי ספרי לימוד ולמורים.

תוכנית הלימודים מציעה להקדים נושאי לימוד לשכבות גיל באופן שונה ממה שהיה מקובל בעבר. לדוגמה: א) הנושא 'פונקציות' הוקדם לכיתה ז, ב) הנושא 'דמיון משולשים' הוקדם לכיתה ח.

הרציונל להקדמה זו נמצא במבוא לנושא הלימודי עצמו. כמו כן, בתוכנית נמצאים נושאים לימודיים אשר מקבלים דגש רב יותר מאשר בעבר.

לדוגמה: א) גאומטריה קדם דדוקטיבית,ב) יחס וקנה מידה.

הרציונל לכך נמצא גם הוא במבואות של הנושאים עצמם.

התוכנית מיועדת ל-150 שעות לימוד (לפחות) בכל שכבת גיל:

כיתה ז' - 68 שעות לתחום האלגברי, 30 שעות לתחום המספרי, ו-52 שעות לתחום הגאומטרי;

כיתה ח' - 58 שעות לתחום האלגברי, 54 שעות לתחום המספרי ו-38 שעות לתחום הגאומטרי;

כיתה ט' - 90 שעות לתחום האלגברי (כולל הסתברות) ו-60 שעות לתחום הגאומטרי.

כדי לסייע למורים בתכנון ההוראה, מובאות המלצות להקצאת שעות לימוד לכל נושא.

התוכנית מעודדת שימוש בכלי הוראה מגוונים על פי שיקול דעתם של כותבי ספרי הלימוד ומורים. אמצעים אלה יכולים לכלול המחשות שונות (קיפולי נייר, דגמים, תמונות ועוד). כמו כן, מומלץ מאוד לשקול את השימושים הייחודיים של הכלים הטכנולוגיים השונים, ולהתאים את עוצמתם הייחודית (חישובית, גרפית, תיעודית) להוראת כל נושא ונושא.

מתמטיקה - תוכנית הלימודים לכיתה ז'

הנחיות כלליות

עקרונות:

1. על לימודי המתמטיקה בכיתה ז לשמר ולהעמיק את הידע שנלמד בבית הספר היסודי תוך לימוד תכנים חדשים, ולא במסגרת שיעורי חזרה.
2. כל נושא יכלול לימוד ופיתוח של רמות חשיבה שונות: ידע וזיהוי, חשיבה אלגוריתמית, חשיבה תהליכית (יישום בהקשרים מוכרים) וחיפוש פתוח. בפרט, יש לשלב בעיות אורייניות מתוך מציאות קרובה לתלמידים.
3. יש לשלב אמצעי המחשה, כדוגמת איורים, דגמים, גזירות וקיפולי נייר בכל תחומי הלימוד שבהם הדבר ניתן.

מבנה התוכנית:

1. תוכנית הלימודים מחולקת לשלושה תחומים: **מספרי, אלגברי וגאומטרי**. על שלושת התחומים להילמד תוך שילוב מושכל ביניהם.
2. הלימוד מבוסס על שלושה סבבים שכל אחד מהם מתבסס על הסבבים שקדמו לו. התחום האלגברי והתחום הגאומטרי נלמדים בכל שלושת הסבבים, ואילו התחום המספרי נלמד בשני הסבבים הראשונים.
3. לימודי האלגברה נפתחים ביצירת תשתית, שבמרכזה המושגים '**משתנה**' ו'**הביטוי האלגברי**'. **משוואות** נלמדות בשני סבבים, תוך שימת דגש על הבנת מושגי **המשוואה ופתרונה**. בשלב זה של הלימוד יילמדו דרכי פתרון המצריכות מיומנויות בסיסיות בלבד, כשהעמקה במיומנויות הטכניות נדחית לכיתה ח. בסבב השלישי נלמד המושג '**פונקציה**'.

   יש לפתוח נושא זה בהיכרות עם מצבים מציאותיים שבהם טבעי להגדיר התאמות בין מספרים, ולשלב בהדרגה הגדרות וסימונים פורמליים.
4. **התחום המספרי** נפתח בחזרה על **חוקי החשבון**, המוכרים מבית הספר היסודי, ובהעמקה שלהם, תוך שימוש גם בכתיב אלגברי. הסבב השני מתמקד **במספרים מכוונים** ובפעולות חשבון במספרים מכוונים.
5. לימודי **הגאומטרייה** מתבססים על הנלמד בבי"ס היסודי. הדגש הוא על לימוד מוחשי המשלב בניות, מדידות וחישובים. בשלב ראשון יש לבסס את הלימוד על הנמקות שמקורן בהתנסויות מוחשיות. באופן הדרגתי יש להשתמש בעובדות שהתקבלו בדרך מוחשית לשם הנמקת טענות חדשות. מושגי השטח והנפח יוצגו באופן אינטואיטיבי, ויוקנו לתלמידים ע"י דוגמאות. לימודי הגאומטרייה בכיתות ז ו-ח יהיו בסיס שעליו יישענו לימודי הגאומטרייה הדדוקטיבית החל בכיתה ט.
6. משיקולים פדגוגיים יש מקומות שבהם התכנית מעדיפה תיאורים דידקטיים על פני הגדרות מתמטיות פורמליות.
7. בתוכנית תכנים נוספים המיועדים לתלמידים מתקדמים ומתעניינים (מופיע על רקע אפור).

סבב 1

תחום אלגברי	תחום מספרי	תחום גאומטרי
משתנים, ביטויים אלגבריים והכללה של תופעות מספריות (15 שעות)	**פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים** (10 שעות)	**מלבן, תיבה | ניצבות והקבלה** (15 שעות)

תחום אלגברי: 1. משתנים, ביטויים אלגבריים והכללה של תופעות מספריות (15 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
משתנים וביטויים אלגבריים	**משתנה: סימן שמייצג ערך מספרי וניתן לקביעה ולשינוי לפי הצורך.** **דגשים:** 1. בלימוד ראשוני יש להתמקד בייצוג ערכים מספריים באמצעות משתנים, ואין לפרט את השימושים השונים במשתנה, שהם: נעלם, קבוע, אמצעי לניסוח טענה כללית או פרמטר. 2. מוצע להציג את המושג 'משתנה' בדוגמאות שבהן רואים את התועלת שבו, למשל, תיאור מצבים חשבוניים והכללות של מקרים פרטיים (ניסוח חוקיות). 3. לתלמידים אין היכרות קודמת עם סימנים כמייצגים ערכים מספריים (למעט שימוש במשבצות), ויש להקדיש זמן להטמעת הייצוג. **ביטוי אלגברי: צירוף של מספרים ו/או משתנים הקשורים ביניהם בפעולות מתמטיות.** **דגשים:** 1. מספרים וביטויים חשבוניים הם מקרים פרטיים של ביטויים אלגבריים. ביטוי חשבוני הוא צירוף של מספרים הקשורים ביניהם בפעולות מתמטיות. כשביטוי אלגברי כולל משתנים, הצבת ערכים מספריים במקום המשתנים הופכת אותו לביטוי חשבוני בעל ערך מספרי. 2. מוצע להציג ביטויים אלגבריים גם דרך דוגמאות הממחישות את התועלת שבהם, כהמשך להצגת המושג 'משתנה'. 3. יש להתמקד ביישומים של ביטויים אלגבריים מבלי לעסוק בהגדרה פורמלית, ובזיהוי של ביטויים אלגבריים. **דוגמאות:** 1. א. מחיר ליטר דלק הוא 7 שקלים. מהי העלות של 20 ליטרים של דלק? של 30 ליטרים של דלק? מהי העלות של b ליטרים של דלק? מהי העלות כש- $b = 40$?

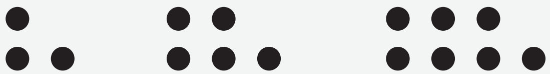
תחום אלגברי: 1. משתנים, ביטויים אלגבריים והכללה של תופעות מספריות (15 שעות)

משתנים וביטויים אלגבריים

ב. בלילה, בין השעות 21:00 ל-06:00 קיימת עמלה קבועה בת 2 שקלים עבור כל מילוי דלק.
מהי העלות של 20 ליטרים של דלק בלילה? של 30 ליטרים של דלק?
מהי העלות של b ליטרים של דלק בלילה?
מהי העלות כש- $b = 40$?

2. דוגמה לקישוריות עם גאומטרייה:
מהו היקפו של משולש שווה צלעות שאורך צלעו 5 ס"מ?
מהו היקפו של משולש שווה צלעות שאורך צלעו 7 ס"מ?
מהו היקפו של משולש שווה צלעות שאורך צלעו m ס"מ?

3. לפניכם שלושה איברים ראשונים (משמאל לימין) בסדרה של קבוצות סימנים:



1. כמה סימנים יש בכל אחד מהאיברים המוצגים?
2. הציעו המשך לסדרה: כתבו שלושה איברים עוקבים.
3. בהנחה ששש האיברים הראשונים של הסדרה הם 3, 5, 7, 9, 11, 13, מהו האיבר ה-9 בסדרה? דרך פתרון אפשרית היא להמשיך את הסדרה עד לקבלת 9 איברים.
4. מהו האיבר ה-58 בסדרה? מהו האיבר ה-1000 בסדרה?
מטרת השאלה היא לשכנע את התלמיד שיש צורך בדרך שיטתית למציאת איבר כלשהו בסדרה.
דרך מוצעת למציאת איבר כללי בסדרה היא:
(1) לראות שאפשרי להציג את שלושת האיברים הראשונים בסדרה כך: $2·1+1,\ 2·2+1,\ 2·3+1$
(2) לבדוק שהתבנית נשמרת, ולהסיק מכך שהאיבר ה-9 הוא $9+1·2$.
(3) להסיק את הערכים המספריים של האיברים ה-58 וה-1000.
(4) לנסח חוקיות זו באמצעות ביטוי אלגברי. האיבר במקום ה-n הוא: $n+1·2$.

4. מהם חמשת האיברים הראשונים של הסדרה שבמקום ה-n שלה נמצא המספר $n-1·3$?
מהם חמשת האיברים הראשונים של הסדרה שבמקום ה-n שלה נמצא המספר $\frac{2}{3}n$?

5. הציגו את החוקיות בסדרות הבאות באמצעות ביטויים אלגבריים:
3, 5, 7, ...
5, 8, 11, ...

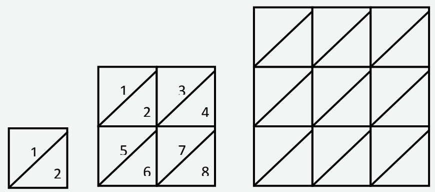
תחום אלגברי: 1. משתנים, ביטויים אלגבריים והכללה של תופעות מספריות (15 שעות)

משתנים וביטויים אלגבריים

6. הציגו את החוקיות בסדרות הבאות באמצעות ביטויים אלגבריים:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$, $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots$, $\frac{2}{3}, \frac{4}{4}, \frac{6}{5}, \frac{8}{6}, \ldots$.

7. הסדרה הבאה מיוצגת באיורים:



צורה 3 צורה 2 צורה 1

וממשיכה לפי אותה חוקיות.

השלימו את הטבלה הבאה:

הצורה	מספר המשולשים
1	2
2	8
3	
4	

כמה משולשים יהיו בצורה ה-7?

כמה משולשים יהיו בצורה ה-50? הסבירו כיצד ניתן לחשב את מספר המשולשים בצורה ה-50 ללא צורך בשרטוט הצורה.

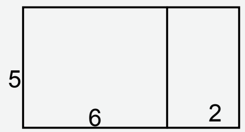
הערות:

1. יש לשים לב שאופן הכתיבה המקובל של כפל מספר במשתנה, למשל 2x, עלול ליצור קושי אצל תלמידים. בשלבים הראשונים של הלימוד מומלץ לרשום את סימן הכפל באופן מפורש, למשל כך: $2\cdot x$.
2. יש לעסוק במגוון מצבים וסוגים שונים של חוקיות, ולשלב בהם גם שברים ותכנים גאומטריים.
3. יש לשים לב שמספר סופי של איברים בסדרה אינו קובע את המשכה באופן יחיד.

תחום אלגברי: 1. משתנים, ביטויים אלגבריים והכללה של תופעות מספריות (15 שעות)	
הצבת מספרים בביטויים אלגבריים, וחישוב ערכם המספרי של הביטויים החשבוניים המתקבלים	**כשמציבים מספר במשתנה, הביטוי האלגברי הופך לביטוי חשבוני בעל ערך מספרי.** **דגשים:** 1. הצבת מספרים בביטויים אלגבריים תיעשה הן כתרגול לשמו והן בהקשר של שאלות מילוליות. 2. יש לתרגל הצבת מספרים טבעיים, שברים פשוטים ומספרים עשרוניים. **דוגמאות:** 1. הציבו בביטוי האלגברי $21-3\cdot a$ את הערכים 5, $5\frac{1}{5}$, 5.4, 5.7 במקומו של המשתנה a , וחשבו את ערכו המספרי של הביטוי בכל אחד מהמקרים. 2. 1. מחיר ק"ג עגבניות בחנות הוא a שקלים ומחיר ק"ג מלפפונים הוא b שקלים. כתבו ביטוי אלגברי המבטא את עלותם הכוללת של 3 ק"ג עגבניות ו-2 ק"ג מלפפונים בחנות זו. 2. מחיר ק"ג עגבניות בשוק נמוך ב- 2 שקלים ממחירו בחנות, ומחיר ק"ג מלפפונים הוא 3/4 ממחירו בחנות. כתבו ביטוי אלגברי המבטא את עלותם הכוללת של 3 ק"ג עגבניות ו-2 ק"ג מלפפונים בשוק. 3. הציבו את המספרים ...1,2,3, במקום המשתנה a בביטוי: 4a+2-3a+1.
שוויון בין ביטויים אלגבריים **כינוס איברים דומים**	**ביטויים אלגבריים שווים:** שני ביטויים אלגבריים נקראים 'שווים' אם לשניהם אותו ערך מספרי עבור כל הצבה אפשרית של מספרים. **דגשים:** 1. התלמידים ילמדו לזהות אם שני ביטויים אלגבריים שווים באמצעות חוקי החשבון הנלמדים בתחום המספרי (חוקי החילוף, חוקי הקיבוץ וחוק הפילוג). 2. חוקי החשבון מאפשרים להמיר ביטויים אלגבריים בביטויים אלגבריים ששווים להם אך פשוטים יותר. פישוט ביטויים אלגבריים יהיה בהמשך כלי לצורך פתרון משוואות. 3. בהקשר זה, יש לתרגל פעולות בשברים, ובפרט להציג את השקילות בין סימן החילוק ' : ' לבין קו השבר. 4. בשלב זה, מעברים בין ביטויים אלגבריים שווים יתורגלו רק בדוגמאות שבהם משתנה אחד בלבד. **דוגמאות:** 1. הביטוי p + p + p שווה לביטוי $3\cdot p$ משיקולים אינטואיטיביים ומהגדרת הכפל. 2. הביטוי 2 − 2a + 7 + a שווה לביטוי 2 − a + 2a + 7 משיקולים אינטואיטיביים ושווה לביטוי 3a + 5. לכינוס של כפולות שונות של אותו משתנה קוראים 'כינוס איברים דומים'. 3. הביטוי $\frac{2}{5}m$ שווה לביטוי $\frac{2m}{5}$. יש לבסס שוויון זה על אופן ביצוע הכפל של מספר בשבר. 4. השוויונות הבאים נובעים מההצגות השקולות של פעולת החילוק, ומחוק הפילוג: $\frac{3}{2}+\frac{a}{2}=\frac{a+3}{2}=(a+3):2$

תחום מספרי: 1. פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים (10 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
כללי פעולות החשבון	בבית הספר היסודי נלמדות פעולות החשבון וחוקיהן. הדגשים בפרק זה הם חזרה, ביסוס הבנת פעולות החשבון, הדגמת החוקים במצבים מוכרים ושימוש בהם לפתרון תרגילים. **דגשים:** 1. יש לבסס את הכרת סדר פעולות החשבון על תובנה מספרית. אין צורך בתרגילים ארוכים ואין צורך בריבוי סוגריים. 2. בביטוי שבו פעולות עוקבות של חיבור וחיסור, כל מחובר מייצג תוספת לביטוי הכולל (ללא תלות בשלב שבו הוא נוסף) וכל מחסר מייצג הפחתה מהביטוי הכולל (ללא תלות בשלב שבו הוא מופחת). לפיכך, כל שינוי בסדר המחוברים או המחסרים אינו משנה את ערך הביטוי הכולל. 3. מומלץ לשלב ביטויים אלגבריים עם התחום המספרי. 4. זה המקום לעסוק בביטויים אלגבריים שווים שבהם משנים את סדר המחוברים והמחוסרים. 5. יש לחזור על משמעות פעולת החילוק, ולהציג את קו השבר כשקול לפעולת חילוק. **דוגמאות:** 1. שינוי סדר המחוברים / מחוסרים מפשט את החישוב במקרים הבאים: $2.4 + 1.7 + 7.6 = 2.4 + 7.6 + 1.7 = 10 + 1.7 = 11.7$ $1.7 + 5.4 -3.4\ 5.4 = -\ 3.4 + 1.7 = 2 + 1.7 = 3.7$ $5.4 + 7.4 - 8 = 7.4 - 8 + 5.4$ 2. $2a + 3 + 3a + 4 = 2a + 3a + 3 + 4 = 5a + 7$ $5b + 4 - 2b - 3 = 5b - 2b + 4 - 3 = 3b + 1$ 3. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ **פעולת החיבור מוגדרת כפעולה בין שני מחוברים (פעולה בינארית).** **חוק החילוף קובע ששינוי סדר המחוברים אינו משנה את הסכום. ניסוחו האלגברי של חוק החילוף הוא שלכל שני מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a ו-b מתקיים:** $a + b = b + a$
חוקי החילוף והקיבוץ של פעולת החיבור	**חיבור של יותר משני מחוברים כרוך בסדרה של פעולות חיבור, שבכל אחת שני מחוברים. קיימת שרירותיות בסדר בחירת המחוברים.**

תחום מספרי: 1. פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים (10 שעות)	
חוקי החילוף והקיבוץ של פעולת החיבור	**חוק הקיבוץ קובע שהסכום אינו תלוי בסדר הסכימה. בניסוחו האלגברי, חוק הקיבוץ קובע שלכל שלושה מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a, b ו-c מתקיים:** $(a + b) + c = a + (b + c)$
חוקי החילוף והקיבוץ של פעולת הכפל	**כמו פעולת החיבור, גם פעולת הכפל מוגדרת כפעולה בין שני גורמים (פעולה בינארית). חוק החילוף קובע ששינוי סדר הגורמים אינו משנה את המכפלה. ניסוחו האלגברי של חוק החילוף הוא שלכל שני מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a ו-b מתקיים:** $a \cdot b = b \cdot a$ **כפל של יותר משני גורמים כרוך בסדרה של פעולות כפל שבכל אחת שני גורמים.** **חוק הקיבוץ קובע שהמכפלה אינה תלויה בסדר המכפלות. בניסוחו האלגברי, חוק הקיבוץ קובע שלכל שלושה מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a, b ו-c מתקיים:** $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ **שילובם של חוקי החילוף והקיבוץ מביא למסקנה שבביטוי שהוא מכפלה של כמה גורמים, כל שינוי בסדר הגורמים אינו משנה את המכפלה.** **דוגמאות:** 1. שינוי סדר הגורמים מפשט את החישוב במקרה הבא: $\frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 8 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 13 = 4 \cdot 13 = 52$ 2. $2x \cdot 3 = 2 \cdot x \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot x = 6x$ **הערה:** בניגוד לחיבור ולכפל, אם משנים את הסדר בין שני המספרים בחיסור ובחילוק - מתקבלת, בדרך כלל, תוצאה שונה.
אי-חילוק באפס	**חילוק באפס אינו מוגדר.** יש להצדיק זאת על סמך הגדרת פעולת החילוק. בתוך כך ניתן לעשות שימוש בכתיב אלגברי. למשל, ערכו המספרי של הביטוי החשבוני 6:2 הוא מספר a המקיים $a = 6 \cdot 2$. באותו אופן, ערכו המספרי של הביטוי החשבוני 6:0 צריך להיות מספר a המקיים $a = 6 \cdot 0$. מכיוון שלא קיים מספר a המקיים תכונה זו, הביטוי 6:0 אינו מוגדר. יש מקום להסביר מדוע גם הביטוי החשבוני 0:0 אינו מוגדר.
איברים נייטרליים	**המספר 0 מקיים את התכונה שלכל מספר a: $a + 0 = 0 + a = a$** **לתכונה זו קוראים נייטרליות ביחס לחיבור.** **המספר 1 מקיים את התכונה שלכל מספר a: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$** **לתכונה זו קוראים נייטרליות ביחס לכפל.**

<table>
<tr><th colspan="2">תחום מספרי: 1. פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים (10 שעות)</th></tr>
<tr><td>מספרים הופכיים</td><td>
מספרים הופכיים: לכל מספר <u>שונה מ-0</u> קיים מספר הופכי כך שמכפלתם של השניים שווה ל-1.
דוגמאות:
1. המספר ההופכי ל- 2 הוא ½.
2. המספר ההופכי ל- ½ הוא 2.
3. המספר ההופכי ל- $\frac{2}{3}$ הוא $\frac{3}{2}$.
4. גם למשתנה a קיים הופכי (כש- $a \neq 0$), והוא הביטוי האלגברי $\frac{1}{a}$.
הערה:
יש ללמד שחילוק במספר שקול לכפל במספר ההופכי לו, למשל: $2 : 3 = 2 \cdot \frac{1}{3}$.
</td></tr>
<tr><td>חוק הפילוג</td><td>
חוק הפילוג מקשר בין פעולת הכפל (והחילוק) לבין פעולת החיבור (והחיסור). בניסוחו המקובל, חוק הפילוג קובע שלכל שלושה מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a, b ו-c מתקיים: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
הערה:
מומלץ להדגים את חוק הפילוג על ידי דוגמאות.
דוגמה: את שטחו של המלבן הבא ניתן לחשב בשני אופנים:


דרך א: $5 \cdot 6 + 5 \cdot 2$ דרך ב: $5 \cdot (6 + 2)$
משיקולים דומים מתקבל חוק פילוג הכפל מעל לחיסור, הקובע שלכל שלושה מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a, b ו-c מתקיים:
$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
דוגמה: בפרדס יש 17 שורות של עצים. בכל שורה יש 18 עצים, מהם 2 עצי ברוש והשאר עצי לימון. כמה עצי לימון בפרדס?
דרך א: $17 \cdot 18 - 17 \cdot 2$ דרך ב: $17 \cdot (18 - 2)$
דגשים:
1. חוק הפילוג חל על כל מספר של מחוברים.
2. שיטת החישוב הנפוצה לכפל מספר חד ספרתי בדו ספרתי (שנלמד כבר בבית הספר היסודי) הוא דוגמה לשימוש בחוק הפילוג בתחום המספרי.
</td></tr>
</table>

תחום מספרי: 1. פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים (10 שעות)

חוק הפילוג

3. חוק פילוג הכפל מעל לחיסור מוכר לתלמידים מדוגמאות כגון: $998 \cdot 7 = (1000 - 2) \cdot 7 = 7000 - 14 = 6986$
4. יש ליישם את חוק הפילוג גם בביטויים אלגבריים.
5. חוק הפילוג מתקיים גם כשבסוגריים מופיעים יותר משני מחוברים / מחסרים. למשל: $5 \cdot (5 + 3 - 7) = 5 \cdot 5 + 3 \cdot 5 - 7 \cdot 5$
6. פעולת החילוק מקיימת חוק פילוג ביחס למחולק:

$$(b + c) : d = b : d + c : d$$

$$(b - c) : d = b : d - c : d$$

ניתן להסיק חוק זה ישירות מחוק הפילוג של הכפל, אם נציב במקום המשתנה a את הביטוי $d/1$, ונשתמש בעובדה שכפל ב-$d/1$ כמוהו כחילוק ב-d.

דוגמה לשילוב חוקי הפעולות שנלמדו עד כה עם ביטויים אלגבריים:

חברו בין הביטויים האלגבריים בטור א לבין הביטויים השווים להם בטור ב:

טור א	טור ב
$2a + 5$	$8a + 5$
$3a - a$	$\frac{1}{2} \cdot a$
$(a + 1)4$	$4a + 4$
$6a + 2a + 5$	$15a$
$3a \cdot 5$	$2a + 5$
$\frac{a}{2}$	$2a$

הכללים הבאים מוצגים באופן אלגברי, אבל הכוונה היא שילמדו את משמעותם של הכללים ואת דרך יישומם, ולא שיזכרו את הזהויות האלגבריות.

חיסור של סכום:
$a - (b + c) = a - b - c$

העיקרון: כשהמחסר גדל - ההפרש קטן באותו השיעור.

דוגמאות:

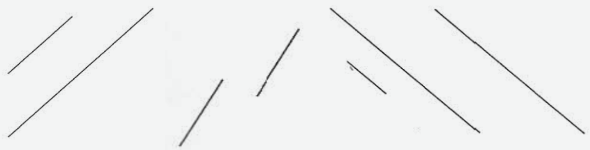
1. היקף משולש הוא 23.5 ס"מ. אורכה של אחת הצלעות הוא 7.8 ס"מ ואורכה של צלע אחרת הוא 11 ס"מ. מה אורכה של הצלע השלישית? ניתן לפתור זאת בשתי דרכים:

תחום מספרי: 1. פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים (10 שעות)	
	א. למצוא את סכום אורכי הצלעות הידועות (11 + 7.8) ולחסרו מ-23.5. ב. לחסר מ-23.5 תחילה את 7.8 ואחר כך את 11. 2. היו לי a שקלים. קניתי שני מוצרים, האחד ב-b שקלים והאחר ב-c שקלים. כמה כסף נשאר לי? ניתן לפתור זאת בשתי דרכים: א. למצוא כמה כסף הוצאתי בסך הכול (c + b) ולחסר אותו מ- a, כלומר: $a - (b + c)$. ב. לחסר מ- a תחילה את b ולאחר מכן את c, כלומר: $a - b - c$.
חיסור של הפרש: $a - (b - c) = a - b + c$	**העיקרון: כשהמחסר קטן - ההפרש גדל באותו השיעור.** **דוגמה:** היו לי a שקלים. כשקניתי מוצר מסוים שילמתי b שקלים וקיבלתי עודף c שקלים. כמה כסף יש לי עכשיו? ניתן לפתור זאת בשתי דרכים: א. בסך הכל הוצאתי $(b - c)$ שקלים לכן נשארו לי $a - (b - c)$ שקלים. ב. לאחר התשלום, ולפני קבלת העודף, היו בידי $a - b$ שקלים. לאחר קבלת העודף היו לי $a - b + c$ שקלים.
הכפלת המחלק: $a : (b \cdot c) = (a : b) : c$	**העיקרון: כשכופלים את המחלק - המנה מחולקת באותו השיעור.** **דוגמה מילולית:** בגן החיות 4 כלובים, ובכל כלוב 5 קופים. מחלקים לקופים 60 בננות. כמה בננות יקבל כל קוף? ניתן לפתור זאת בשתי דרכים: 1. מחלקים תחילה את הבננות בין הכלובים, לכל כלוב 60:4=15 בננות. בכל כלוב, כל אחד מחמשת הקופים לוקח 15:5=3 בננות. מכאן שכל קוף מקבל: (60:4):5=3 בננות. 2. מחלקים את הבננות ישירות לקופים. מספר הקופים הוא $5 \cdot 4 = 20$, ומכאן שכל קוף מקבל $60:(5\cdot4)=60:20=3$ בננות.
	דוגמה אלגברית: הביטוי האלגברי $a : (2 \times 5)$ קטן פי 5 מהביטוי האלגברי $a : 2$ **ולכן** $a : (2 \times 5) = (a : 2) : 5$ הערה: יש לחזור ולהציג את החילוק גם בעזרת קו שבר. במקרה זה: $a:(b\cdot c)=\frac{a}{b\cdot c}$ $\quad (a:b):c=\frac{\frac{a}{b}}{c}$

תחום מספרי: 1. פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים (10 שעות)	
חילוק המחלק: $a : (b : c) = (a : b) \cdot c$	**העיקרון: כשמחלקים את המחלק - המנה מוכפלת באותו השיעור.** **דוגמה מילולית:** a ספרים חולקו ל-12 תלמידים המכינים עבודה בשלשות. כמה ספרים תקבל כל שלשת תלמידים? ניתן לפתור זאת בשתי דרכים: 1. מספר השלשות הוא 12:3, ולכן כל שלשה תקבל $a:(12:3)$ ספרים. 2. כל תלמיד יקבל $a:12$ ספרים, ולכן כל שלשה של תלמידים תקבל $(a:12)\cdot 3$ ספרים. **דוגמה אלגברית:** הביטוי האלגברי $a:(12:3)$ גדול פי 3 מהביטוי האלגברי $(a:12)$. לכן, $a:(12:3) = (a:12)\cdot 3$ הערות: 1. יש לעסוק בתרגילים שבהם ניכרת התועלת של יישום כללים אלה. 2. שימוש נוסף בכללים אלה ייעשה מאוחר יותר, בלימוד פתרון משוואות.
חזקות עם מעריך טבעי	**אם a הוא מספר כלשהו, ו-n הוא מספר טבעי, אז $a^n = a\cdot a\cdot \ldots\cdot a$ כשהגורם החוזר a מופיע n פעמים.** **דגשים:** 1. יש ללמוד את המושג 'חזקה' ככתיב מקוצר של כפל חוזר. למשל: את המכפלה $4\cdot 4\cdot 4$ מסמנים: 4^3. 2. יש ללמוד שפעולת החזקה קודמת לכפל ולחילוק, וגם לחיבור וחיסור: $2\cdot 5^2=2\cdot 25=50$ ולעומת זאת $(2\cdot 5)^2=10^2=100$ וכן $2+5^2=2+25=27$ ולעומת זאת $(2+5)^2=7^2=49$ 3. יש להקנות לתלמידים תחושה מספרית למהירות הגידול או ההקטנה של כפל חוזר של מספר בעצמו. למשל: $2^2 = 4$, $2^5 = 32$, $2^{10} = 1024$, $2^{20} = 1048576$ וגם $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$ 4. מומלץ להדגים את הגידול החזקתי במצבים אמיתיים (למשל: התפשטות מגפות). 5. ניתן ליישם את הכתיב החזקתי בכתיבת ביטויים עבור שטח ריבוע ונפח קובייה. 6. בפרק זה יש לעשות שימוש בסיסי בלבד בחזקות. החוקים האלגבריים של חזקות יילמדו בכיתה ט.

תחום מספרי: 1. פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים (10 שעות)	
חזקות עם מעריך טבעי	**דוגמאות:** 1. דוגמה לתהליך גידול חזקתי מופיעה באגדת 'המלך והאורז'. 2. $2^3=$___ 3. $2^2 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$ 4. $a^3 \cdot a^2 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$ 5. $2b \cdot b^2 = 2 \cdot b \cdot b \cdot b = 2b^3$ בתרגילים ממין זה אין לעשות שימוש בחוקי חזקות פורמליים, אלא להתבסס ישירות על חוקי פעולות החשבון. 6. הצגת מספרים טבעיים כמכפלה של חזקות של מספרים ראשוניים, $32 \cdot 23 = 72$
שורש ריבועי	**שורש ריבועי: שורש ריבועי של מספר הוא מספר שאם מעלים אותו בריבוע מקבלים את אותו המספר.** **שורש ריבועי של המספר a הוא b אם $b^2 = a$** **דוגמה: ל-16 יש שני שורשים ריבועיים: 4 ו- 4-.** **הסימן $\sqrt{\ }$ מציין את השורש הריבועי החיובי של מספר.** **השורשים הריבועיים של 16 הם 4 ו- 4-, אבל $\sqrt{16} = 4$** **דגשים:** 1. בשלב זה יתורגלו רק חישובי שורשים ריבועיים שהם מספרים טבעיים, למשל $\sqrt{25} = 5$. 2. תלמידים מתקדמים יתרגלו גם שורשים של שברים פשוטים, למשל, $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ או $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$. 3. נדרשת הכרת השורשים הריבועיים של מספרים שלמים ריבועיים עד 144, וכמו כן, של חזקות זוגיות של 10 כגון 10,000 ו-1,000,000 4. ניתן לחשב את אורך צלעה של קובייה שנפחה נתון. במקרה זה מדובר בשורש שלישי.

תחום גאומטרי: 1. מלבן, תיבה, ניצבות והקבלה (15 שעות)	
הנחיות כלליות לימוד הגאומטרייה בכיתות ז-ח מגשר בין לימוד הגאומטרייה בבית הספר היסודי לבין לימוד גאומטרייה דדוקטיבית החל בכיתה ט (ניתן לכנות את הגאומטרייה שנלמדת בכיתות ז-ח כ'קדם-דדוקטיבית'). מטרות הלימוד הן: 1. חשיפת התלמידים **למגוון מושגים ועובדות** שיילמדו מאוחר יותר במסגרת דדוקטיבית; בהקשר זה, חשוב שתישמר עקביות בין השלב הקדם-דדוקטיבי לבין השלב הדדוקטיבי. 2. לימוד תכנים גאומטריים באמצעות **התנסות מוחשית**, למשל, באמצעות בניות, שרטוטים וקיפולי נייר; בניות באמצעות סרגל (ללא שנתות) ומחוגה יילמדו החל בכיתה ט. 3. לימוד תכנים שימושיים, ובפרט **מדידות וחישובים** של אורך, שטח, נפח וזוויות; חשוב לקשר בין תכנים אלה לבין התחום האלגברי. 4. חשיפה ראשונית **לביסוס טיעונים** על נימוקים לוגיים; חשוב לציין כי אין הכוונה ללימוד ניסוח וכתיבת הוכחות פורמאליות, שכן יכולות אלה יפותחו בכיתה ט. שימוש בהנמקות ייעשה במידתיות, ובהתאם ליכולת התלמידים. 5. בחטיבת הביניים לומדים התלמידים לראשונה לסמן עצמים גאומטריים (למשל: קודקודים, קטעים, צלעות וזוויות) באמצעות **סימנים מקובלים**.	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
מלבן	**מלבן** הוא מרובע שלו ארבע זוויות ישרות. **דגשים:** 1. הבחירה לפתוח את לימוד הגאומטרייה בצורה מלבן נובעת מהיותו צורה מוכרת מבית הספר היסודי, ומהיותו בסיס טבעי ונוח לחישובי שטחים. 2. הגדרת המלבן מתבססת על המושג **זווית ישרה**, שאותו ניתן להבין באופן אינטואיטיבי (ראו להלן). 3. יש להכיר את המושגים **צלעות סמוכות, צלעות נגדיות, קודקודים סמוכים ואלכסון** (קטע המחבר בין שני קודקודים שאינם סמוכים).
ניצבות	**ישר (או קטע) ניצב לישר (או קטע) אחר אם הם נחתכים בזווית ישרה.** **דגשים:** 1. יש ללמוד לבנות זווית ישרה, למשל באמצעות קיפול נייר. 2. יש ללמוד לבנות ניצב לקטע מנקודה שעל הקטע ומנקודה שאינה על הקטע באמצעים כגון משולש שרטוט, או קיפולי נייר. 3. מרחק של נקודה מישר הוא אורכו של הניצב לישר מאותה נקודה. יש ללמוד למדוד מרחק של נקודה מישר על ידי בניית ניצב מתאים. 4. יש להתנסות במדידת אורכי קטעים המחברים נקודות על ישר לנקודה נתונה מחוץ לישר כדי להשתכנע שהניצב לישר הוא הקצר מביניהם.

תחום גאומטרי: 1. מלבן, תיבה, ניצבות והקבלה (15 שעות)	
ישרים מקבילים	**המושג 'הקבלה', לפיו שני ישרים הנמצאים באותו מישור נקראים מקבילים אם הם אינם נחתכים, מוכר לתלמידים מבית הספר היסודי.** **דגשים:** 1. שני **קטעים** נקראים מקבילים אם הם נמצאים על ישרים מקבילים. 2. ההגדרה המסורתית של הקבלה איננה נותנת כלים יישומיים לבדיקה האם שני קטעים נתונים מקבילים. הדרך הנוחה לבדוק אם שני קטעים הם מקבילים היא על ידי העלאת ניצב מאחד מהם. שני הקטעים מקבילים אם ניצב זה מאונך גם לקטע השני. 3. יחד עם זאת, כדאי לפתח זיהוי ויזואלי של אי-הקבלה, גם כשחיתוך הקטעים אינו נראה לעין, למשל:  כמו כן, יש לזהות הקבלה גם כשאורך הקטעים שונה, וגם במצבים הדדיים בין שלושה קווים מקבילים (או יותר) כאשר המרחק בין שני קווים אינו בהכרח שווה למרחק בין שניים אחרים (ראו איור)  4. יש ללמוד לשרטט קטע העובר דרך נקודה נתונה ומקביל לקטע נתון, באמצעות שתי זוויות ישרות. 5. בשני ישרים מקבילים, כל הנקודות על אחד הישרים נמצאות באותו המרחק מהישר האחר. ניתן, למשל, להיעזר בעקרון זה כדי להסביר מדוע פסי רכבת מקבילים למרות האשליה האופטית שהם נפגשים.
צורות חופפות	**שתי צורות נקראות 'חופפות' אם אפשר להניח אחת מהן על האחרת כך שתכסה אותה בדיוק (לשם כך ניתן להזיז, לסובב ולהפוך את הצורות).**
תכונות המלבן	**תכונות המלבן יילמדו באמצעות המחשה ותוך מתן נימוקים פשוטים.** **דגשים:** 1. צלעות סמוכות ניצבות זו לזו (נובע מההגדרה). 2. צלעות נגדיות מקבילות זו לזו (כי יש להן ניצב משותף). 3. צלעות נגדיות שוות באורכן (ניתן להראות זאת באמצעות קיפול מלבנים). 4. שני האלכסונים שווים באורכם וחוצים זה את זה (ניתן להראות זאת באמצעות קיפול מלבן שקוף). 5. מרובע שבו 3 זוויות ישרות הוא מלבן (אפשר להראות זאת באמצעות שרטוט). 6. מרובע שבו 3 זוויות ישרות ושתי צלעות סמוכות נתונות מגדיר מלבן מסוים (יש ללמוד לשרטט מלבן בהינתן שתי צלעות סמוכות).

תחום גאומטרי: 1. מלבן, תיבה, ניצבות והקבלה (15 שעות)	
ריבוע	**ריבוע הוא מלבן שכל צלעותיו שוות זו לזו.** **דגשים:** 1. חשוב להסביר את יחסי ההכלה: כל ריבוע הוא מלבן אבל לא כל מלבן הוא ריבוע. 2. יש לנמק את הטענה לפיה מלבן שלו שתי צלעות סמוכות שוות הוא ריבוע.
היקף ושטח מלבן **היקף מלבן**	 **היקף של מצולע הוא סכום אורכי הצלעות שלו.** **דגשים:** 1. היקף של מלבן שווה לפעמיים סכום האורכים של צלעות סמוכות. 2. יש לעסוק בהיקף של מלבן באמצעים מספריים ואלגבריים. 3. יש ללמוד לעבור בין יחידות אורך שונות: מ"מ, ס"מ, מ' וק"מ. **דוגמאות:** 1. היקפו של מלבן הוא 36 ס"מ. צלע אחת במלבן ארוכה מהאחרת ב-4 ס"מ. מהן מידות המלבן? 2. מגרש הספורט בבית הספר הוא בצורת מלבן שמידותיו הן: 16.25 מ' X 15 מ'. המורה לחינוך גופני הטיל על התלמידים לרוץ חצי קילומטר. כמה פעמים עליהם להקיף את המגרש?
שטח מלבן	**שטח הוא מידה המתייחסת לגודלם של משטחים.** **דגשים:** 1. המושג 'שטח' מוכר לתלמידים מבית הספר היסודי, אולם עקרונותיו עדיין אינם מובנים לרבים מהם. 2. צורות חופפות שוות בשטחן, אבל צורות ששטחן שווה אינן בהכרח חופפות. 3. אם מרצפים צורה בעזרת צורות שאינן נחתכות, שטחה הוא סכום השטחים של הצורות המרצפות. 4. יחידת מידה של שטח היא צורה תקנית שבאמצעותה מרצפים צורות. יחידות המידה שבהן מקובל להשתמש הן ריבועים. שטחו של ריבוע שאורך צלעו 1 ס"מ נקרא **סנטימטר רבוע** (סמ"ר). 5. שטח מלבן יתקבל תחילה באמצעות ריצוף בריבועי יחידה, במקרים שבהם אורכי הצלעות הן כפולות שלמות של ס"מ. על סמך מדידה מוחשית זו תילמד **נוסחת שטח המלבן**. 6. בשלב שני, שטח המלבן יתקבל על ידי ריצוף במקרים שבהם אורכי הצלעות הן כפולות רציונאליות של ס"מ. יש לנמק את הרחבת נוסחת שטח המלבן גם למקרים אלה. 7. יש להרחיב את הטיפול גם למקרים שבהם ריבוע היחידה הוא **מטר רבוע** (מ"ר) **וקילומטר רבוע** (קמ"ר). כמו כן, יש להכיר את יחידת השטח דונם (1000 מ"ר).

תחום גאומטרי: 1. מלבן, תיבה, ניצבות והקבלה (15 שעות)

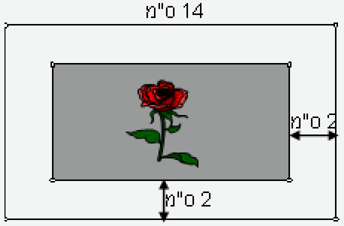
שטח מלבן

8. יש לדון בהשתנות שטח המלבן כתוצאה משינוי באורכי הצלעות, למשל, במקרים שבהם אורכו של זוג אחד של צלעות נגדיות מוכפל פי 2, או במקרים שבהם אורכי כל הצלעות מוכפלים פי 2.
9. יש ללמוד לעבור בין היחידות סמ"ר ומ"ר, ולנמק את המעברים באמצעות ריצוף.
10. יש להתנסות בבעיות שבהן מושגי ההיקף והשטח משולבים (ראה דוגמה 10 להלן).
11. יש לעסוק גם בשטחים שמורכבים ממלבנים.
12. יש לעסוק בשטח של מלבן באמצעים מספריים ואלגבריים.

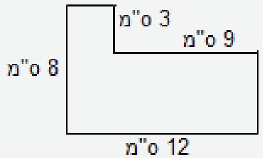
דוגמאות:

1. ציירו מלבן שצלע אחת שלו באורך של 2 ס"מ וצלע אחרת שלו באורך של 3 ס"מ. מהו היקף המלבן ומהו שטחו?
2. מדדו באמצעות סרגל את אורך הצלעות של מלבן משורטט, ומצאו את היקף המלבן ושטחו.
3. על סריג של נקודות משורטטים מספר מלבנים. קבעו אילו מלבנים בעלי שטח זהה, ואילו מלבנים בעלי היקף זהה.
4. מהו שטחו של מלבן שאורכי צלעותיו הם $\frac{1}{3}$ מ' ו- $\frac{1}{7}$ מ'? (הסבר: בריבוע ששטחו מ"ר ניתן לרצף 3x7 מלבנים כאלה, ומכאן ששטחו של מלבן אחד הוא $\frac{1}{21}$ מ"ר).
5. ממדי התמונה, כולל השוליים, הם 14 ס"מ X 10 ס"מ. התמונה והמסגרת מלבניים. רוחב השוליים מסביב לתמונה הוא 2 ס"מ. חשבו את השטח של התמונה.

(5)



6. לפניכם צורה שמורכבת ממלבן וריבוע מחוברים. חשבו את השטח וההיקף של הצורה הבאה:



7. היקפו של מלבן הוא 36 ס"מ. צלע אחת שלו ארוכה ב-3 ס"מ מהצלע האחרת. מה שטח המלבן?
8. צלע אחת של מלבן ארוכה פי 3 מהצלע השנייה.
   א. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את היקף המלבן.
   ב. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את שטח המלבן.
9. צלע אחת של מלבן ארוכה ב- 3 ס"מ מהצלע השנייה.
   א. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את היקף המלבן.
   ב. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את שטח המלבן.
10. הגדילו צלע של ריבוע ב- 5 ס"מ והקטינו את הצלע האחרת ב- 5 ס"מ. כתוצאה מכך התקבל מלבן ששטחו 200 סמ"ר. מה היה השטח של הריבוע?

תחום גאומטרי: 1. מלבן, תיבה, ניצבות והקבלה (15 שעות)	
שטח מלבן	11. נתון מלבן שאורך צלעותיו 20 ס"מ ו- 40 ס"מ. הגדילו צלע אחת של המלבן ב- 10% והקטינו את הצלע האחרת ב- 10%. מבלי לפתור, שערו: האם שטח המלבן החדש גדול, קטן, או שווה לשטח המלבן המקורי? בדקו את השערתכם על ידי חישוב. 12. תנו דוגמה לשני מלבנים בעלי שטח שווה והיקף שונה. תנו דוגמה לשני מלבנים בעלי היקף שווה ושטח שונה. (בכיתות מתקדמות אפשר לתת את אותה השאלה בניסוח אלגברי.)
תיבה **שטח פנים של תיבה**	**תיבה היא גוף המוגבל בשש פאות מלבניות. קובייה היא תיבה שכל פאותיה הן ריבועים.** **דגשים:** 1. התלמידים מכירים את התיבה מבית הספר היסודי. 2. יש להזכיר את המושגים: **קודקוד, פאה, מקצוע ושטח פנים**. **שטח הפנים של תיבה הוא סכום שטחי הפאות שלה.** **דגשים:** 1. יש ללמוד לחשב את שטח הפנים של תיבה שממדיה נתונים באמצעים מספריים ואלגבריים. 2. יש לדון בהשתנות שטח פני התיבה כתוצאה משינויים חיבוריים וכפליים באורכי המקצועות, למשל במקרים שבהם אורכי כל המקצועות מוכפלים פי 2.
נפח של תיבה	**נפח של גוף הוא מידה המתייחסת למקום שהוא תופס במרחב.** **דגשים:** 1. יחידת מידה של נפח היא צורה תקנית שבאמצעותה ממלאים צורות תלת-ממדיות. יחידות המידה שבהן מקובל להשתמש הן קוביות. למשל, נפחה של קובייה שאורך צלעה 1 ס"מ נקרא סנטימטר מעוקב (סמ"ק). 2. נפח תיבה יתקבל תחילה משיקולי ריצוף בקוביות יחידה, במקרים שבהם אורכי המקצועות הן כפולות שלמות של ס"מ. על סמך שיקולים אלה תילמד נוסחת נפח התיבה. 3. בשלב שני, נפח התיבה יתקבל משיקולי ריצוף במקרים שבהם אורכי המקצועות הם כפולות רציונאליות של ס"מ. יש לנמק את הרחבת נוסחת נפח התיבה גם למקרים אלה. 4. יש להרחיב את הטיפול גם למקרים שבהם קוביית היחידה היא מטר מעוקב (מ"ק). כמו כן, יש להכיר את יחידת הנפח ליטר (1000 סמ"ק). 5. יש לדון בהשתנות נפח התיבה כתוצאה משינוי באורך המקצועות, למשל, במקרים שבהם אורכי כל המקצועות מוכפלים פי 2. 6. יש ללמוד לעבור בין היחידות סמ"ק, ליטר ומ"ק, ולנמק את המעברים משיקולי ריצוף. 7. יש לתת דוגמאות שבהן נפח אינו מודד רק כמות נוזלים (למשל, מדידת קיבולת של מקרר). כמו כן, רצוי להתנסות בדוגמאות מחיי היומיום (למשל, צריכה ביתית של מים וגירעון של משק המים) לפתח יכולת אומדן, ולהבין את סדרי הגודל ואת יחסי הגומלין בין מידות (למשל, קרטון של ליטר חלב מכיל 1000 קוביות של 1X1X1 ס"מ).

תחום גאומטרי: 1. מלבן, תיבה, ניצבות והקבלה (15 שעות)

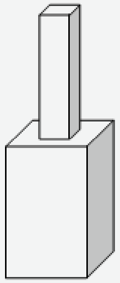
פריסה של תיבה

דגשים:

1. יש לדעת לשרטט פריסה של תיבה עבור תיבה נתונה.
2. יש לדעת כיצד נראית תיבה שפריסתה נתונה, ובכלל זה לזהות פאות נגדיות, לזהות פאות סמוכות, לזהות מקצועות מתלכדים ולזהות קודקודים מתלכדים.

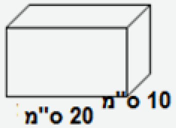
דוגמאות:

1. הגוף הבא מורכב משתי תיבות שבסיסן ריבוע, המונחות זו על גבי זו. הגובה של כל אחת משתי התיבות הוא 10 ס"מ. אורך מקצוע הבסיס של התיבה התחתונה הוא 6 ס"מ. אורך מקצוע הבסיס של התיבה העליונה הוא שליש מאורכו של מקצוע הבסיס של התיבה התחתונה.

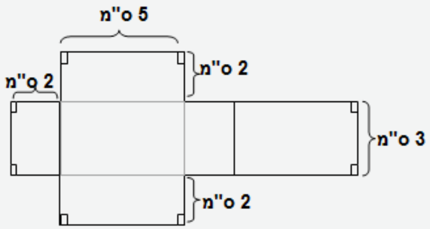


א. מצאו את הנפחים של שתי התיבות.
ב. פי כמה גדול נפח התיבה התחתונה מנפח התיבה העליונה?
ג. מצאו את נפח הגוף.
ד. מצאו את שטח הפנים של הגוף.

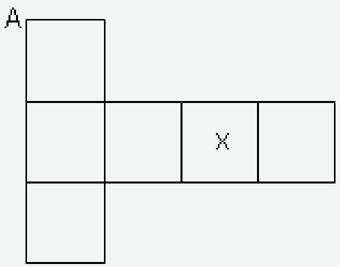
2. אריזת קרטון מכילה ליטר אחד של חלב (1000 סמ"ק).
ברצוננו למזוג חלב משלוש אריזות קרטון לתוך מיכל שצורתו תיבה, כך שכמות החלב תמלא את התיבה עד שפתה. חלק ממידות התיבה רשומות על גבי השרטוט. מה גובה התיבה?



3. אם נקפל את הצורה הבאה נקבל תיבה.
א. מהו נפח התיבה? ב. מהו שטח הפנים של התיבה?



4. בפריסה של הקובייה הבאה:
א. סמנו באות Y את הפאה הנגדית לפאה שמסומנת באות X.
ב. סמנו באות Z את הפאות הסמוכות לפאה שמסומנת באות X.
כמה פאות כאלה יש?
ג. סמנו את הנקודות שמתלכדות עם הקודקוד A לאחר קיפול הקובייה.



סבב 2

תחום אלגברי	תחום מספרי	תחום גאומטרי	
פתרון משוואות ושאלות מילוליות (15 שעות)	**מספרים שליליים, חיוביים ואפס** (20 שעות)	**שטחים** (12 שעות)	**זוויות** (15 שעות)

תחום אלגברי: 2. פתרון משוואות ושאלות מילוליות (15 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
משוואות ופתרונן	המטרה העיקרית היא להכיר לתלמידים את המושג **'משוואה'** ואת המשמעות של **פתרון משוואה**. **נעלם הוא סימן שמייצג ערך (או קבוצת ערכים) לא ידוע שמופיע בהקשר של משוואה או שאלה מילולית.** **משוואה בנויה משני ביטויים אלגבריים, שלפחות באחד מהם יש נעלם, ובין הביטויים יש סימן שוויון.** **פתרון של משוואה הוא המספר (או קבוצת המספרים) שהצבתו במקום הנעלם מביאה לשוויון מספרי בין שני אגפי המשוואה.** **דגשים:** 1. המשוואות בסבב זה תהיינה כאלה שבהן הנעלם מופיע רק באגף אחד. 2. משוואות הן הזדמנות לחזור על פעולות החשבון (תכונות וסדר). 3. המשוואות מבוססות על שאלות מילוליות (ראו פרוט בעמוד הבא), תוך הלימה בין מורכבות המשוואות למורכבות השאלות המילוליות. 4. בשלב ראשון, הפתרונות של המשוואות יהיו רק מספרים חיוביים ואפס. 5. יש ללמוד לזהות פתרונות נכונים מתוך פתרונות נתונים של משוואה. **דוגמאות:** 1. חשבתי על מספר, כפלתי אותו ב 2, חיסרתי 3, הוספתי שוב את המספר וקיבלתי 21. מהו המספר? א. סימון 'המספר שחשבתי עליו' ב- x. ב. כתיבת הפעולות שהתבצעו על x: $2x - 3 + x$ ג. רישום **המשוואה**: $3x - 3 = 21$ ד. מציאת פתרון המשוואה. 2. איזה מהמספרים הבאים: 1, 2, 3 הוא פתרון של המשוואה: $x^2 = x + 2$? 3. איזה מהמספרים הבאים: 2, 4, 6 הוא פתרון של המשוואה: $\frac{2x+3}{5} = 3$? 4. נתונה המשוואה $x^3 + x = ?$ מה צריך לכתוב במקום סימן השאלה כדי שפתרון המשוואה יהיה 1?

תחום אלגברי: 2. פתרון משוואות ושאלות מילוליות (15 שעות)

פתרון משוואות ממעלה ראשונה בנעלם אחד

בפרק זה ייפתרו משוואות שלאחר כינוס איברים דומים הן יהיו מהצורה: $ax + b = c$

דגשים:

1. המשוואות ניתנות לפתרון משיקולים מספריים, אך הכוונה היא לנצל נושא זה להיכרות ראשונה עם שיטות אלגבריות לפתרון משוואות. יש לאפשר דרכי פתרון מגוונות (שיקולים מספריים וטכניקה אלגברית).
2. יש לשלב בפתרון משוואות פעולות בביטויים אלגבריים על סמך חוקי הפעולות, ולהסביר שביצוע פעולה על שני אגפי המשוואה שומר על האיזון ביניהם.
3. יש לבדוק אם מספר המוצע כפתרון הוא אכן פתרון על ידי הצבתו במשוואה.
4. יש לשלב בפתרון משוואות גם שברים.

דוגמאות:

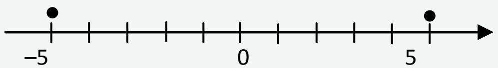
פתרו את המשוואות הבאות:

1. $3x - 5 = 11$
2. $\frac{x+1}{3} = 7$
3. $x + \frac{1}{3}x = 5$
4. $x + 6 + 2x - 4 = 8$
5. $2(x + 5) = 18$
6. $3x - (x + 5) = 15$

הערות:

1. בפתרון משוואות מהצורה $ax = c$ יש להציג את האפשרות של חילוק במקדם של x, ובנוסף גם את האפשרות של כפל במספר ההופכי לו.
2. עם הצגת המספרים השליליים, יש להוסיף גם משוואות שפתרונן שלילי, או שהדרך לקבלת הפתרון מחייבת פעולות במספרים שליליים.
3. עיסוק רחב יותר בפתרון משוואות יתקיים בסבב השלישי ובכיתה ח.

תחום אלגברי: 2. פתרון משוואות ושאלות מילוליות (15 שעות)	
שאלות מילוליות שניתנות לפתרון באמצעות משוואות ממעלה ראשונה בנעלם אחד	בפרק זה יילמד פתרון שאלות מילוליות, ולשם כך יש: • **לייצג את הנתון הלא-ידוע בנעלם**, ולייצג נתונים נוספים בביטויים אלגבריים. • **לקבל משוואה** שבאמצעותה ניתן לפתור את השאלה. **דגשים:** 1. יש לשלב את פתרון המשוואות עם שאלות מילוליות העוסקות במגוון תכנים ומבנים מתמטיים. 2. כשמתקבל פתרון של משוואה הנובעת משאלה מילולית, יש לבדוק האם הפתרון מתאים לשאלה עצמה ולא להסתפק בהצבתו במשוואה. 3. ניתן לקבל פתרון לשאלות גם באמצעות שיקולים מספריים, אבל במקרה זה יש להראות לתלמידים גם דרך פתרון אלגברית. **דוגמאות:** 1. בכיתה 26 תלמידים. מספר הבנות קטן ב-4 ממספר הבנים. כמה בנות בכיתה? כמה בנים? 2. נתונות שתי משקולות. האחת כבדה פי 2 מהאחרת. משקלן הכולל הוא $13\frac{1}{2}$ ק"ג. מה משקל המשקולת הקלה? 3. במשולש ישר זווית, זווית חדה אחת קטנה ב- $20°$ מהזווית החדה האחרת. מצאו את גודל הזוויות. (שאלה זו מתאימה אם הרקע הגאומטרי הדרוש כבר נלמד). 4. 25% מתלמידי כיתה ז משתתפים בחוג מחשבים, $\frac{1}{3}$ מהתלמידים משתתפים בחוג אמנות ו-15 התלמידים הנותרים משתתפים בחוגי ספורט. כמה תלמידים בכיתה?

תחום מספרי: 2. מספרים שליליים, חיוביים ואפס (20 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
הצגת מספרים שליליים על ציר המספרים, סדר על ציר המספרים, מספרים נגדיים.	**היכרות עם מספרים שליליים: שלמים, שברים פשוטים ומספרים עשרוניים.** **מספרים שליליים הם קבוצת מספרים המרחיבה את עולם המספרים המוכר מבית הספר היסודי (המספרים החיוביים ואפס). לכל מספר חיובי מתאים מספר שלילי יחיד, כך שסכומם של השניים אפס. שני מספרים אלה נקראים נגדיים זה לזה.** **מספר נגדי מסומן ב (-). המספר הנגדי ל-5 מסומן ב: (5-) והמספר הנגדי ל- (5-) מסומן ב: -(5-) והוא שווה ל-5.** **המספרים השליליים ממוקמים משמאל לאפס על ציר המספרים, כך שכל שני מספרים נגדיים נמצאים באותו מרחק מהאפס.**  **מיקום המספרים על הציר משקף את יחס הסדר ביניהם. כל מספר שלילי קטן מכל מספר חיובי. כמו כן, 8- > 5-, לדוגמה.**

תחום מספרי: 2. מספרים שליליים, חיוביים ואפס (20 שעות)	
הצגת מספרים שליליים על ציר המספרים, סדר על ציר המספרים, מספרים נגדיים.	**דגשים:** 1. המושג 'ישר המספרים', שהיה נהוג בבית הספר היסודי, יוחלף במושג '**ציר המספרים**' בגלל המעבר שייעשה מאוחר יותר למערכת צירים. 2. מקובל לכנות את המספרים הטבעיים (חיוביים שלמים), האפס והשליליים השלמים בשם אחיד: **מספרים שלמים**. כמו כן, מקובל לכנות את המספרים החיוביים והשליליים בשם אחיד: **מספרים מכוונים**. מספר מכוון הוא מספר שלו גודל וכיוון. 3. יש לצאת מדוגמאות מוכרות: מעלית, טמפרטורה מעל ומתחת ל-0 וגובה מעל ומתחת לפני הים. 4. מטעמים דידקטיים, כדאי להקיף את המספרים השליליים בסוגריים. בשלבים מאוחרים יותר של הלימוד משמיטים את הסוגריים. 5. 0 נגדי לעצמו, והוא היחיד בעל תכונה זו. 6. הסימן - (מינוס) מייצג שתי פעולות שונות: 1. פעולת החיסור בין שני איברים 2. פעולת הנגדי.

ארבע פעולות חשבון במספרים מכוונים	**הרחבת עולם המספרים שומרת על תכונות ארבע פעולות החשבון.**
	דגשים:
	1. לימוד פעולות ה**חיבור** וה**חיסור** במספרים מכוונים יוכל להיעזר במודלים כגון: תנועות על ציר המספרים או רווח והפסד.
	2. לימוד פעולת ה**כפל** יכול להיעזר במודלים של תנועה על ציר המספרים בכפל של מספר חיובי במספר שלילי, שימוש ב**חוק החילוף** בכפל של מספר שלילי במספר חיובי ושימוש ב**חוק הפילוג** בכפל של מספר שלילי במספר שלילי.
	3. כללי ה**חילוק** נגזרים מהכללים המקבילים בכפל.
	4. יש ליישם את המוסכמות בדבר סדר פעולות החשבון עבור מספרים מכוונים בתרגילים שבהם יותר מפעולה אחת.
	
	דוגמאות:
	1. פתרו את התרגילים וסמנו את התוצאות על ציר המספרים:
	$5 - (-2) =$ $5 - 2 =$ $5 + (-2) =$ $5 + 2 =$
	$(4-) \cdot 3 =$ $(-6) : (-3) =$ $(-\frac{1}{2}) \cdot \frac{1}{4} =$
	2. פתרו: $2(-3 + 5) - 4(4 - 9) =$
	3. מצאו את הממוצע של המספרים: 12.7-, 5.5 , 4- , 3.1-, 2.4.
	4. נתונה רשימת המספרים: $\frac{1}{2}$, -2 , $-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$, -5
	  1. לכל מספר ברשימה, חברו שני תרגילי חיבור שונים שהמספר הנתון הוא תוצאתם. הקפידו שאחד המחוברים יהיה שלילי.
	  2. לכל מספר ברשימה, חברו שני תרגילי כפל (חילוק) שונים שהמספר הנתון הוא תוצאתם.
	  3. לאילו מספרים מהרשימה ניתן להתאים תרגיל חיבור שבו שני המחוברים הם מספרים שליליים? הסבירו.
	  4. לאילו מספרים מהרשימה ניתן להתאים תרגיל כפל שבו שני הגורמים הם מספרים שליליים? הסבירו.

תחום מספרי: 2. מספרים שליליים, חיוביים ואפס (20 שעות)	
ארבע פעולות חשבון במספרים מכוונים	5. ניתן לדון בסדרות כדוגמת: $-3, -1, 1, 3, 5$ ניתן גם לדון בסדרות מהצורה: an, כש- a שלילי. 6. מצאו את האיברים הראשונים של הסדרות שאיבריהן הכלליים הם: $(-1)^n + 3n$ ו- $(-1)^n + \frac{1}{2}n$.
שילוב התחום האלגברי בלימוד מספרים מכוונים	**דגשים:** 1. יש לפתור משוואות שפתרונן מספר שלילי, או שבמהלך פתרונן יש צורך בפעולות במספרים מכוונים. 2. יש לעסוק במושג 'הנגדי': $-a$ הוא הנגדי ל a בין אם a חיובי ובין אם הוא שלילי, וכמו כן: a נגדי ל $-a$. יש להדגיש כי $-a$ יכול לציין מספר חיובי. **דוגמאות:** 1. פתרו את המשוואה: $-2x = -8$ 2. נמקו את הכלל $-(-a) = a$ 3. נמקו את הכללים: $-(a + b) = (-a) + (-b)$, $-(a - b) = -a + b$ $a - b = -1(b - a)$
חזקות עם מעריך טבעי ובסיס החזקה שהוא מספר מכוון	**דגשים:** 1. לפי המוסכמות של סדר פעולות החשבון, פעולת החזקה קודמת לפעולות אחרות. 2. יש להבחין בין הביטויים $(-3)^2$ לבין -3^2: $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$, $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$ $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$, $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$, **דוגמה:** חשבו את הביטויים הבאים: א. $10 - 32$ ב. $3 - (-3)^3$ ג. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 9$ ד. $133 + 125 : (-5) - (16 - 23)$

תחום מספרי: 2. מספרים שליליים, חיוביים ואפס (20 שעות)	
מערכת צירים, סימון נקודות וקריאת נקודות	**מערכת צירים היא שני צירי מספרים שמאונכים זה לזה.** **דגשים:** 1. מערכת צירים משמשת גם לסימון נקודות לצורך **התמצאות במישור**, למשל בקריאת מפה. 2. מערכת צירים משמשת לסימון זוגות של ערכים כדי **לייצג פונקציות** באמצעות גרף (ראו בהמשך התוכנית). 3. יש לתרגל הן **סימון** של נקודות ששיעורן נתון והן **מציאת שיעורים** של נקודות נתונות. 4. מערכת צירים משמשת גם לסימון נקודות כדי **לייצג עצמים גאומטריים** באמצעים מספריים. יש לקשר בין מערכת צירים לבין עצמים גאומטריים שנלמדו עד כה. 5. את הציר האופקי נכנה **ציר x** ואת הציר האנכי נכנה **ציר y**, ללא תלות בגדלים ששני צירים אלה מייצגים. 6. כשמשתמשים במערכת צירים לצורך ייצוג עצמים גאומטריים חשוב ששני הצירים יהיו לפי **אותו קנה מידה**. **דוגמאות:** 1. שרטטו על מערכת צירים מלבן שצלעו האחת באורך 3 יחידות, הצלע הסמוכה לה באורך 5 יחידות, ואחד מקודקודיו נמצא בנקודה (4 ,2-). מצאו את השיעורים של שאר קודקודי המלבן. כמה מלבנים שונים שעונים על הדרישות הללו ניתן לשרטט? 2. שרטטו על מערכת הצירים משולש שקודקודיו הם: A(-3, 1), B(-7,-2), C(2,-2). הורידו מהנקודה A גובה לצלע BC וסמנו את נקודת החיתוך ב-D. מהם שיעורי הנקודה D, מהו האורך של הגובה AD ומהו שטח המשולש ABC?

תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
שטחים של מצולעים	מטרת הפרק היא ללמוד לחשב ולהשוות את שטחם של מצולעים שונים באמצעים הבאים: 1. **חישובים אריתמטיים** על סמך מידות נתונות; 2. **חישובים אלגבריים** (כשהנתונים הם משתנים); 3. עקרונות של **השוואה בין שטחים**. נקודות המוצא הן: 1. המשמעות של מדידת שטח (מציאת מספר ריבועי יחידה המוכלים בצורה); 2. חישוב שטח המלבן כפי שנלמד בסבב 1. כשהמצולע אינו מלבן אי אפשר לרצף אותו בריבועים, ולכן אנחנו נדרשים לשיטות אחרות לחישוב שטחים.

תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)

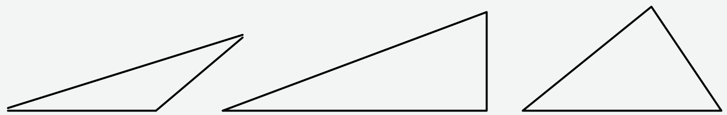
משולשים

דגשים:

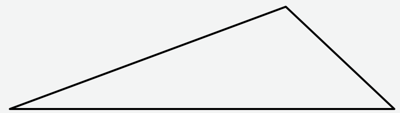
1. יש להראות באמצעים מוחשיים שניתן להרכיב מלבן משני משולשים ישרי זווית חופפים, ושניצבי המשולשים יוצרים את צלעות המלבן. תלמידים מכירים את המשולש ישר הזווית מבית הספר היסודי, אך יש להזכיר את המונחים **ניצבים** ו**יתר**.
2. נובע מכאן ששטחו של משולש ישר זווית שווה למחצית של השטח של המלבן ששני משולשים כאלה יוצרים. אם אורכי הניצבים הם a ו-b, אז שטח המלבן שווה ל-ab, ומכאן ששטח המשולש הוא: $\frac{1}{2}ab$ או $\frac{ab}{2}$
3. יש לתרגל את חישוב שטחו של משולש ישר זווית הן באופן מספרי והן באופן אלגברי, כולל המרה של יחידות מידה.
4. שטחו של משולש כללי מתקבל על ידי חלוקתו לשני משולשים ישרי זווית. לשם כך מורידים ניצב מאחד הקודקודים אל הצלע הנגדית. ניצב זה מכונה גובה, מושג המוכר לתלמידים מבית הספר היסודי. שטח המשולש מתקבל מחיבור השטחים של שני המשולשים ישרי הזווית.
5. אורכו של גובה לצלע שווה למרחק שבין הקודקוד הנגדי שמול הצלע לבין הישר המכיל את הצלע. מושג זה מתקשר למרחק שבין נקודה לישר, שנלמד בסבב 1.
6. במשולש קהה זווית הגובה יכול להיות חיצוני למשולש. במקרה זה, שטח המשולש מתקבל **כהפרש** שטחם של שני משולשים ישרי זווית.
7. חישוב שטחו של משולש כללי ייעשה באמצעות שרטוט גובה, מדידת אורכו ואורך הצלע הניצבת לו וחישוב מחצית המכפלה בין שני האורכים.
8. יש לציין את העובדה שכל אחת משלוש צלעות המשולש יכולה לשמש כתשתית לחישוב שטח המשולש.

דוגמאות:

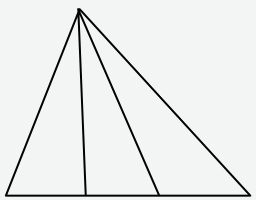
1. נתונים שלושה משולשים. בכל משולש שרטטו את שלושת הגבהים.

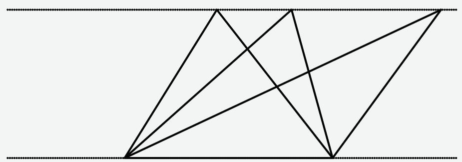
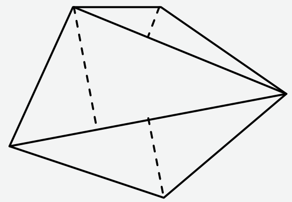


2. נתון המשולש הבא, חשבו את שטחו באמצעות סרגל ומשולש שרטוט ישר זווית.



3. נתון משולש שבו חילקו את הצלע התחתונה לשלושה קטעים שווין, כך שנוצרו שלושה משולשים. הסבירו מדוע שלושת המשולשים שווי שטח.



תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)	
משולשים	4. נתון משולש ישר זווית שאור הניצבים שלו 2 מטר ו-x מטר. מהו שטחו ביחידות של מ"ר? מהו שטחו ביחידות של סמ"ר? 5. באיור הבא משורטטים שני ישרים מקבילים וביניהם שלושה משולשים. לאיזה מהם השטח הגדול ביותר?  6. א. המחומש שבאיור חולק לשלושה משולשים , ובכל משולש נבחרה צלע ושורטט הגובה אל צלע זאת. מדדו את הצלעות המתאימות ואת הגבהים, חשבו את שטחי המשולשים ומצאו את שטחו הכללי של המחומש.  ב. חלקו את המחומש למשולשים בדרך אחרת, שרטטו גבהים, מדדו וחשבו שנית את השטח. **הערה:** ניתן לחשב גם את היקפו של משולש אם נתונים אורכי שלוש הצלעות שלו. בכיתה ח התלמידים ילמדו גם לחשב היקף של משולש ישר זווית תוך שימוש במשפט פיתגורס.
מקביליות	**דגשים**: 1. התלמידים מכירים את המקבילית מבית הספר היסודי: מרובע שבו כל זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו. כל מלבן הוא מקבילית. 2. המרחק שבין שתי צלעות נגדיות נקרא **גובה**. למקבילית שני גבהים, שכל אחד מהם הוא המרחק שבין זוג צלעות נגדיות. 3. יש ללמוד באמצעים מוחשיים של פירוק והרכבה כיצד למצוא את שטח המקבילית באמצעות שטחו של מלבן מתאים. משיקולים אלה מתקבל שטח המקבילית כמכפלת אורך צלע בגובה המתאים. 4. יש לעסוק בשטחה של מקבילית באמצעים מספריים ואלגבריים.

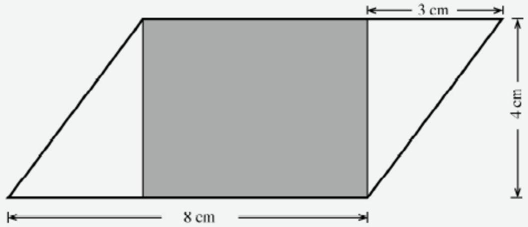
תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)

מקביליות

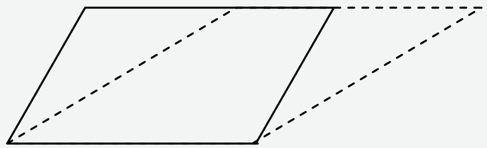
דוגמאות:

1. שרטטו את שני הגבהים של המקבילית הבאה:

2. האיור הבא מציג מלבן (צבוע אפור) שמוכל במקבילית. בהסתמך על המידות הנתונות, מהו שטחו של המלבן?



3. באיור הבא מוצגות שתי מקביליות. הסבירו מדוע שטחן שווה.



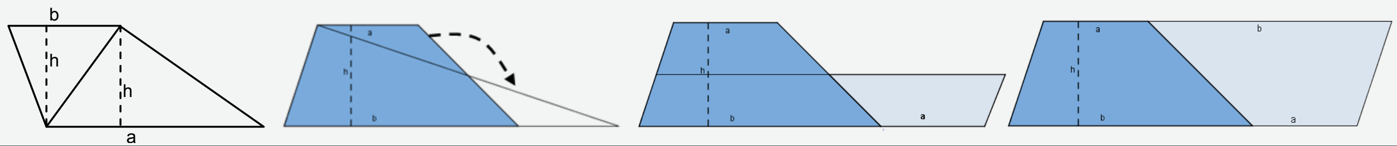
טרפזים

דגשים:

1. התלמידים מכירים את הטרפז מבית הספר היסודי: מרובע שבו זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו. הצלעות המקבילות מכונות **בסיסי הטרפז. גובה של טרפז** הוא המרחק בין בסיסיו.
2. יש ללמוד באמצעים מוחשיים של פירוק והרכבה אופנים שונים למציאת שטח טרפז: מחצית המכפלה של סכום אורכי הבסיסים באורכו של הגובה.

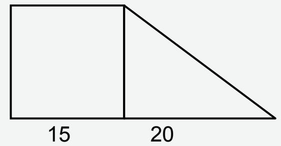
דוגמאות:

1. חישוב שטח הטרפז בארבע צורות:

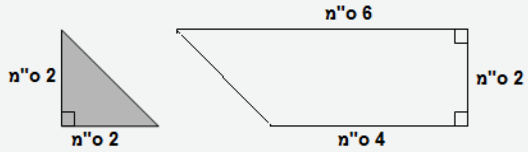


תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)

2. הטרפז שבשרטוט מחולק למלבן ולמשולש. למי משניהם שטח גדול יותר?



3. כמה משולשים החופפים למשולש האפור נחוצים כדי לרצף את הטרפז הנתון? מהו שטח המשולש, ומהו שטח הטרפז?



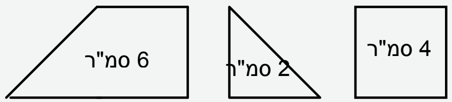
מצולעים כלליים

דגשים:

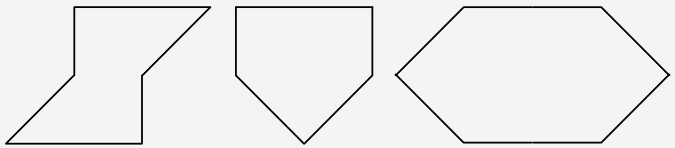
1. יש ללמוד לחשב את שטחו של מצולע על ידי חלוקתו למצולעים שאת שטחם אנחנו יודעים לחשב.
2. כל מצולע ניתן לחלוקה למשולשים.
3. לעתים הדרך הנוחה לחישוב שטח מצולע היא באמצעות חיסור חלקים מצורה שמכילה את המצולע.

דוגמאות:

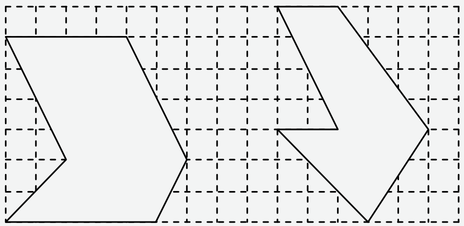
1. נתונות הצורות הבאות ושטחן.



היעזרו בצורות הנתונות וחשבו את השטח של הצורות הבאות:



2. חשבו את השטח של הצורות הבאות.
יחידת המידה היא משבצת:



תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)

היקף מעגל ושטח עיגול

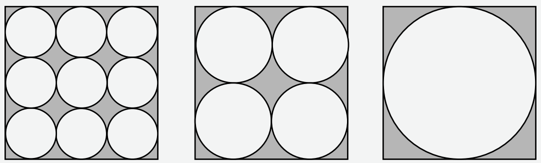
דגשים:

1. התלמידים מכירים את המעגל והעיגול מבית הספר היסודי. יש להזכיר את המושגים מרכז המעגל, רדיוס וקוטר.
2. יש למדוד את היקפם של כמה מעגלים ולאמת באופן ניסיוני את העובדה שקיים יחס קבוע בין היקף מעגל לבין קוטרו. הערה: ככל שקוטר המעגל גדול יותר, כך שגיאת המדידה קטנה יותר באופן יחסי.
3. יש ללמוד שהיחס בין היקפו של מעגל לבין קוטרו הוא מספר שגדול במעט מ-3. חשוב להדגיש שמספר זה הוא רק קירוב, ושמקובל לסמנו באות היוונית π.
4. יש ללמוד את הביטויים האלגבריים להיקף מעגל באמצעות הרדיוס והקוטר.
5. בהינתן הביטוי להיקף המעגל, יש להדגים לתלמידים באמצעים מוחשיים ששטחו של עיגול שווה למכפלה של π בריבועו של הרדיוס.
6. יש לעסוק בהיקף מעגל ושטח עיגול באמצעים מספריים ואלגבריים.

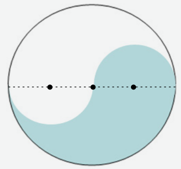
דוגמאות:

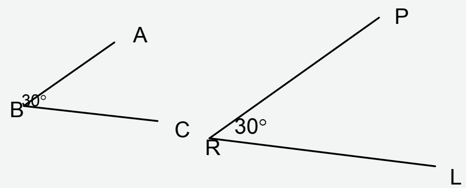
1. השרטוט מתאר איצטדיון שמורכב מריבוע ששטחו 144 מ"ר ושני חצאי עיגולים. מהו שטחו והיקפו של האיצטדיון?

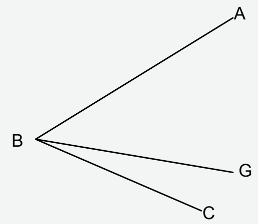
2. באיצטדיון שצורתו כמו באיור לעיל אך מידותיו שונות, אורכו של המסלול הפנימי 400 מטר. מהו אורכו של המסלול הצמוד לו אם רוחבו של כל מסלול 1 מטר?
3. נתונים שלושה ריבועים חופפים, שבתוך כל אחד מהריבועים שורטטו עיגולים חופפים המשיקים זה לזה. באיזה מהאיורים השטח הצבוע אפור הוא הגדול ביותר ומדוע?

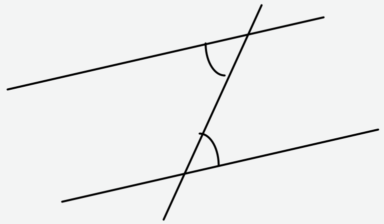
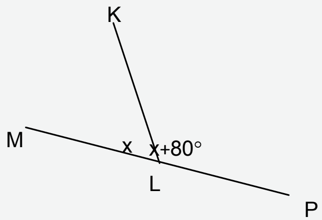
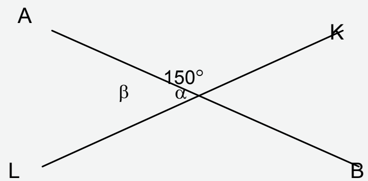


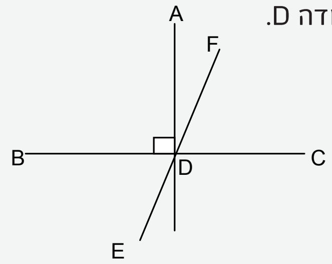
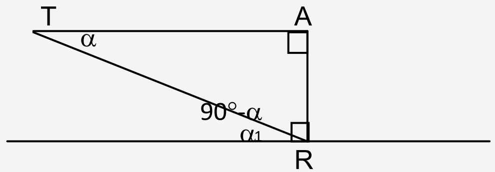
4. באיור הבא שטח העיגול הוא A. מה השטח של הצורה הצבועה בתוך העיגול?



תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)	
זווית	**שתי קרניים היוצאות מנקודה אחת יוצרות זווית. הנקודה נקראת קודקוד הזווית, והקרניים נקראות שוקי הזווית.** **דגשים:** 1. יש לעסוק בסימון זוויות: באמצעות אות לטינית גדולה אחת המסמלת את קודקוד הזווית (∢B), באמצעות 3 אותיות לטיניות גדולות (∢ABC), באמצעות אות לטינית גדולה עם מספר קטן לצידה (∢B2), או באמצעות אות יוונית (β). מומלץ להציג את דרכי הסימון של הזוויות בהדרגתיות. 2. שתי הקרניים קובעות שתי זוויות. נהוג לסמן את הזווית שאליה מתכוונים. בדרך כלל דנים בזווית הקטנה מבין השתיים. אחרת, יש לציין זאת במפורש.
זוויות שוות והשוואת זוויות	**שתי זוויות שוות זו לזו, אם ניתן להניח זווית אחת על גבי השנייה באופן שהקודקוד האחד מונח על גבי הקודקוד האחר, וכל אחת משתי הקרניים של הזווית האחת מונחת על גבי כל אחת משתי הקרניים של הזווית האחרת.** **אם מניחים זווית אחת על גבי האחרת, כך שקרן של זווית א מונחת על גבי קרן של זווית ב, והקרן הנוספת של זווית א נמצאת בין הקרניים של זווית ב, אז זווית א קטנה מזווית ב.** **הערה:** יש להדגיש שאורך הקרניים, כפי שבא לידי ביטוי בשרטוט, איננו רלבנטי לגודל הזווית. **דגשים:** 1. יש להזכיר את המושגים זווית חדה, זווית שטוחה וזווית קהה. **זווית חדה** היא זווית הקטנה מזווית ישרה. **זווית שטוחה** היא זווית שבה שתי הקרניים מונחות על אותו ישר במגמה הפוכה. **זווית קהה** היא זווית הגדולה מזווית ישרה וקטנה מזווית שטוחה 2. ההיכרות עם זוויות שוות והשוואת זוויות תעשה באמצעות שרטוט, גזירה, העתקה וקיפול של זוויות, וכן הנחת זווית על גבי זווית לצורך השוואה בין הגודל שלהן ובניית זווית בגודל נתון (למשל בשרטוט משולש). **דוגמאות:** 1. אלון טוען ש-∢ABC קטנה מ-∢PRL הסבירו מדוע אלון טועה. 

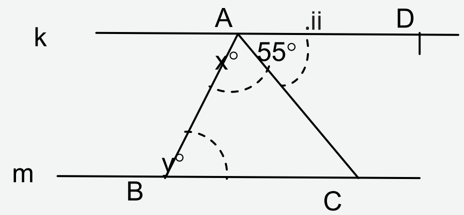
תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)	
זוויות שוות והשוואת זוויות	2. הסבירו מדוע זווית ABC גדולה מזווית ABG.  3. קבעו מי הזווית הגדולה מבין שתי הזוויות המשורטטות: 
סכום והפרש של זוויות	**דגשים:** 1. מציאת סכום (או הפרש) של זוויות מתבצע באמצעות שרטוט שתי זוויות בעלות קודקוד ושוק משותפים, לשם קבלת זווית שהיא תוצאת הפעולה. 2. זווית שטוחה היא סכום של שתי זוויות ישרות.
מדידת זוויות	**יחידת המדידה המקובלת של זוויות היא מעלה. ניתן להציג את המעלה כ- $\frac{1}{90}$ מזווית ישרה או כ- $\frac{1}{180}$ מזווית שטוחה.** **דגשים:** 1. יש לשלב מדידת זוויות באמצעות **מד-זווית**. 2. יש למצוא סכום זוויות והפרש זוויות באמצעות מד זווית. 3. ניתן למדוד במד זווית שתי זוויות מתחלפות בין מקבילים. 4. יש לשלב מדידת זוויות עם חישובי זוויות באמצעים חשבוניים ואלגבריים. **דוגמאות:** 1. מהי הזווית שעובר מחוג השעות במשך שעה? במשך שעתיים? במשך 4 שעות? 2. מהי הזווית שבין שני מחוגי השעון בשעה חמש?

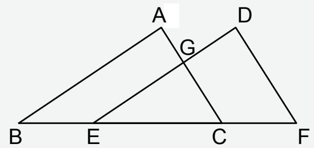
תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)	
מדידת זוויות	3. סכום שתי זוויות הוא זווית ישרה. אחת הזוויות גדולה ב-30° מהזווית האחרת. מצאו את גודלן של שתי הזוויות. 4. מדדו במד זווית את כל הזוויות במשולשים או במרובעים ומצאו את סכומיהן. 5. נתונים שני ישרים מקבילים וישר שלישי החותך אותם. מדדו במד-זווית את הזוויות שמסומנות בשרטוט: 
זוויות צמודות	**זוויות צמודות הן שתי זוויות בעלות קודקוד ושוק משותפים, שמשלימות זו את זו לזווית שטוחה, ומכאן - סכום זוויות צמודות הוא 180°.** **דוגמה:** MP הוא קו ישר. מה גודל הזווית KLP בשרטוט? הציגו את דרך החישוב. 
זוויות קודקודיות	**שני ישרים שנחתכים יוצרים 4 זוויות, שכל אחת מהן קטנה מזווית שטוחה. מבין זוויות אלה, זוג זוויות שלהן רק קודקוד משותף נקראות 'זוויות קודקודיות'.** **זוויות קודקודיות שוות זו לזו.** **דגשים:** 1. ניתן לבדוק את שוויון הזוויות הקודקודיות באמצעות מד-זווית 2. ניתן לראות את שוויון הזוויות הקודקודיות תוך שימוש בזווית הצמודה המשותפת במספר מקרים, ולהכליל. **דוגמאות:** 1. AB ו- KL הם שני קטעים שנחתכים. מה הערך במעלות של $\alpha + \beta$? 

תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)	
זוויות קודקודיות	2. הקטעים EF ו-BC שבשרטוט נחתכים בנקודה D. נתון: $\sphericalangle ADF = 27°$ $AD \perp BC$. מה הגודל של $\sphericalangle BDE$ 
חוצה זווית	**חוצה זווית הוא קרן העוברת בקודקוד הזווית ומחלקת אותה לשתי זוויות השוות זו לזו.** **דגשים:** 1. חציית זווית תודגם באמצעות קיפול נייר. 2. חוצי הזוויות של זוויות צמודות מאונכים זה לזה. הטענה תנומק על ידי קיפול נייר, בחשבון ובאלגברה. 3. ישר החוצה אחת משתי זוויות קודקודיות חוצה גם את האחרת. הטענה תנומק על ידי קיפול נייר ושימוש בביטויים אלגבריים. 4. חוצה זווית שטוחה מאונך לקרני הזווית (זווית ישרה היא מחצית של זווית שטוחה). 5. ניתן להציג בפני התלמידים תרגילים חישוביים, חשבוניים ואלגבריים, המבוססים על המושג 'חוצה זווית'.
זוויות מתחלפות וזוויות מתאימות	**נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך את שניהם. נוצרות 8 זוויות. יש ללמוד לזהות מביניהן זוגות של זוויות מתאימות ומתחלפות.** **דגשים:** 1. ניתן להתמקד בזוויות מתחלפות פנימיות בלבד. 2. יש להציג דוגמאות של זוויות מתחלפות וזוויות מתאימות בין ישרים מקבילים וישרים שאינם מקבילים, ולמדוד זוויות במד-זווית. זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו. **דגש:** יש להמחיש את שוויון הזוויות באמצעות מדידות וקיפולי נייר.
זוויות מתחלפות בין מקבילים	**מסקנה: סכום זוויות חדות במשולש ישר זווית הוא °90.** המסקנה תנומק בדרך הבאה: נתון משולש ישר זווית ATR. דרך הנקודה R נעביר ישר המקביל ל-AT. AR הוא אנך משותף לשני המקבילים. $\alpha = \sphericalangle R_1 = \sphericalangle T$ כי הן זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים, ומכאן שזווית ART משלימה את זווית R1 ל- °90. 

<table>
<tr><th colspan="2">תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)</th></tr>
<tr>
<td>זוויות מתאימות בין מקבילים</td>
<td>
זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו.

את שוויון הזוויות המתאימות בין ישרים מקבילים וישר חותך ניתן להראות או לנמק באמצעות שוויון הזוויות המתחלפות ושוויון זוויות קודקודיות.

דוגמאות:
1. בשרטוט הישרים k ו- m מקבילים זה לזה. $\measuredangle DAC = 55°$. מה הערך של $x + y$?


2. בשרטוט הבא הנקודות B, E ,C ,F ממוקמות על ישר אחד.
כמו כן: $AC \parallel DF$, $AB \parallel DE$, $\measuredangle B = 40°$, $\measuredangle F = 60°$.
מהו גודלה של הזווית EGC?


</td>
</tr>
</table>

סבב 3

תחום אלגברי		תחום גאומטרי
פונקציות (18 שעות)	משוואות ושאלות מילוליות (20 שעות)	משולש ומנסרה משולשת (10 שעות)
המטרה העיקרית של סבב זה היא הצגת המושג 'פונקציה' כמייצג קשר בין שני גדלים שבו האחד תלוי בשני. הלימוד יתמקד בארבעה ייצוגים שונים של פונקציות: תיאור מילולי, גרף, טבלת ערכים וביטוי אלגברי. רוב התשתית ללימוד זה כבר קיימת. ההיכרות הראשונית עם המושג 'פונקציה' צריכה להיות 'רכה', עם דגש על המרה בין הייצוגים השונים וניתוחים איכותיים.		

תחום אלגברי: 3. מבוא לפונקציות, פתרון משוואות, שאלות מילוליות

נושאי הלימוד	דגשים ודוגמאות
גרפים שימושיים - קריאה ושרטוט	**דגשים:** 1. יש **להדגים תופעות המיוצגות באמצעות גרף** במערכת צירים, כך שתלמידים ידעו לקרוא אותו וליצור מתוכו טבלת ערכים חלקית. 2. יש להציג את הגרף כ**תוספת לייצוגים אחרים** שכבר נלמדו במהלך השנה: תיאורים מילוליים, טבלאות ערכים וביטויים אלגבריים. התוספת תודגם באמצעות דוגמאות ותופעות שכבר נלמדו בעבר. 3. עד כה התלמידים למדו להכליל טבלת ערכים לביטוי אלגברי ולייצג טבלת ערכים במערכת צירים. בשלב זה ילמדו התלמידים **לעבור מביטוי אלגברי לייצוג גרפי** באמצעות טבלת ערכים כשלב מתווך. 4. התלמידים ירכשו את המיומנויות הבאות בקריאת גרף: א. **מציאת הערך של y** שמתאים לערך נתון של x. ב. **מציאת ערך או ערכים של x** שמתאימים לערך נתון של y. ג. **מציאת הערך הגבוה (או הנמוך) ביותר** של y, ומציאת הערך או הערכים של x שעבורם מתקבל ערך זה של y. ד. מציאת טווח הערכים של y המתקבל עבור תחום נתון של x. 5. **תחום** בגרף הוא חלק מציר x. בשלב זה נתמקד בתחומים שצורתם קטע, קרן, קבוצה סופית של נקודות או איחוד של אלה. המושג 'תחום' יוזכר לצורך שימוש בו בהמשך במגוון של נושאים, כמו תחומי עלייה ותחומי ירידה של פונקציות. 6. במרבית הגרפים השימושיים שבהם ציר ה-x הוא משתנה רציף, משתנה זה מייצג זמן. יש לראות גם דוגמאות שבהן ציר ה-x מייצג גדלים אחרים.

תחום אלגברי: 3. מבוא לפונקציות, פתרון משוואות, שאלות מילוליות

גרפים שימושיים - קריאה ושרטוט

דוגמאות:

1. מחיר ליטר דלק הוא 7 שקלים. צרו טבלה המתארת התאמה בין כמויות שונות של דלק (בליטרים) לבין עלותם (בשקלים). שרטטו את הנקודות המתאימות לערכים שבטבלה על מערכת צירים.
2. בין השעות 21:00 ל-06:00 קיימת עמלה קבועה בת 2 שקלים עבור כל מילוי של דלק. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את העלות של d ליטרים של דלק בשעות אלה. שרטטו גרף המתאר את העלות של כמויות שונות של דלק בשעות אלה. שימו לב שהגרף מתאים עלות יחידה לכל כמות של דלק.
3. נסמן ב-m את אורך הצלע במשולש שווה צלעות. צרו טבלה המתארת את היקף המשולש עבור ערכים שונים של m ושרטטו את הנקודות המתאימות לערכים בטבלה על מערכת צירים.
4. לפניכם קישור לגרף המתאר את מפלס הכנרת משנת 1990 ועד שנת 2001.

   ענו על שאלות הבאות בהסתמך על הגרף:

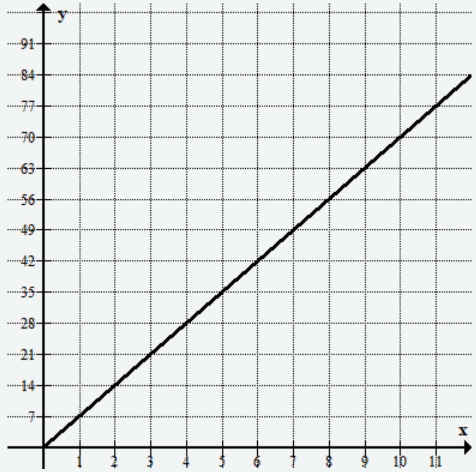
   א. מה היה מפלס הכנרת בחודשים פברואר, יוני ואוקטובר בשנת 1995?

   ב. באילו חודשים היה מפלס הכנרת -211 מטר?

   ג. מה היה המפלס הגבוה ביותר ומה היה המפלס הנמוך ביותר בשנת 1998?

   ד. מה היו כל המפלסים של הכנרת בין השנים 1993 ו-1997?

   ה. באילו שנים היה מפלס הכנרת נמוך מ- -210 לאורך כל השנה?
5. מחיר דלק הוא 7 שקלים לליטר. נתון גרף המתאר את העלות של כמויות שונות של דלק.



תחום אלגברי: 3. מבוא לפונקציות, פתרון משוואות, שאלות מילוליות	
גרפים שימושיים - קריאה ושרטוט	א. עבור אילו כמויות של דלק העלות גבוהה מ- 150 שקלים? סמנו על ציר x (במרקר) את תחום זה. ב. עבור אילו כמויות של דלק העלות נמוכה מ- 150 שקלים? סמנו על ציר x (במרקר שונה) את תחום זה. ג. ניתן לתדלק מכוניות פרטיות בכמות דלק שאינה עולה על 50 ליטר. ניתן לתדלק מכוניות מסחריות בכמות דלק שאינה עולה על 70 ליטר. ד. סמנו על ציר x (במרקר אחר) את התחום המתאר את כמויות הדלק שמתאימות למכוניות מסחריות ואינן מתאימות למכוניות פרטיות. 6. נתון גרף המתאר שטחים של ריבועים המורכבים מגפרורים שלמים. על ציר ה-x מסומנים מספר הגפרורים בצלע אחת של הריבוע. ציר ה-y הוא שטח הריבוע. א. סמנו על ציר x את התחום של מספר גפרורים בצלע שעבורו שטח הריבוע גדול מ-10 וקטן מ-30. ב. סמנו על ציר x את התחום של מספר גפרורים בצלע שעבורו שטח הריבוע הוא 9.
מבוא לפונקציות	המושג **פונקציה** הוא מושג מרכזי בלימודי האלגברה בחטיבת הביניים, ובהמשך גם בחטיבה העליונה. הוא מובא בפני תלמידי כיתות ז לאחר שנוצרה תשתית מתאימה. התלמידים למדו כבר מהו **משתנה** ומהו **ביטוי אלגברי**. הם עבדו עם מגוון של ייצוגים (של פונקציה, מבלי לקרוא לה בשמה): **תיאור מילולי** של תופעה או חוקיות, **טבלת ערכים** המתארת תופעה באופן חלקי, **ביטוי אלגברי** המכליל את טבלת הערכים ו**גרף** המציג תופעה באופן חזותי. כמו כן, הם למדו להמיר ייצוג אחד באחר. ההיכרות הראשונית עם המושג **פונקציה** היא 'רכה': עיקר העיסוק הוא **שִׁיוּם** מושאי הפעילויות שנעשו עד כה והיכרות עם סימון הפונקציה בכתיב אלגברי. בשלב השני (אף הוא בכיתה ז), נלמד הנושא **השתנות של פונקציה**. גם נושא זה מוגש לתלמידי כיתה ז באופן 'רך', במטרה להפנים את המושג פונקציה ואת תכונות היסוד שלה, כהכנה להמשך הלימוד בשנים הבאות. פונקציה היא התאמה של מספר יחיד לכל מספר שנבחר. **דגשים:** 1. התוכנית מתייחסת ל**פונקציות מספריות** בלבד. 2. פונקציה מוצגת גם כ'מכונה' שפולטת מספר יחיד (ה**פלט**) לכל מספר שמוצב בה (ה**קלט**). 3. אפשר **לסמן פונקציה באות**, למשל f, ואז הערך שהפונקציה מתאימה ל-x מסומן ב-f(x) (למשל, הפונקציה מתאימה ל-5 את הערך f(5)). אפשר **לסמן פונקציה גם במשוואה הקושרת בין x לבין y**. בכל מקרה מומלץ לאמץ גישת סימון יחידה ולדבוק בה. בכיתה ח יוצגו שתי שיטות הסימון המקובלות. 4. פונקציה מוצגת גם באמצעות **גרף** במערכת צירים כך שלכל ערך x בציר האופקי מותאמת נקודה יחידה (x,y) על הגרף.

תחום אלגברי: 3. מבוא לפונקציות, פתרון משוואות, שאלות מילוליות	
מבוא לפונקציות	5. אם x הוא מספר שהפונקציה **אינה מתאימה** לו אף מספר, אז אומרים שהפונקציה אינה מוגדרת עבור ערך זה של x. אם יש תחום שהפונקציה **אינה מתאימה** למספרים שבו אף מספר, אז אומרים שהפונקציה אינה מוגדרת עבור תחום זה. **דוגמאות:** 1. תארו באופן אלגברי את כלל ההתאמה של פונקציה המתאימה לאורך צלע של ריבוע את שטח הריבוע. 2. לפניכם קישור לגרף המתאר את מפלס הכנרת משנת 1990 עד שנת 2001. http://gvirtzman.es.huji.ac.il/800x600/courses/pic12-2.htm גרף זה מתאר פונקציה, מכיוון שלכל חודש שנבחר מתאים גובה יחיד של מפלס הכנרת. ראו שאלות אפשריות בסעיף 'גרפים שימושיים'. 3. מכונות התדלוק שבתחנת דלק מציגות את העלות שיש לשלם עבור כמות הדלק שנשאב מהן. הקלט של מכונת התדלוק הוא כמות הדלק שנשאב והפלט הוא העלות. כלל ההתאמה בין כמות הדלק לעלות מקיים את התנאים הבאים: בתדלוק עצמי המחיר הוא 7 שקלים לכל ליטר דלק. בתדלוק על ידי מתדלק בשעות היום המחיר הוא 7.35 שקלים לכל ליטר דלק. בתדלוק על ידי מתדלק בשעות הלילה המחיר הוא 7.35 שקלים לכל ליטר דלק, עם תוספת קבועה (בלתי תלויה בכמות הדלק) של 2 שקלים. שלושת התיאורים הללו, המתאימים עלות לכל כמות דלק מתארים שלוש פונקציות שונות. תארו אותן באופן אלגברי.
ייצוגים שונים של פונקציה	התלמידים לומדים לייצג פונקציות באמצעים הבאים: **ייצוג מילולי:** תיאור מילולי של כלל ההתאמה. **ייצוג גרפי:** סימון כל הנקודות (x,y) שבהן $y = f(x)$, **ייצוג טבלאי:** טבלה מספרית עם ציון הכינוי של הגדלים המתוארים בה. **ייצוג אלגברי:** ביטוי כלל ההתאמה באמצעות ביטוי אלגברי. **דגש:** התלמידים ידעו להמיר ייצוגים שונים של פונקציה כשהדבר אפשרי. **דוגמה:** נתבונן בפונקציה המתאימה לאורך (בס"מ) צלע של ריבוע את שטחו (בסמ"ר). **ייצוג מילולי:** שטח הריבוע שווה למכפלת אורך צלעו בעצמו.

תחום אלגברי: 3. מבוא לפונקציות, פתרון משוואות, שאלות מילוליות

ייצוגים שונים של פונקציה

ייצוג גרפי:

ייצוג טבלאי:

11	4.5	3		1	0.5	אורך צלע בס"מ
121	20.25	9	2	1	0.25	שטח הריבוע בסמ"ר

הערה: כשהמשתנה רציף - הייצוג הטבלאי הוא חלקי בלבד, וקיימת הנחה שהערכים המיוצגים מאפשרים לדעת על הערכים שאינם מיוצגים.

ייצוג אלגברי: אם נסמן את אורך צלע ריבוע ב- x ואת שטח הריבוע ב-y, אז הפונקציה היא $y = x^2$. אם נסמן את הפונקציה ב-f, אז הפונקציה היא $f(x)=x^2$.

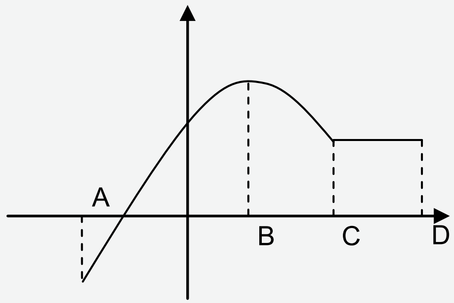
הפונקציה אינה מוגדרת עבור $x<0$.

הִשתנות של פונקציה

הִשתנות של פונקציה היא השינוי בערך של y (או של f(x)) כש-x משתנה.

דגשים:

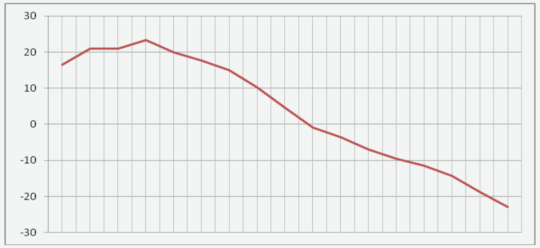
1. יש להדגים באמצעות טבלאות וגרפים כיצד פונקציה מתארת תופעה. מהכרת הפונקציה אפשר ללמוד על השתנות של תופעה.
2. ההשתנות של פונקציה באה לידי ביטוי בייצוג הגרפי במעבר מנקודה אחת על הגרף לנקודה אחרת עליו, ובשינוי של ערכי הפונקציה בין שתי הנקודות.
3. בתחום שבו הפונקציה אינה משתנה נאמר שהפונקציה **קבועה**.

תחום אלגברי: 3. מבוא לפונקציות, פתרון משוואות, שאלות מילוליות	
הִשתנות של פונקציה	**דוגמה:** בכל אחת מהפונקציות הבאות בחרו שני ערכים של x ומצאו מהי ההשתנות של הפונקציה בין שתי נקודות אלה: א. פונקציה המתארת תנועה של גוף מתארת השתנות של מיקום הגוף בהתאם להשתנות נקודת הזמן. ב. פונקציה המתארת את מפלס הכנרת מתארת השתנות של גובה פני המים בהתאם להשתנות נקודת הזמן. ג. פונקציה המתארת תשלום עבור קניית דלק מתארת את ההשתנות של עלות הדלק בהתאם להשתנות הכמות שנשאבת. ד. פונקציה המתארת את טמפרטורת האוויר באטמוספירה מתארת את השתנות הטמפרטורה בהתאם להשתנות גובה המדידה.
עלייה וירידה של פונקציה	**פונקציה נקראת עולה (יורדת) בתחום אם הערך של y גדול (קטן) יותר ככל שהערך של x גדול יותר, לכל x בתחום.** **דגשים:** 1. המושגים **עלייה וירידה של פונקציה בתחום** יוצגו ויוסברו באמצעות טבלה וגרף. 2. המושגים **עלייה וירידה של פונקציה בתחום** יוסברו בדרך איכותנית על ידי התבוננות בהשתנות הערכים של y כשהערכים של x מסודרים בטבלה בסדר עולה. 3. המושגים **עלייה וירידה של פונקציה בתחום** יוסברו בדרך איכותנית על ידי התבוננות במהלך הגרף משמאל לימין. 4. יש להבהיר את ההבדל בין **הגרף** בתחום העלייה לבין **תחום העלייה**. התלמידים צריכים לזהות את תחומי העלייה והירידה של פונקציה ולכתוב אותם בכתיב אלגברי. <u>דוגמאות:</u> 1. הגרף שבשרטוט עולה בקטע AB. באיזה קטע הגרף יורד ובאיזה קטע הוא קבוע?  2. שרטטו גרף של פונקציה, כשמשיכת כלי הכתיבה כל הזמן לכיוון ימין. סמנו במרקר צהוב את התחום שבו הגרף עולה ובמרקר ירוק את התחום שבו הוא יורד. 3. התבוננו בגרף המתאר את מפלס הכנרת. סמנו במרקר צהוב את התחום שבו הגרף עולה ובמרקר ירוק את התחום שבו הוא יורד.

עלייה וירידה של פונקציה	תחום אלגברי: 3. מבוא לפונקציות, פתרון משוואות, שאלות מילוליות

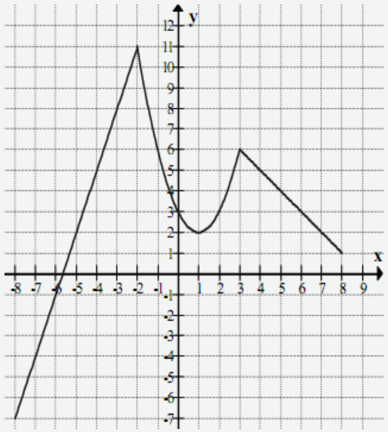
עלייה וירידה של פונקציה

4. לפניכם גרף המתאר את הטמפרטורה שנמדדה באטמוספרה בעזרת בלון. הנתונים נלקחו משרות מזג האוויר העולמי. התבוננו בגרף וסמנו במרקר כחול את התחום שבו הוא עולה ובמרקר אדום את התחום שבו הוא יורד.



5. התבוננו בגרף המתאר את גובהו של נער מעל האדמה בזמן שהוא מסתובב שני סיבובים בגלגל ענק. סמנו במרקר צהוב את התחום שבו הגרף עולה ובמרקר ירוק את חלקי הגרף שבהם הוא עולה.

6. עבור הפונקציה המתוארת באמצעות הגרף הבא, זהו ורשמו את התחום שבו הפונקציה יורדת.



השתנות של פונקציה בקצב אחיד ובקצב לא אחיד

קצב ההשתנות של פונקציה הוא המנה שבין השינוי בערכי ה- y לבין השינוי בערכי ה- x שלה. אם אותה המנה מתקבלת לכל שני ערכים שונים של x, אז קצב ההשתנות הוא אחיד. בכל מקרה אחר - פונקציה משתנה בקצב שאינו אחיד.

דגש:

צריך להבדיל בין השתנות בקצב אחיד לבין השתנות בקצב לא אחיד, כשהפונקציה מיוצגת באמצעות טבלה או גרף:

א. כשהטבלה מוצגת כך שערכי ה- x מסודרים בסדר עולה ובהפרשים קבועים, קצב ההשתנות הוא קבוע אם גם ערכי ה-y מופיעים בהפרשים קבועים.

ב. הביטוי הגרפי של קצב ההשתנות של הפונקציה הוא היחס שבין השינוי האנכי של הגרף לבין השינוי האופקי שלו. מקובל לכנות זאת קצב שינוי על פני מדרגה. גרף משתנה בקצב אחיד אם קצב השינוי הוא זהה על פני כל המדרגות, ובמקרה זה הגרף הוא קו ישר. בכל מקרה אחר, הגרף משתנה בקצב שאיננו אחיד.

דוגמה להשתנות בקצב אחיד:

הטמפרטורה של נוזל היא $8°c$. מחממים את הנוזל בקצב אחיד כך שהטמפרטורה שלו תהיה $58°c$ כעבור 5 דקות.

א. בכמה מעלות מתחמם הנוזל בכל דקה?

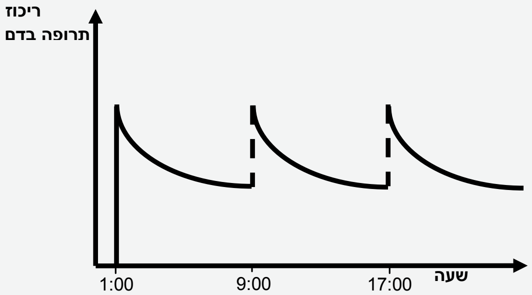
ב. שרטטו גרף המתאר את התחממות הנוזל במשך 9 דקות.

ג. מה תהיה הטמפרטורה אחרי 3 דקות?

ד. אחרי כמה דקות תהיה הטמפרטורה $78°c$?

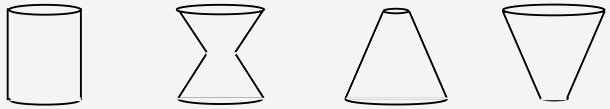
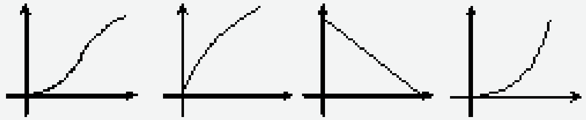
דוגמה להשתנות בקצב שאינו אחיד:

הגרף הבא מתאר ריכוז של תרופה בדם לאורך זמן. הריכוז עולה כמעט מיידית עם הזרקת התרופה, והוא יורד במשך הזמן עם פינוי התרופה מהגוף (הערה: העלייה המהירה בריכוז התרופה מתוארת בגרף בקווים כמעט מאונכים).



א. באיזו שעה ניתנה הזריקה הראשונה, וכל כמה שעות מזריקים את התרופה? הסבירו.

ב. מתי יורד ריכוז התרופה בדם בקצב יותר מהר: שעה אחרי נטילתה או שעה לפניה? הסבירו.

<table>
<tr><th colspan="2">תחום אלגברי: 3. מבוא לפונקציות, פתרון משוואות, שאלות מילוליות</th></tr>
<tr><td>השתנות של פונקציה בקצב אחיד ובקצב לא אחיד</td><td>
דוגמה:
לפניכם ארבעה כלים.

מניחים כל כלי מתחת לברז שהמים נשפכים ממנו בקצב אחיד.
א. תארו כיצד ישתנה, עם התקדמות הזמן, גובה המים בכל אחד מהכלים.
מתי ישתנה מהר ומתי ישתנה לאט? באיזה כלי משתנה גובה המים בקצב אחיד?
ב. שלושה מהגרפים הבאים מתארים את ההשתנות בזמן של גובה המים בשלושה מן הכלים. התאימו כל גרף לאחד הכלים. הסבירו מדוע הגרף השני מימין אינו מתאים לאף כלי ותקנו אותו כך שיתאים לכלי הרביעי.

</td></tr>
<tr><td>פתרון משוואות קוויות</td><td>
פתרון של משוואות שצורתן: $ax + b = cx + d$ וכן משוואות שניתן להעבירן לצורה זו, למשל: $a(bx + c) = d(fx + e)$.
דגשים:
1. פרק זה הוא המשך של פרק פתרון המשוואות בסבב 2, שבו המשוואות היו מוגבלות למצב שבו המשתנה מופיע באגף אחד בלבד.
2. פתרון המשוואות הוא כלי עזר לפתרון שאלות מילוליות, ורמת השאלות המילוליות היא שקובעת את רמת הטכניקה הנדרשת.
3. פתרון המשוואות יילמד במשולב עם פתרון שאלות מילוליות.
4. המקדמים צריכים להיות גם שברים ומספרים מכוונים.
5. ניתן לנצל את הידע שנרכש בתחום הגרפים כדי לפתור משוואות גם על ידי שרטוט גרפים של שני האגפים. כיוון ששרטוט גרף אחד הוא סימון כל הנקודות (x,y) שבהן $y = ax+b$, ושרטוט גרף שני הוא סימון כל הנקודות (x,y) שבהן $y = cx+d$, הרי שנקודת החיתוך של שני הגרפים מאפיינת את כל הנקודות (x,y) שבהן $ax + b = cx + d$.
</td></tr>
<tr><td>שאלות מילוליות בשילוב משוואות קוויות</td><td>
השאלות תעסוקנה בתכנים שונים ותתאמנה למשוואות מהצורה: $ax + b = cx + d$ או: $a(bx + c) = d(fx + e)$
דגשים:
1. ניתן לפתור את השאלות באמצעים גרפיים ו/או אלגבריים.
2. שאלות אחדות תיפתרנה באופן חלקי בלבד לצרכים הבאים:
• זיהוי המשמעות של המשתנה שנבחר.
• זיהוי הגרף המתאים.
• זיהוי המשוואה המתאימה.
• זיהוי הפונקציה המתאימה.
</td></tr>
</table>

תחום אלגברי: 3. מבוא לפונקציות, פתרון משוואות, שאלות מילוליות

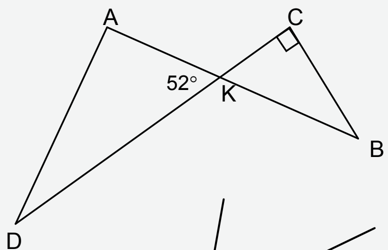
שאלות מילוליות בשילוב משוואות קוויות

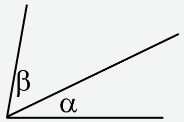
דוגמאות:

1. לדני היו פי שניים יותר בולים מאשר לרינה. לאחר שנתן לרינה 7 בולים, היה להם מספר שווה של בולים. כמה בולים יש להם יחד?
נתונים שלושה תיאורים אפשריים של משתנים ושלוש משוואות. התאימו לכל בחירה של משתנה את המשוואה המתאימה לו:

x מתאר את מספר הבולים שהיו לדני בתחילה.	$x-7=\frac{x}{2}+7$
x מתאר את מספר הבולים שהיו לרינה בתחילה.	$\frac{x}{2}+7=2(\frac{x}{2}-7)$
x מתאר את מספר הבולים שהיו לדני ולרינה יחד.	$2x-7=x+7$

2. תוכננה מסיבת יום הולדת עבור 18 ילדים ולקראתה הכינו לכל ילד אותו מספר של מדבקות. לבסוף הגיעו 20 ילדים, וכל ילד קיבל 2 מדבקות פחות מהמתוכנן. כמה מדבקות תוכננו לכל ילד מלכתחילה?
x מייצג את ______________________ המשוואה המתאימה: ______________________________
3. נתונים ריבוע ומשולש שווה צלעות. אורך צלע במשולש גדול ב-1 ס"מ מאורך צלע בריבוע. היקפו של הריבוע גדול ב-3 ס"מ מהיקפו של המשולש.
א. נסמן ב- x את צלע הריבוע. מתוארות ארבע פונקציות: קבעו אילו מבין הפונקציות מתארות את היקפו של הריבוע, ואילו מתארות את היקפו של המשולש: $f(x)=4x$ $g(x)=4x-3$ $k(x)=3(x+1)$ $m(x)=3(x+1)+3$
ב. מהו אורך צלע הריבוע?
4. דן גדול מיואב ב-6 שנים. לפני 4 שנים היה גילו של דן פי 2 מגילו של יואב. בני כמה דן ויואב כיום?
5. בתחנת דלק א מחיר הדלק 6.45 שקלים לליטר, ועמלת התדלוק בלילה: 4 שקלים. בתחנת דלק ב מחיר הדלק 6.55 שקלים לליטר, ועמלת התדלוק בלילה: 2 שקלים. מהי כמות הדלק שעבורה עלות התדלוק בלילה בשתי התחנות תהיה שווה?

<table>
<tr><th colspan="2">תחום גאומטרי: 3. משולש ומנסרה משולשת (10 שעות)</th></tr>
<tr><th>נושאי הלימוד</th><th>דגשים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td>זוויות המשולש</td><td>
סכום זוויות במשולש הוא 180°.
דגשים:
1. העובדה תנומק בעזרת קיפולי נייר ובאמצעות העברת ישר מקביל דרך אחד הקודקודים, ומתוך שוויון הזוויות המתחלפות.
2. יש לעסוק במדידת זוויות במשולשים, בחישובים ובתובנה כמו: אם המשולש ישר זווית אז סכום הזוויות החדות הוא 90°, במשולש קהה זווית שתי הזוויות האחרות חדות וכו'.
3. יש להרחיב את המושג 'חוצה זווית' שנלמד בפרק 'זוויות' ל'חוצה זווית במשולש', ולערוך מדידות וחישובים בעזרת חוצה הזווית.
4. יש לעסוק בסכום הזוויות במשולש באמצעים מספריים ואלגבריים, כולל פתרון משוואות.
דוגמאות:
1. שרטטו משולשים שבהם הזוויות הן בנות: 30°, 50°, 100°.
2. בשרטוט נתון: AB ו- CD הם קטעים הנחתכים בנקודה K.
$\sphericalangle AKD = 52^\circ$, $DC \perp CB$
חשבו את גודל $\sphericalangle B$.


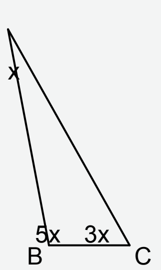
3. נתון כי הזוויות α ו- β שבשרטוט הן שתי זוויות של משולש.
שרטטו את הזווית השלישית של המשולש.
איזה משולש מתאים לשלוש זוויות אלה?


4. איזו מבין הטענות הבאות נכונה תמיד? נמקו.
א. אם במשולש יש שתי זוויות חדות, גם הזווית השלישית חדה.
ב. במשולש ישר זווית, כל אחת משתי הזוויות האחרות שווה 45°.
ג. במשולש ישר זווית, שתי הזוויות האחרות חדות.
ד. בכל משולש, לפחות שתיים מהזוויות הן חדות.
5. איזו מבין הטענות הבאות אינה נכונה?
א. קיים משולש ישר זווית ובו זווית בת 60°
ב. קיים משולש שווה שוקיים בו זוויות הבסיס קהות.
ג. קיים משולש שווה שוקיים בו זווית הראש קהה.
ד. קיים משולש בו אחת הזוויות היא בת 1°.
</td></tr>
</table>

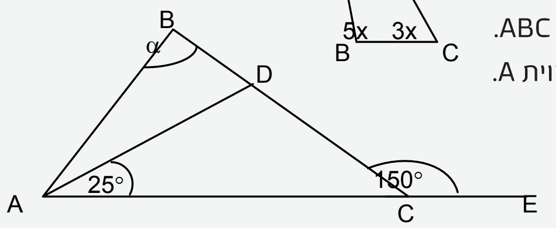
תחום גאומטרי: 3. משולש ומנסרה משולשת (10 שעות)

זוויות המשולש

6. במשולש ABC נתון כי זווית A שווה ל- $100°$.
איזו מבין הטענות הבאות **אינה נכונה**?
א. הזווית B קטנה מזווית A.
ב. זווית B קטנה מ-$90°$.
ג. המשולש ABC הוא משולש קהה-זווית.
ד. סכום הזוויות B ו-C גדול מזווית A.



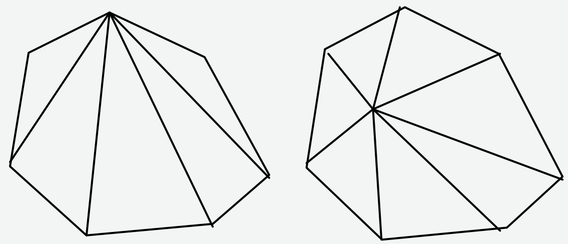
7. בשרטוט שלפניכם x מייצג את הגודל של זווית A במשולש ABC.
היעזרו בנתונים המופיעים בשרטוט וחשבו את הגודל של זווית A.
8. נתון משולש ABC. CE הוא המשך הצלע AC (ראו שרטוט).
AD הוא חוצה זווית BAC.
נתון: $\sphericalangle BCE = 150°$, $\sphericalangle DAC = 25°$ מה גודלה של הזווית α?



זוויות במרובע
זוויות במצולעים

סכום זוויות במרובע הוא $360°$.
סכום זוויות במצולע בעל n צלעות הוא $180(n - 2)$

דגש:
1. העובדה תנומק על ידי חלוקת המרובע (או המצולעים) למשולשים על ידי אלכסון (או האלכסונים). מוצעות שתי דרכים לחלוקה:



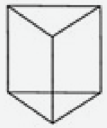
2. סכום הזוויות במרובע שאינו קמור גם הוא $360°$.
ניתן להגיע לחישוב גודל כל זווית במצולע משוכלל בעל n צלעות.

תחום גאומטרי: 3. משולש ומנסרה משולשת (10 שעות)	
צלעות המשולש	**סכום שתי צלעות במשולש גדול מצלע שלישית.** הטענה תתקבל באמצעות שימוש במודלים כמו קשיות, ישרים משורטטים על שקף, שרטוט משולשים, וכשנתונים אורכים של צלעות. **דגש:** במשולש ישר זווית היתר גדול מכל אחד מהניצבים. **דוגמאות:** 1. במשולש נתונות שתי צלעות: 12 ס"מ = AB ו- 5 ס"מ = AC. איזו מבין הטענות הבאות אינה אפשרית? (ניתן להיעזר בשרטוט משולשים) א. המשולש ABC שווה שוקיים והבסיס שלו 5 ס"מ. ב. המשולש ABC שווה שוקיים והבסיס שלו 12 ס"מ. ג. המשולש ABC ישר זווית והצלעות AB ו- AC ניצבים שלו. ד. המשולש ABC ישר זווית ו- AB הוא היתר במשולש. 2. נתונים שלושה מקלות באורכים שונים. כמה משולשים שונים ניתן לבנות בעזרתם? 3. נתון חוט שאורכו 12 ס"מ. יש לגזור את החוט לשלושה חלקים כך ש: • ניתן יהיה ליצור משולש מהחלקים; • אי אפשר יהיה ליצור משולש מהחלקים.

תחום גאומטרי: 3. משולש ומנסרה משולשת (10 שעות)

מנסרה משולשת ישרה: היכרות עם הגוף, חישוב שטח פנים, חישוב נפח, פריסה

מנסרה משולשת ישרה היא גוף ששתיים מפאותיו הן משולשים ו-3 פאות הן מלבנים. המשולשים נקראים 'בסיסי המנסרה', והמלבנים נקראים 'פאות צדדיות של המנסרה'.

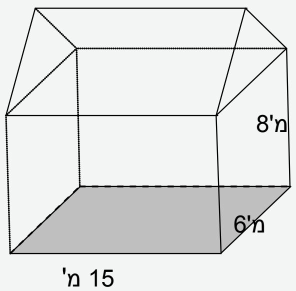


דגשים:

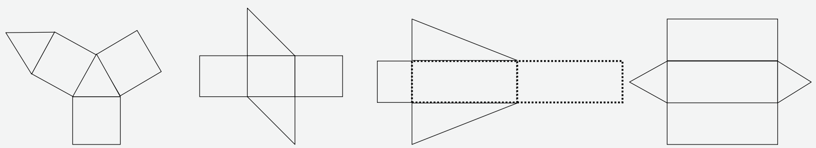
1. ניתן לקבל נפח של מנסרה משולשת, שהבסיס שלה משולש ישר זווית, על ידי חציית תיבה לשתי מנסרות (כפי שנעשה בנושא שטח, במעבר ממלבן למשולש ישר זווית).
2. ניתן לקבל נפח של מנסרה משולשת כלשהי כסכום או כהפרש של שתי מנסרות שבסיסיהן משולשים ישרי זווית.
3. יש ללמוד לחשב את שטח הפנים והנפח של מנסרה שממדיה נתונים באמצעים מספריים ואלגבריים.
4. יש לדון בהשתנות שטח פני המנסרה המשולשת כתוצאה משינויים חיבוריים וכפליים באורכי המקצועות, למשל, במקרים בהם אורכי כל המקצועות מוכפלים פי 2.
5. יש לדעת לשרטט פריסה של מנסרה משולשת.
6. ניתן לשלב ידע בנושאים: צורות חופפות, סוגי משולשים ומנסרות משולשות.

דוגמאות:

1. א. מאילו גופים מורכב המבנה באיור?
   ב. חשבו את נפח המבנה, אם נתון שהגובה של הגג הוא 2 מ'.
   ג. אם נפח הגג הוא 765 מ"ק, מה גובהו של הגג?



2. בדקו את הפריסות הבאות וקבעו מאילו מהן אפשר לבנות מנסרה משולשת ומאילו אי אפשר.



3. תארו את התכונות של בסיסי המנסרה כאשר ידוע ש:
   - שלוש הפאות הצדדיות חופפות זו לזו;
   - שתיים מהפאות הצדדיות חופפות זו לזו;
   - הפאות הצדדיות של המנסרה אינן חופפות.
4. דונו במקרים שבהם מצירוף של שתי מנסרות משולשות ניתן לקבל:
   - מנסרה משולשת;
   - תיבה;
   - גוף אחר.

תוכנית הלימודים לכיתה ח

הנחיות כלליות[1]

מבנה התוכנית ועקרונותיה:

1. כמו בכיתה ז, תוכנית הלימודים מחולקת לשלושה תחומים - תחום מספרי, תחום אלגברי ותחום גאומטרי. על שלושת התחומים להילמד תוך שילוב מושכל ביניהם. בכל נושא מובאים הן דגשים והן דוגמאות אפשריות לשילוב בין התחומים.
2. הלימוד מבוסס על שלושה סבבים, כשבכל אחד מהם יש למידה של כל אחד משלושת התחומים. כל סבב מתבסס על הסבבים שקדמו לו.
3. לימודי התחום המספרי בכיתה ח מושתתים על הידע שנצבר במהלך בית הספר היסודי ובכיתה ז. המושג 'יחס', הנלמד בתחילת השנה כסבב נוסף על לימודי בית הספר היסודי, מהווה מוטיב מרכזי בהמשך הלימודים בכיתה ח במגוון נושאים: קנה מידה, קטעים פרופורציוניים, דמיון משולשים, שיפוע של קו ישר, פונקציה קווית מהצורה $y = mx$, אחוזים, שכיחות יחסית והסתברות.
4. לימודי התחום האלגברי בכיתה ח מבוססים על המושגים והמיומנויות שנלמדו בכיתה ז, כגון: ביטוי אלגברי, פתרון משוואה והמושג **פונקציה**. בכיתה ח המושג 'פונקציה קווית' מוביל אל עבר פתרון משוואות קוויות, מערכות משוואות קוויות בשני נעלמים, אי-שוויונות, משוואות עם ערך מוחלט וכן שאלות מילוליות שפתרונן נעשה באמצעים אלה.
5. לימודי הגאומטרייה בכיתה ח, בדומה לכיתה ז, נלמדים בגישה קדם-דדוקטיבית, והם מושתתים על היכרות עם המושגים שנלמדו בכיתה ז. המושגים המרכזיים הנלמדים בכיתה ח (חפיפה ודמיון) נלמדים כבסיס וככלי עזר ללימודי הגאומטרייה ההיסקית בהמשך הלימודים. לפיכך, תשומת לב רבה מופנית בלימודי הגאומטרייה בכיתה ח לחיזוק השכנוע הפנימי של התלמידים באשר לנכונות משפטי החפיפה ומשפט הדמיון שאליהם הם נחשפים, להגיון שטמון בהם, וכן לשאלה מדוע התנאים בכל אחד ממשפטים אלה הכרחיים ומספיקים.
6. בתוכנית תכנים נוספים (על רקע אפור) עבורהמיועדים לתלמידים מתקדמים ומתעניינים.

1 בתכנית מופיעות דוגמאות הלקוחות ממבחני המיצ"ב.
וכן דוגמאות שפותחו בנושא צרכנות נבונה בשיתוף פעולה עם המועצה הישראלית לצרכנות.

סבב 1

תחום אלגברי	תחום מספרי	תחום גאומטרי
פונקציה קווית, אי-שוויון (20 שעות)	**יחס, פרופורציה, קנה מידה** (20 שעות)	**משולשים חופפים, תיכון ומשולש שווה שוקיים** (קדם דדוקטיבי) (14 שעות)

תחום אלגברי: 1. פונקציה קווית, אי-שוויון (20 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
הפונקציה הקווית	**פונקציה קווית היא פונקציה שבה קצב ההשתנות הוא אחיד.** **דגשים:** 1. התלמידים מכירים את המושג 'קצב השתנות אחיד' מכיתה ז. 2. בפרק זה נעשית האחדה בין שלושה היבטים של הפונקציה הקווית: פונקציה שבה קצב ההשתנות הוא אחיד, פונקציה שהגרף שלה הוא קו ישר, ופונקציה שהייצוג האלגברי שלה הוא מהצורה: $y = mx + b$. 3. יש לפתוח בדוגמאות של פונקציות שבהן קצב ההשתנות אחיד (טבלאות ערכים וגרפים) וללמוד שכל הפונקציות שבהן קצב ההשתנות הוא אחיד ניתנות לייצוג באמצעות משוואה מהצורה $y = mx + b$. 4. יש ללמוד את המשמעות של השיפוע של פונקציה קווית (היחס שבין ההשתנות של y ובין ההשתנות של x), ולזהות את ערכו עם המקדם של x בייצוג האלגברי של הפונקציה. 5. יש ללמוד שהגרפים של שתי פונקציות קוויות (שונות) שלהן אותו שיפוע הם **מקבילים**. 6. יש לקשר בין **הסימן של השיפוע** ובין עלייה / ירידה של פונקציה קווית. השיפוע של פונקציה קבועה הוא אפס. 7. יש לקשר בין **המקדם החופשי** בפונקציה הקווית (הפרמטר b), לבין ערך הפונקציה כש $x=0$, ולבין נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה-y בייצוג הגרפי. 8. יש ללמוד למצוא את נקודת החיתוך של גרף של פונקציה קווית עם ציר ה-x. זו הזדמנות לחזור על פתרון משוואות ממעלה ראשונה. 9. יש ללמוד למצוא ייצוג אלגברי של פונקציה קווית בהינתן גרף, בהינתן ערכיה בשתי נקודות ובהינתן ערכה בנקודה אחת והשיפוע שלה. 10. מומלץ לפתח יכולת לאמוד את גודלו של השיפוע מתוך התבוננות בגרף.

תחום אלגברי: 1. פונקציה קווית, אי-שוויון (20 שעות)

הפונקציה הקווית

דוגמאות:

1. לפניכם ייצוג של פונקציה g כטבלת ערכים חלקית: (יש לחזור על כך שאנו מניחים שניתן ללמוד מהטבלה על הפונקציה גם עבור ערכים שאינם בטבלה)

x	1	2	3	4	5	6	7
g(x)	4	7	10	13	16	19	22

א. האם פונקציה זו מתארת קצב השתנות אחיד? נמקו את תשובתכם.

ב. מהו קצב ההשתנות של הפונקציה?

ג. שרטטו את הגרף של פונקציה זו.

ד. מהו ערך הפונקציה בנקודות: $x = 8, x = 12$ ו- $x = 100$?

2. נתונה הפונקציה $y = 2x + 4$

א. בנו טבלת ערכים חלקית שבה 5 נקודות.

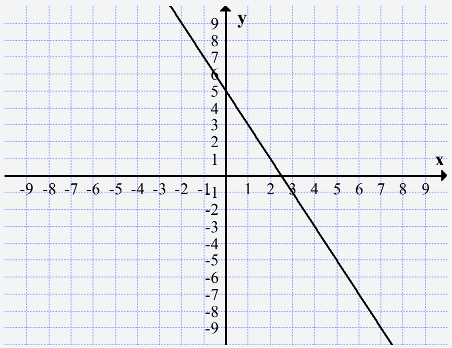
ב. שרטטו את הגרף של פונקציה זו.

ג. מהו קצב ההשתנות (השיפוע) של הפונקציה?

ד. מהו ערך הפונקציה כש- $x = 0$?

ה. עבור איזה ערך של x ערך הפונקציה הוא אפס?

3. נתון גרף של פונקציה קווית:



א. בנו טבלת ערכים חלקית הכוללת 5 נקודות.

ב. מהו קצב ההשתנות (השיפוע) של הפונקציה?

ג. מהו ערך הפונקציה כש- $x = 0$?

ד. מהו הייצוג האלגברי של גרף זה?

4. נתון שגרף של פונקציה קווית עובר דרך הנקודות $(1,-2)$ ו-$(3,2)$.

א. מהו קצב ההשתנות של הפונקציה?

ב. שרטטו את גרף הפונקציה.

ג. מהו ערך הפונקציה כש- $x = 0$? כש- $x = 5$?

ד. מהו הייצוג האלגברי של פונקציה זו?

תחום אלגברי: 1. פונקציה קווית, אי-שוויון (20 שעות)

הפונקציה הקווית

5. מהו הייצוג האלגברי של הגרף הישר העובר דרך הנקודה (3,5) ומקביל לישר העובר דרך הנקודות (2,4) ו-(3,6.5)?
6. נתונות שתי הפונקציות: $g(x) = -2x - 10$ $f(x) = 3x + 5$
   א. שרטטו את הגרפים של שתי הפונקציות במערכת צירים משותפת.
   ב. מהם שיעורי נקודת החיתוך של שני הגרפים?
   ג. מהו הערך של x שעבורו $f(x) = g(x)$?

הערות:

1. לפונקציה קווית קוראים גם **פונקציה ממעלה ראשונה**, או **פונקציה ליניארית**.
2. **קו אנכי** אינו גרף של פונקציה, ולמרות זאת יש לו ייצוג אלגברי.
3. כשלומדים **אי-שוויונות קוויים** מומלץ לקשר אותם **לתחומי חיוביות / שליליות** של הפונקציה הקווית.

ייצוג תופעות באמצעות פונקציות קוויות

דגשים:

1. יש לעסוק בפונקציות קוויות בהקשר של שאלות מילוליות.
2. יש לפתור בעיות המתארות תהליכי השתנות באמצעות פונקציות קוויות.

דוגמה:

משאית יצאה בשעה 6:00 מאילת לקריית שמונה (המרחק בין הערים כ-600 ק"מ).
באותה השעה יצאה משאית אחרת מקריית שמונה לכיוון אילת.
האיור מימין מציג גרפים המתארים את המרחק מאילת של שתי המשאיות בזמנים שונים.
א. בגרף מסומנות 4 נקודות. הסבירו מה מתארות נקודות אלה.
ב. מה הייתה מהירותה של המשאית שיצאה מאילת?
ג. באיזו שעה ובאיזה מרחק מאילת נפגשו המשאיות?
ד. איזו משתי המשאיות נסעה מהר יותר, וכיצד ניתן לדעת זאת?
ה. כתבו שני ביטויים אלגבריים המתאימים לשתי הפונקציות בגרף.

תחום אלגברי: 1. פונקציה קווית, אי-שוויון (20 שעות)	
אי-שוויונות קוויים	היכרות ראשונית עם המושג **אי-שוויון אלגברי** ופתרונו **דגשים:** 1. אי-שוויון אלגברי הוא אי-שוויון שלפחות באחד משני האגפים שלו יש משתנה או נעלם (תלוי בהקשר). 2. פתרון של אי-שוויון אלגברי הוא מציאת תחום הערכים של המשתנה שעבורו אי-השוויון מתקיים. 3. בשלב זה של הלימוד, המכנים בשברים אלגבריים הם מספריים בלבד. 4. יש לעסוק באי-שוויונות קוויים באמצעים אלגבריים וגרפיים. 5. יש לעסוק בפתרון אי-שוויונות שבהם אי-השוויון הופך כיוון כתוצאה של כפל או חילוק במספר שלילי. **דוגמאות:** 1. מהם תחומי הערכים של x שעבורם מתקיימים אי-השוויונות הבאים: א. $x + 3 < 7.1$ ב. $8x - 4 > 17.2$ ג. $-2x > 1.3$ 2. נתונות שתי הפונקציות: $g(x) = 3x - 7$ $f(x) = -2x + 3$ א. שרטטו את הגרפים של שתי הפונקציות על אותה מערכת צירים. ב. מהו תחום הערכים של x שעבורו $f(x) < 0$? ג. מהי הנקודה x שבה $f(x) = g(x)$? ד. מהו תחום הערכים של x שעבורו $f(x) < g(x)$? 3. פתרו את אי-השוויון הבא: $\frac{3x+5}{-2} < 8$

תחום מספרי: 1. יחס, פרופורציה וקנה מידה (כולל שימושים אלגבריים) (20 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
יחס בין מספרים	**יחס הוא המנה של שני מספרים (גדלים או כמויות) חיוביים, ומשמש להשוואה בשאלה פי כמה גדול / קטן האחד מהשני.** **דגשים:** 1. יחס נקרא משמאל לימין. לדוגמה: את היחס 3 : 4 קוראים משמאל לימין: "3 ל- 4". 2. אם היחס בין גודל קבוצה א לגודל קבוצה ב הוא 2 : 5 אז היחס בין גודל קבוצה ב לגודל קבוצה א הוא 5 : 2. 3. כפי שפעולת החילוק מבטאת שתי משמעויות נפרדות (חילוק להכלה וחילוק לחלקים), כך גם פעולת היחס: הכוונה ליחס בין מספרי קבוצות הומוגניות, או ליחס פנימי של איברים בקבוצות הטרוגניות. לדוגמה: אם היחס בין מספר הבנים בכיתה למספר הבנות הוא 3 : 4 אז ניתן לחלק את הכיתה ל-7 (3+4) קבוצות שוות בגודלן שמהן שלוש קבוצות כוללות רק בנים וארבע קבוצות כוללות רק בנות; זהו יחס בין מספרי קבוצות הומוגניות. לעומת זאת, ניתן לחלק את הכיתה לקבוצות של 7 תלמידים באופן שבכל קבוצה 3 בנים ו- 4 בנות. זהו יחס פנימי של איברים בקבוצות הטרוגניות. 4. היחס בין שתי תת-קבוצות, שיחד הן הקבוצה כולה, קובע את היחס בין כל אחת מתת-הקבוצות לקבוצה הכוללת. אם היחס בין מספר הבנים בכיתה למספר הבנות הוא 3 : 4 אז הבנים הם $\frac{3}{7}$ מתלמידי הכיתה והבנות הן $\frac{4}{7}$ מתלמידי הכיתה. היחס בין מספר הבנים לבין כלל תלמידי הכיתה הוא 3 : 7 . היחס בין מספר הבנות לבין כלל תלמידי הכיתה הוא 4 : 7. 5. עבור יחס נתון, יש אינסוף זוגות מספרים שהיחס ביניהם הוא יחס זה. מידיעת היחס וידיעת אחד מהמספרים ניתן לקבוע בוודאות מהו המספר השני. צמצום והרחבה של יחס איננו משנה אותו. לדוגמה: בכיתה ח1 12 בנים ו- 16 בנות. בכיתה ח2 15 בנים ו- 20 בנות. בשתי הכיתות היחס בין מספר הבנים למספר הבנות הוא 3 : 4 . 6. הוספה או הורדה של אותו מספר איברים בשתי הקבוצות, משנה את היחס ביניהן (למעט כאשר היחס הוא 1 : 1). לדוגמה: בכיתה ח1 12 בנים ו- 16 בנות. לכיתה נוספים 3 בנים ו- 3 בנות. בכיתה המורחבת היחס בין מספר הבנים למספר הבנות שונה מהיחס בכיתה המקורית. 7. יש להבחין כי יחס יכול להתקיים בין גדלים מאותו סוג, כגון: יחס בין מספרי פריטים או בין אורכים, וגם בין גדלים מסוגים שונים, כגון יחס בין כמות לעלות (מחיר ליחידה) או יחס בין מרחק לזמן (מהירות). כאשר היחס הוא בין גדלים מאותו סוג אז הוא אינו משתנה כשמשנים את יחידות המידה. כאשר היחס הוא בין גדלים מסוגים שונים, אז ליחס יש יחידות מידה. **דוגמאות:** 1. בשבט של הצופים יש 2 מדריכים לכל 10 חניכים. א. מהו היחס בין מספר המדריכים לבין מספר החניכים? ב. מהו היחס בין מספר החניכים לבין מספר המדריכים?

תחום מספרי: 1. יחס, פרופורציה וקנה מידה (כולל שימושים אלגבריים) (20 שעות)	
יחס בין מספרים	2. היחס בין אורכי הניצבים במשולש ישר זווית הוא 3 : 5. מאריכים כל צלע פי 2. האם משתנה היחס בין אורכי הניצבים? אם לא - מדוע? אם כן, כתבו את היחס החדש. 3. אורכי הניצבים במשולש ישר זווית הם 6 ס"מ ו- 8 ס"מ. א. מהו היחס בין הניצבים? ב. מאריכים כל ניצב ב- 2 ס"מ. האם משתנה היחס בין אורכי הניצבים? אם לא - מדוע? אם כן, רשמו את היחס החדש.
חלוקה ביחס נתון	**חלוקה ביחס נתון היא פיצול של קבוצה נתונה לשתי תת-קבוצות כך שהיחס בין הגדלים שלהן יהיה שווה ליחס הנתון.** **דגשים:** 1. חלוקה ביחס נתון אפשרית עבור כמויות בדידות ועבור כמויות רציפות. החלוקה עבור כמויות בדידות תודגם במקרה בו ניתן לבצע בפועל את החלוקה במספרים שלמים. 2. יש לתרגל חלוקה ביחס נתון באמצעים חשבוניים ובאמצעים אלגבריים. 3. חלוקה ביחס נתון יכולה להיות מבוססת על יחס בין מספרי קבוצות הומוגניות או על יחס פנימי של איברים בקבוצות הטרוגניות (שלעתים נתפס כאינטואיטיבי יותר). יש לשים לב לכך שהשימושים שיהיו בהמשך תוכנית הלימודים לחלוקה ביחס נתון יהיו מבוססים בעיקר על יחס בין מספרי קבוצות הומוגניות. לדוגמה: חלוקת אורך קטע ביחס נתון מבוסס על מספר הפעמים שמידה משותפת מוכלת בכל אחד מהקטעים. 4. ניתן לפצל קבוצה נתונה לשלוש או יותר תת-קבוצות כך שהיחס בין הגדלים של כל שתיים מביניהן יהיה שווה ליחס נתון. כך, חלוקת קבוצה לשלוש תת-קבוצות ביחס 5 : 3 : 4 משמעה: • היחס בין הגודל של תת-קבוצה א לגודל של תת-קבוצה ב הוא 5 : 3. • היחס בין הגודל של תת-קבוצה א לגודל של תת-קבוצה ג הוא 5 : 4. • היחס בין הגודל של תת-קבוצה ב לגודל של תת-קבוצה ג הוא 3 : 4. היחס בין שלוש תת-הקבוצות, שיחד הן הקבוצה כולה, קובע את היחס בין כל אחת מתת-הקבוצות לקבוצה הכוללת. **דוגמאות:** 1. חילקו 18 כדורי משחק לשתי קבוצות של ילדים ביחס של 4 : 5. 2. חילקו 56 גולות בין אורי ודן ביחס של 2 : 5. אילו מההיגדים הבאים מתאימים לבעיה? א. על כל 2 גולות שיש לאורי, יש לדן 5 גולות.

<table>
<tr><th colspan="2">תחום מספרי: 1. יחס, פרופורציה וקנה מידה (כולל שימושים אלגבריים) (20 שעות)</th></tr>
<tr><td>חלוקה ביחס נתון</td><td>ב. לאורי $\frac{2}{5}$ מסך כל הגולות שיש לשניהם.
ג. אורי יקבל $\frac{2}{7}$ מהגולות, ודן יקבל $\frac{5}{7}$ מהגולות.
ד. מכל 7 גולות שמחולקות ביחס המבוקש, לאורי יש 2 גולות ולדן יש 5 גולות.
ה. מכל 7 גולות שמחולקות ביחס המבוקש, לדן יש 2 גולות ולאורי יש 5 גולות.
ו. היחס בין מספר הגולות של אורי לבין מספר הגולות של דן הוא 4 : 10.
3. שותף אחד השקיע בעסקה 2,000 ש"ח וחברו השקיע 3,000 ש"ח. הוסכם שהרווח יחולק ביניהם לפי יחס ההשקעות. איך יחלקו ביניהם רווח של 1,200 ש"ח?
4. היקף מלבן הוא 40 ס"מ. היחס בין צלעותיו הוא 3 : 5. מהם אורכי הצלעות של המלבן?
5. היחס בין גודלן של שלוש הזוויות במשולש הוא 2 : 3 : 4. מה גודלה של כל אחת מהזוויות?
6. שלושה חברים יצאו לטייל, ובאחת ההפסקות התכוונו לאכול. האחד הוציא מתרמילו 4 כריכים, השני 6 כריכים אך השלישי, התברר, שכח את הכריכים בבית. הוחלט כי 10 הכריכים יחולקו שווה בשווה. כשסיימו לאכול, הוציא החבר השלישי 25₪ כדי לכסות את חלקו בהוצאות הארוחה.
א. מהו היחס בין כמויות הכריכים שהביאו שלושת החברים?
ב. סוכם, שכספו של החבר השלישי יחולק בין שני החברים האחרים באותו יחס כמו היחס בין מספר הכריכים שקיבל מכל אחד מהם. באיזה יחס יחלקו ביניהם שני החברים את הכסף, ומהו הסכום שיקבל כל אחד מהם?</td></tr>
<tr><td>פרופורציה</td><td>פרופורציה היא שוויון בין יחסים.
לערך הקבוע של היחס קוראים מקדם הפרופורציה.

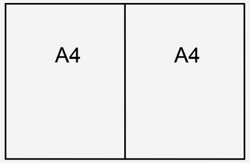
דגשים:
1. שוויון בין יחסים משמש בחומר הלימודים של כיתה ח במספר מקרים, כגון: בדמיון משולשים, בחישובי אחוזים, בשיפוע של גרף. לגרף יש שיפוע קבוע, אם לכל בחירה של שני זוגות נקודות תתקבל הפרופורציה: $\frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} = \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2}$.
2. יש ללמוד למצוא את המספר x החסר בפרופורציות מהסוג: $\frac{x}{a} = \frac{b}{c}, \quad \frac{a}{x} = \frac{b}{c}$
3. יש לדעת להמיר פרופורציה בפרופורציה השקולה לה.
לדוגמה, בקנייה במחיר קבוע ליחידה מתקבלת הפרופורציה: $\frac{\text{תשלום א}}{\text{תשלום ב}} = \frac{\text{כמות א}}{\text{כמות ב}}$
פרופורציה שקולה היא: $\frac{\text{תשלום א}}{\text{כמות א}} = \frac{\text{תשלום ב}}{\text{כמות ב}}$
4. יישום פרופורציה באלגברה: יש לשלב פתרון משוואות עם המושג 'פרופורציה'. המשוואות צריכות לנבוע משאלות מהתחום המספרי האלגברי והגאומטרי.
5. למתקדמים: יש לפתור שאלות מילוליות המשלבות פרופורציה בהקשר של תערובות, ריכוזים ומהילה.</td></tr>
</table>

תחום מספרי: 1. יחס, פרופורציה וקנה מידה (כולל שימושים אלגבריים) (20 שעות)

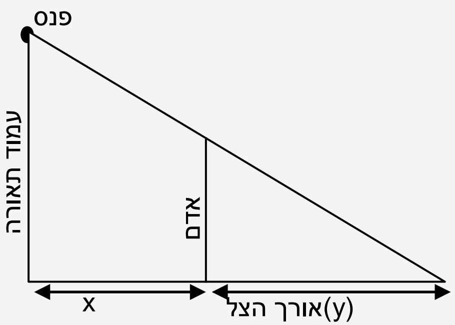
פרופורציה

דוגמאות:

1. בכד יש 4 כוסות מים ו- $\frac{1}{2}$ כוס סוכר. כמה סוכר נשים בכד קטן יותר שמכיל 3 כוסות מים כדי לשמור על אותה מתיקות של המשקה?
2. להכנת בצק פריך דרושים 2.5 כוסות קמח, חצי כוס סוכר ושני חלמונים. מהי כמות הקמח ומהי כמות הסוכר הדרושות כדי לשמור על היחסים האלה, אם מוסיפים לתערובת חלמון נוסף?
3. היחס בין הצלע הגדולה לצלע הקטנה של גיליון מלבני A3 שווה ליחס בין הצלע הגדולה והצלע הקטנה של גיליון מלבני A4. שני גיליונות A4 המונחים זה לצד זה יוצרים גיליון A3 אחד (ראו ציור). מהו היחס בין האורך לבין הרוחב של כל גיליון?



4. במכולת נמכרים 3 סוגים של דגני בוקר.
סוג א: משקל הדגנים הוא 375 גר' וערכם האנרגטי הוא 390 קלוריות.
סוג ב: משקל הדגנים הוא 500 גר', וערכם האנרגטי הוא 540 קלוריות.
סוג ג: משקל הדגנים הוא 625 גר', וערכם האנרגטי הוא 675 קלוריות.
האם בין שלושת סוגי דגני הבוקר ישנם כאלה המקיימים פרופורציה בין מספר הקלוריות לבין משקל הדגנים?
האם קיימים שני סוגים של דגני בוקר שיחס המשקלים ביניהם שווה ליחס בין מספר הקלוריות שבהם?
5. על המדרכה ממוקם עמוד תאורה ועליו פנס בגובה 3 מ' מן המדרכה.
בערב, כאשר הפנס דולק, ואנשים עוברים על המדרכה, משתנה אורך הצל שלהם כאשר הם מתקרבים אל העמוד או מתרחקים ממנו.
אורך הצל תלוי, כמובן, גם בגובה האדם.



נסמן:
את גובה האדם (במטרים) ב-g.
את מרחקו מן העמוד (במטרים) ב-x.
את אורך הצל (במטרים) ב-y.
אפשר לחשב את אורך הצל y של האדם לפי הנוסחה הבאה: $y = \frac{g}{3-g}x$
א. מדוע הנוסחה נכונה?
ב. אנשים שונים בעלי אותו גובה עומדים במרחקים שונים מעמוד התאורה.
האם יש פרופורציה בין המרחק שלהם מעמוד התאורה לבין אורך הצל שלהם?
אם כן, קבעו מהו מקדם הפרופורציה.
ג. נתון כי אורך צל האדם הוא 1.5 מ' ומרחקו של האדם מהעמוד הוא מטר אחד, חשבו את גובהו.
ד. האם ייתכנו שני בני אדם בעלי גובה שונה ואורך צל שווה? נמקו.
ה. אדם בגובה 1.80 מ' הולך ליד העמוד. מה מרחקו מן העמוד כאשר אורך צילו 3 מטרים?

תחום מספרי: 1. יחס, פרופורציה וקנה מידה (כולל שימושים אלגבריים) (20 שעות)	

יחס ישר

שני גדלים חיוביים משתנים, אשר היחס ביניהם קבוע, מקיימים יחס ישר.
כלומר: כאשר נתונים שני גדלים חיוביים, א ו- ב, וכאשר גודל א גדל (קטן) פי מספר מסוים, גם גודל ב גדל (קטן) פי אותו המספר (יש שוויון יחסים), בין שני הגדלים הללו מתקיים יחס ישר.

דגשים:

1. כאשר קיים יחס ישר בין שני גדלים משתנים, אז כל שני זוגות ערכים שלהם מקיימים פרופורציה.
2. למושג **יחס ישר** יש קשר לפונקציה קווית העוברת בראשית הצירים. הפונקציה $y = mx$ מייצגת יחס ישר בין שני גדלים משתנים: כאשר x גדל פי k, גדל גם y פי k. יש להדגים את הקשר בין יחס ישר לפונקציה קווית בשלל דוגמאות ובמגוון רחב של הקשרים.
3. יש לתרגל את נושא היחס הישר באמצעים חשבוניים ובאמצעים אלגבריים.

דוגמאות:

1. לפניכם רשימה של זוגות גדלים חיוביים משתנים. קיבעו לגבי כל אחד מהם האם הוא מקיים יחס ישר.
   א. מכונית נוסעת מירושלים לתל אביב במהירות קבועה. האם קיים יחס ישר בין הזמן שחלף מאז צאתה מירושלים לבין המרחק שעברה?
   ב. בשקית חלב יש חלב אחיד שבו 3% שומן. מוזגים את החלב לתוך כוס. האם קיים יחס ישר בין כמות השומן שבכוס לבין כמות החלב שבכוס?
   ג. במלבן יש צלע באורך 1 ס"מ, וצלע נוספת בגודל משתנה. האם קיים יחס ישר בין אורך הצלע הנוספת לבין היקף המלבן?
   ד. במלבן יש צלע באורך 3 ס"מ, וצלע נוספת בגודל משתנה. האם קיים יחס ישר בין שטח המלבן לבין אורך הצלע הנוספת?
   ה. חוק בויל: בלון גמיש ממולא בגז. האם קיים יחס ישר בין נפח הגז שבבלון לבין הלחץ של הגז?
   ו. חוק גה-ליסאק: מכל קשיח ממולא בגז. האם קיים יחס ישר בין טמפרטורת הגז שבמכל לבין הלחץ של הגז?
   ז. בתנאים מתאימים, חיידק מתרבה באופן שהוא מתחלק לשניים בכל חצי שעה. האם קיים יחס ישר בין מספר החיידקים לבין הזמן שחלף מאז החלה חלוקת תאי החיידק?
2. אחד התלמידים בכיתה גילח את שיער ראשו. חבריו מדדו מספר פעמים את אורך שיערו הצומח, וריכזו את הנתונים בטבלה הבאה:

מספר השבועות שחלפו מיום גילוח השיער	2	3	5	8	9	10
אורך השיער במילימטרים	12	18	30	48	54	60

   1. הכינו מערכת צירים מתאימה, וסמנו עליה נקודות המתאימות לנתונים שבטבלה.
   2. האם קיים יחס ישר בין אורך השיער לבין מספר השבועות שחלפו מיום גילוח השיער?
   3. האם לדעתכם ניתן להוסיף את נקודת החיתוך של שני הצירים לקבוצת הנקודות שמתארות את גידול השיער? נמקו את תשובתכם.
   4. האם ניתן ללמוד מהנתונים על קצב הגדילה של השיער? אם כן, מצאו את קצב הגדילה של השיער.

תחום מספרי: 1. יחס, פרופורציה וקנה מידה (כולל שימושים אלגבריים) (20 שעות)

קנה מידה

קנה מידה הוא יחס בין גודל בשרטוט או בדגם לבין גודל במציאות.

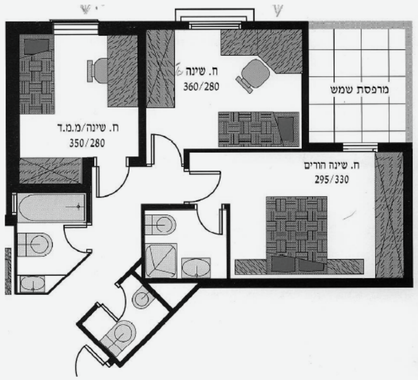
דגשים:

1. מקובל לרשום קנה מידה כיחס שאחד המספרים בו הוא 1: בהקטנה - רשום 1 מצד שמאל, ובהגדלה - רשום 1 מצד ימין. בכתיבת קנה מידה נמדדים שני האגפים באותה יחידת מידה. למשל, אם כל שני ס"מ במפה מייצגים קילומטר אחד במציאות, ייכתב קנה המידה בצורה: 1 : 50,000.
2. יש לדעת לשרטט שרטוט פשוט על פי קנה מידה.
3. יש למצוא קנה מידה על פי מידות נתונות בשרטוט ובמציאות, יש למצוא גודל במציאות על פי קנה המידה והגודל שנמדד בשרטוט, ויש למצוא גודל בשרטוט על פי קנה המידה והגודל הנתון שבמציאות.
4. התרגילים יכללו המרות של יחידות אורך.
5. שרטוט מצולע בקנה מידה מדגים דמיון מצולעים.

דוגמאות:

1. במוזיאון מוצג מודל כדור הארץ. הקוטר של כדור הארץ במודל שווה למטר אחד.
   במציאות, קוטר כדור הארץ הוא כ- 12,500 ק"מ.
   א. מהו קנה המידה של המודל?
   ב. מהו היקף כדור הארץ במציאות ומהו ההיקף במודל?
   ג. מהו אורך הגבול של מדינה מסוימת במודל, אם אורך הגבול שלה במציאות הוא 1,000
   ד. כתבו ביטוי אלגברי המאפשר למצוא את אורך הגבול של מדינה כלשהי במודל הזה, אם ידוע אורך הגבול שלה במציאות.

2. בנימין גר בבני ברק, רינה ברמת גן, גדעון בגבעתיים ותמר גרה בתל אביב.
   מהו המרחק בקו אווירי:
   א. מביתו של בנימין לביתה של תמר?
   ב. מביתו של גדעון לביתה של תמר?
   ג. מביתה של רינה לביתו של גדעון?



3. השרטוט שלפניכם הוא תוכנית של דירה.
   ענו על השאלות על פי השרטוט:
   א. מהו אורך השרטוט של חדר השינה המרכזי?
   ב. מהו רוחב השרטוט של חדר השינה המרכזי?

תחום מספרי: 1. יחס, פרופורציה וקנה מידה (כולל שימושים אלגבריים) (20 שעות)	
קנה מידה	ג. מהו שטח השרטוט של חדר השינה המרכזי? ד. מהו השטח (במציאות) של מרפסת השמש? ה. מהו קנה המידה של התכנית? 4. לקראת המכרז על הקמת מבנה חדש באתר מגדלי התאומים, נבנה דגם של אחת ההצעות בקנ"מ של 1:500. א. פי כמה גדול רוחב הבניין במציאות מגודלו בדגם? ב. פי כמה גבוה הבניין במציאות מגובהו בדגם? ג. פי כמה גדול שטח הבניין במציאות מגודלו בדגם? ד. פי כמה גדול נפח הבניין במציאות מגודלו בדגם? 5. לפניכם תמונה מוגדלת של חיפושית. אורך גוף החיפושית במציאות הוא 0.6 ס"מ ובסרטוט הוא 6 ס"מ. א. היחס בין אורך החיפושית בתמונה **המוגדלת** לאורך החיפושית במציאות? ב. מהו קנה המידה שבו משורטטת החיפושית? 
יחס הפוך	**שני גדלים חיוביים משתנים, אשר המכפלה שלהם קבועה, מקיימים יחס הפוך.** **כלומר: כאשר נתונים שני גדלים חיוביים, א ו- ב, כך שכשגודל א גדל (קטן) פי מספר מסוים, גודל ב קטן (גדל) פי אותו המספר, אז בין שני הגדלים יש יחס הפוך.** **דגשים:** 1. יחס הפוך נלמד בשלב זה בשל נגישות התלמידים לתופעות המיוצגות בעזרת יחס הפוך, וכדי שהתלמידים יהיו מודעים כבר משלב זה שלא כל קשר בין שני גדלים מתאפיין באמצעות יחס ישר. 2. הפונקציה $y = \frac{k}{x}$ מייצגת יחס הפוך: הקשר בין ערכי x ו- y הוא כזה שמכפלתם קבועה ואינה 0, $k \neq 0$ $xy = k$. **דוגמאות:** 1. יואב ויאיר יצאו מארזים והגיעו לאשלים. יואב צעד ברגל במהירות קבועה במשך 9 שעות, יאיר רכב על אופניו במהירות קבועה במשך 3 שעות. פי כמה הייתה מהירותו של יאיר גדולה ממהירותו של יואב? 2. שני אנשים מכניסים 200 מכתבים למעטפות במשך חצי שעה. א. בכמה זמן יכניס אדם אחד, העובד באותו הקצב, 200 מכתבים למעטפות? ב. בכמה זמן יכניסו 4 אנשים, העובדים באותו הקצב, 200 מכתבים למעטפות? ג. בכמה זמן יכניסו 6 אנשים, העובדים באותו הקצב, 200 מכתבים למעטפות? ד. בכמה זמן יכניסו 10 אנשים, העובדים באותו הקצב, 200 מכתבים למעטפות?

תחום מספרי: 1. יחס, פרופורציה וקנה מידה (כולל שימושים אלגבריים) (20 שעות)	
יחס הפוך	3. שטחו של מלבן הוא 40 סמ"ר. הציעו מספר אורכים אפשריים לאורך שתי הצלעות של מלבן זה. א. שרטטו גרף שבו מתואר הקשר בין האורכים של שתי צלעות המלבן. ב. מה ניתן ללמוד מהגרף? 4. הסבירו מדוע יש יחס הפוך בין הזמן שלוקח לאדם לעבור 100 מ' ובין מהירות ההליכה שלו.

תחום גאומטרי: 1. משולשים חופפים, תיכון ומשולש שווה שוקיים (קדם דדוקטיבי) (14 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
משולשים חופפים	מטרת הפרק היא להכיר את שלושת משפטי החפיפה הראשונים, להצדיק את נכונותם וללמוד להסיק שוויון של צלעות וזוויות מתוך ידיעה ששני משולשים הם חופפים. בפרק זה נכונות משפטי החפיפה תודגם באמצעים קדם-דדוקטיביים, וללא הוכחות פורמליות. **שני משולשים נקראים 'חופפים' אם אפשר להניח את אחד מהם על האחר כך שיכסה אותו בדיוק (ולשם כך ניתן להזיז, לסובב ולהפוך את המשולשים).** **דגשים:** 1. שני משולשים שלהם שני נתונים חופפים (למשל שתי צלעות או צלע וזווית) אינם בהכרח חופפים. 2. שני משולשים שזוויותיהם שוות אינם בהכרח חופפים. 3. משפטי החפיפה: א. **חפיפה על פי צלע-זווית-צלע:** אם שתי צלעות במשולש אחד שוות לשתי צלעות במשולש אחר, וגם הזוויות הכלואות בין הצלעות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים. יש להדגים באופן מוחשי את העובדה שאם הזוויות השוות אינן כלואות בין הצלעות השוות אז המשולשים אינם בהכרח חופפים. ב. **חפיפה על פי זווית-צלע-זווית:** אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש אחר, וגם הצלעות הנמצאות בין הזוויות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים. ג. **חפיפה על פי צלע-צלע-צלע:** אם שלוש צלעות במשולש אחד שוות לשלוש צלעות במשולש אחר אז שני המשולשים חופפים. 4. יש לנמק את נכונות שלושת משפטי החפיפה באמצעים מוחשיים. 5. יש ללמוד לזהות משולשים חופפים על פי שלושה נתונים מתאימים. 6 בהינתן משולשים חופפים, יש לדעת לזהות צלעות וזוויות מתאימות: • מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות. • מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות. 7. יש לעסוק בבעיות המשלבות בין משפטי החפיפה לבין עובדות שנלמדו בכיתה ז. **דוגמאות:** 1. א. נתונות שתי צלעות. האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם שתי צלעות אלה? ב. נתונות שלוש זוויות. האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם שלוש הזוויות האלה?

תחום גאומטרי: 1. משולשים חופפים, תיכון ומשולש שווה שוקיים (קדם דדוקטיבי) (14 שעות)

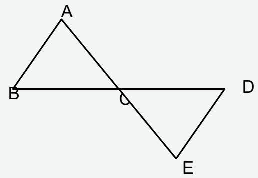
משולשים חופפים

ג. נתונות שתי צלעות והזווית הכלואה ביניהן.
האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם נתונים אלה?

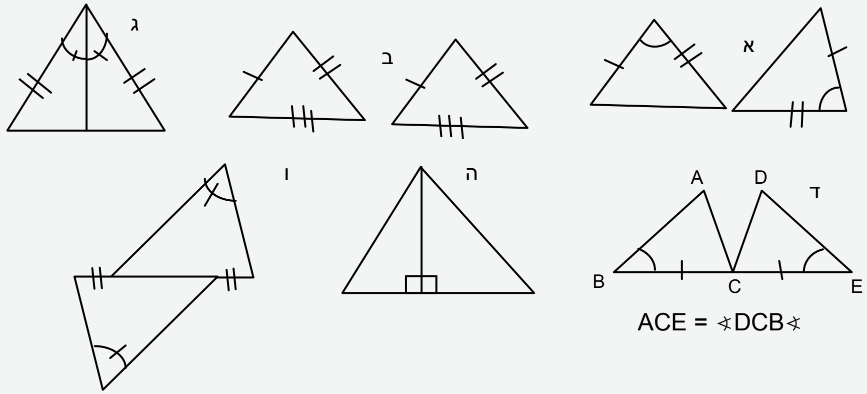
ד. נתונות שתי זוויות והצלע שבין קודקודיהן.
האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם נתונים אלה?

ה. נתונות שלוש צלעות.
האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם צלעות אלה?

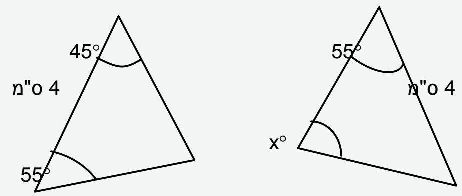
2. משולשים ABC ו-EDC חופפים זה לזה.
נתון: BC = CD.
א. איזו צלע במשולש EDC שווה לצלע AC?
ב. האם זווית A שווה לזווית E או לזווית D? נמקו.



3. נתונים זוגות של משולשים. קבעו באילו מהזוגות המשולשים חופפים, ולפי איזה משפט (צלעות וזוויות שוות מסומנות באיור).
אם המשולשים אינם חופפים יש להביא דוגמה נגדית עם מידות קונקרטיות (באמצעות סרגל ומד זווית):

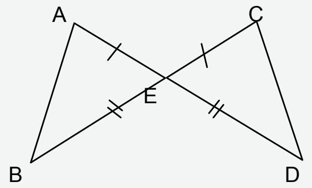


4. המשולשים בשרטוט הם משולשים חופפים. חלק מהמידות רשומות על גבי השרטוט. מהו ערכו של x?

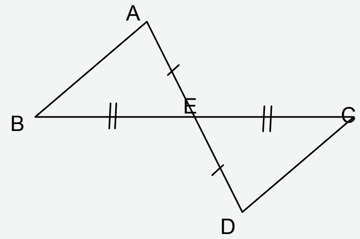


משולשים חופפים

5. לפניכם שני שרטוטים*. הנתונים כתובים מתחת לשרטוטים.
באילו מהשרטוטים אפשר להסיק כי $\sphericalangle D = \sphericalangle B$? נמקו.



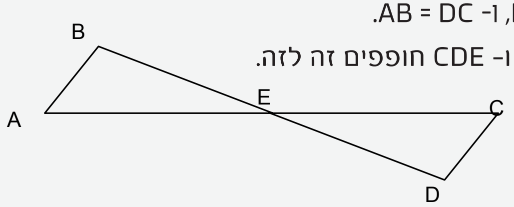
נתון: AE = CE, BE = DE



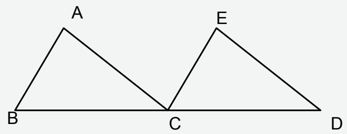
נתון: AE = DE, BE = CE

* לקוח ממיצ"ב תשס"ג.

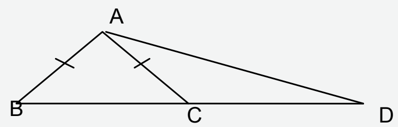
6. באיור הבא נתון כי: DC || AB, ו- AB = DC.
נמקו מדוע המשולשים ABE ו- CDE חופפים זה לזה.
השלימו ונמקו:
AE = __________
BE = __________



7. לפניכם שני משולשים: ABC ו-ECD.
נתון: AB ∥ EC, ED ∥ AC, C אמצע הקטע BD.
קבעו אם המשולשים חופפים, ואם כן, ציינו לפי איזה משפט ולפי אילו נימוקים.
השלימו: ______ = AB = ______, AC
נמקו את קביעתכם.



8. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים: AB = AC. הנקודה D ממוקמת על המשך הצלע BC.
א. כתבו את כל השוויונות המתקיימים בין צלעות וזוויות במשולשים ABD ו- ACD.
ב. המשולשים ABD ו- ACD אינם חופפים. האם אין פה סתירה למשפט החפיפה על סמך שתי צלעות וזווית? נמקו את תשובתכם.



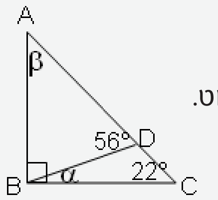
<table>
<tr><th colspan="2">תחום גאומטרי: 1. משולשים חופפים, תיכון ומשולש שווה שוקיים (קדם דדוקטיבי) (14 שעות)</th></tr>
<tr><td>זווית חיצונית למשולש</td><td>
זווית חיצונית למצולע קמור היא זווית הצמודה לזווית פנימית.

דגש:

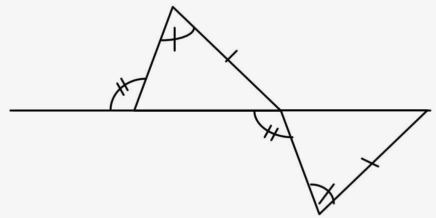
זווית חיצונית למשולש משלימה ל $180°$ את הזווית הפנימית הצמודה לה, ולכן שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

דוגמאות:

1. נתון משולש ישר זווית ABC. D נקודה על הצלע AC.
א. חשבו את גודל הזוויות a, b על פי הנתונים בשרטוט.
ב. נמקו כל שלב בחישוב.



2. נמקו מדוע המשולשים הנתונים חופפים.

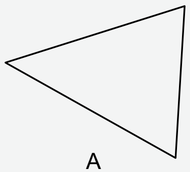

</td></tr>
<tr><td>תיכון במשולש</td><td>
תיכון במשולש הוא קטע המחבר קודקוד לאמצע הצלע שמולו.

דגשים:

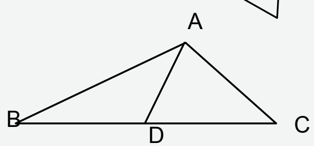
1. הקטע תיכון נוסף לקטעים גובה וחוצה זווית שנלמדו בכיתה ז.
2. יש לעסוק בשרטוטים, מדידות וחישובים המשלבים את התיכון במשולש.
3. יש לנמק מדוע התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח.

דוגמאות:

1. מדדו את צלעות המשולש שלפניכם ושרטטו את שלושת התיכונים שלו:



2. במשולש ABC, AD תיכון לצלע BC.
הצלע AB גדולה מהצלע AC ב-2 ס"מ.
בכמה ס"מ גדול היקף משולש ABD מהיקף משולש ADC? נמקו.
למי משני המשולשים: ABD או ADC, שטח גדול יותר, ובכמה סמ"ר?



</td></tr>
</table>

תחום גאומטרי: 1. משולשים חופפים, תיכון ומשולש שווה שוקיים (קדם דדוקטיבי) (14 שעות)

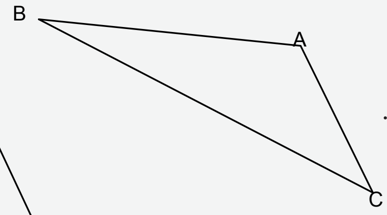
תיכון במשולש

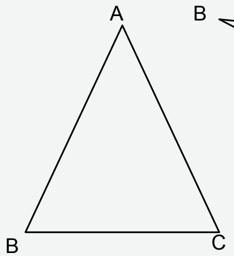
3. שרטטו את הקטעים הבאים במשולשים שלפניכם:

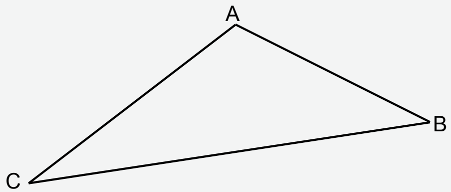
AD גובה לצלע BC.

AP חוצה זווית A.

AM תיכון לצלע BC.







4. האם תיכון במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים? נמקו.

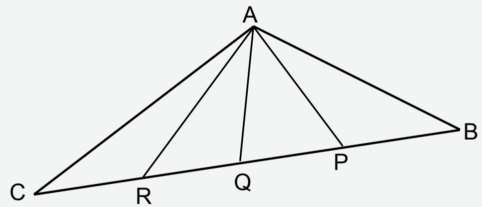
5. משימה: ירושת קרקע.

אב הוריש לארבעת בניו חלקת קרקע מישורית שצורתה משולש שקדקודיו הם A, B, C וציווה עליהם לחלקה ביניהם לארבעה שטחים שווים.

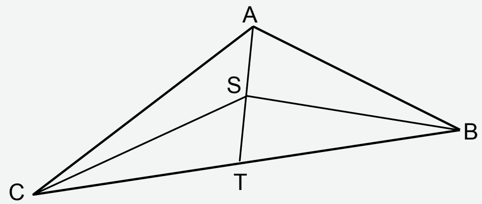
כל אחד מהבנים הציע דרך מקורית לחלוקת השטח.

א. ראובן הציע לחלק את הצלע BC לארבעה קטעים שווים. את נקודות החלוקה, P, Q ו-R מחברים עם הקדקוד A כך שנוצרים ארבעה משולשים בתוך המשולש המקורי (ראה שרטוט).

קבעו האם הצעתו של ראובן מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



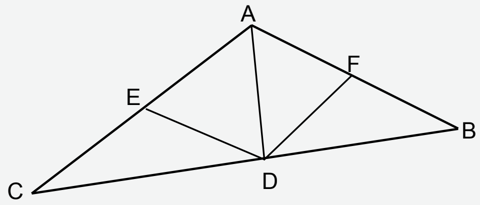
ב. שמעון הציע להעביר מהקדקוד A תיכון AT לצלע BC. מהנקודה S שבמחצית התיכון AT מתח שמעון שני קווים לעבר הקדקודים B, ו-C (ראו שרטוט). קבעו האם הצעתו של שמעון מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



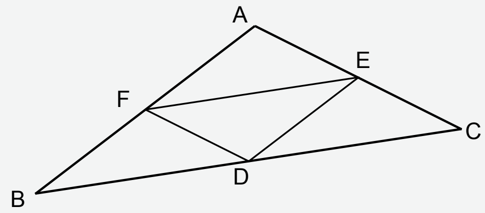
תחום גאומטרי: 1. משולשים חופפים, תיכון ומשולש שווה שוקיים (קדם דדוקטיבי) (14 שעות)

תיכון במשולש

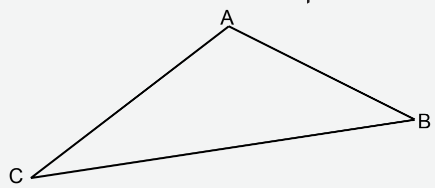
ג. לוי הציע לשרטט גובה AD לצלע BC, ושני תיכונים DE ו-DF לצלעות AC ו-AB. קבעו האם הצעתו של לוי מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



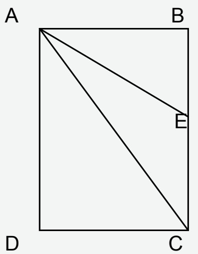
ד. יהודה הציע לחבר את שלושת אמצעי צלעות המשולש זה עם זה (ראו שרטוט).
קבעו האם הצעתו של יהודה מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

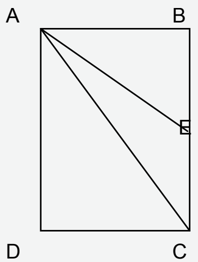


ה. הציעו חלוקה אחרת.



6. בשרטוט שלפניכם מלבן ABCD. AC אלכסון במלבן, ו-AE תיכון במשולש ABC.





א. מה היחס בין שטחי המשולשים ABE ו-ADC?

ב. איזה חלק משטח המלבן מהווה משולש AEC?

7. בשרטוט שלפניכם מלבן ABCD. AC אלכסון במלבן, ו-AE חוצה זווית CAB במשולש ABC.

$\sphericalangle EAC = \alpha$

הסבירו בשתי דרכים שונות מדוע $\sphericalangle ABE = 90° - \alpha$.

תחום גאומטרי: 1. משולשים חופפים, תיכון ומשולש שווה שוקיים (קדם דדוקטיבי) (14 שעות)

משולש שווה שוקיים

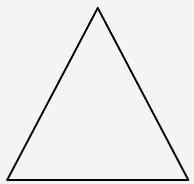
משולש שווה שוקיים: משולש ששתיים מצלעותיו שוות זו לזו. הצלעות השוות נקראות 'שוקיים' והצלע השלישית נקראת 'בסיס'. הזוויות שמול השוקיים נקראות 'זוויות הבסיס'. הזווית שמול הבסיס נקראת 'זווית הראש'.

דגשים:

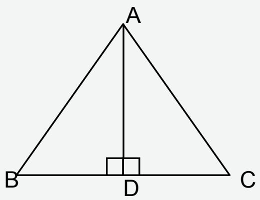
1. התרגול יעסוק בשרטוטים, מדידות וחישובים.
2. נושא זה מאפשר ליישם את משפטי החפיפה של משולשים.
3. תכונות המשולש שווה השוקיים יוסקו בשלב ראשון מתוך התבוננות המבוססת על סימטרייה. נימוק התכונות יתבסס על חפיפת משולשים. כתיבת הנימוקים תיעשה בשלב זה באופן לא פורמאלי.
4. התרגול במשולש שווה השוקיים ישולב עם תרגילים במשולשים שאינם שווי שוקיים.
5. התלמידים יכירו וינמקו באמצעות חפיפת משולשים שתי תכונות של משולש שווה שוקיים:
   א. במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.
   ב. במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש, הגובה לבסיס והתיכון לבסיס מתלכדים.

דוגמאות:

1. מדדו את גודל הזוויות במשולש הנתון בעזרת מד זווית:



2. לפניכם משולש שווה שוקיים. AD גובה לבסיס BC. זוויות B ו-C שוות זו לזו וגודלן °42.
   א. מה גודלן של הזוויות DAB ו- DAC?
   ב. נמקו בעזרת חפיפת משולשים מדוע AD הוא גם תיכון למשולש.



3. במשולש שווה השוקיים שלפניכם AB=AC ו-AD חוצה זווית A. $\measuredangle A = \alpha$
   א. אילו משולשים חופפים זה לזה? מהו משפט החפיפה שלפיו קבעתם שהמשולשים חופפים?
   ב. השלימו

$\measuredangle B =$ ______

$\measuredangle BDA =$ _______ = _____°

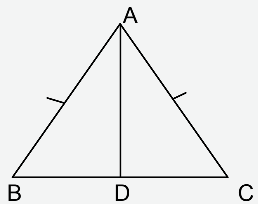
BD = ________

השלימו את המשפט:

במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש

מתלכד עם ___________________.

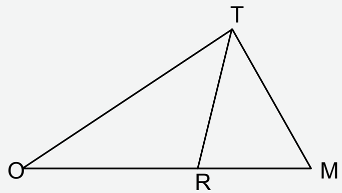
ועם ה_______________________.



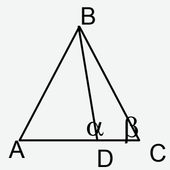
תחום גאומטרי: 1. משולשים חופפים, תיכון ומשולש שווה שוקיים (קדם דדוקטיבי) (14 שעות)

משולש שווה שוקיים

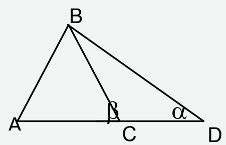
4. נתון משולש TOM. TR חוצה זווית T. מדדו וקבעו האם TR הוא תיכון לצלע MO.
מדדו וקבעו האם TR הוא גובה לצלע MO.



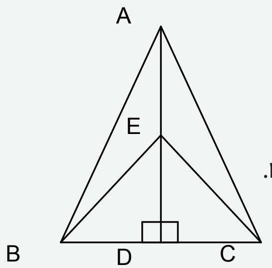
5. האם כל המשולשים שווי השוקיים ששוקיהם באותו האורך חופפים זה לזה?
6. הייתכן שזווית הבסיס במשולש שווה שוקיים תהייה חדה? נמקו.
הייתכן שזווית הבסיס במשולש שווה שוקיים תהייה ישרה? נמקו.
הייתכן שזווית הבסיס במשולש שווה שוקיים תהייה קהה? נמקו.
7. א. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. D נקודה על הבסיס AC.
הסבירו מדוע $\alpha > \beta$.



ב. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. D נקודה על המשך הבסיס AC.
הסבירו מדוע $\alpha < \beta$.



8. משולש ABC הוא שווה שוקיים (AB = AC), AD⊥CB
היעזרו בחפיפת משולשים לנמק מדוע משולש BEC הוא משולש שווה שוקיים.



סבב 2

תחום אלגברי	תחום מספרי	תחום גאומטרי
פתרון משוואות ממעלה ראשונה (העמקה), שאלות מילוליות מתאימות וטכניקה אלגברית (20 שעות)	**אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות** (30 שעות)	**דמיון מצולעים** (12שעות)

תחום אלגברי: 2. פתרון משוואות ממעלה ראשונה (העמקה), שאלות מילוליות מתאימות וטכניקה אלגברית (20 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושאלות מילוליות מתאימות (העמקה)	**דגשים:** 1. בכיתה ז למדו התלמידים לפתור משוואות ממעלה ראשונה ולפתור שאלות מילוליות שניתנות לפתרון באמצעות פתרון משוואות ממעלה ראשונה. 2. בפרק זה מעמיקים בטכניקה האלגברית, ולומדים לפתור גם משוואות המכילות שברים אלגבריים, ושניתן להביא אותן לצורה מוכרת של משוואה ממעלה ראשונה. (בשלב זה, מומלץ להימנע מעיסוק במשוואות שבהן הרחבת השברים נותנת איברים ריבועיים, גם אם אלה מתבטלים לבסוף.) 3. יש ללמוד למצוא את **תחום ההצבה** של ביטויים הכוללים שברים אלגבריים. 4. יש לעסוק גם במשוואות ממעלה ראשונה שאין להן פתרון, או שלהן מספר אינסופי של פתרונות. 5. בהתאם לכך, התלמידים ילמדו לפתור שאלות מילוליות שניתנות לפתרון באמצעות משוואות שאותן למדו לפתור. 6. יש לנצל את הידע של פתרון משוואות כדי לפתור מצבים שבהם מתוארות שתי פונקציות ומחפשים את ערכי ה-x שבהם הן שוות. **דוגמאות:** 1. פתרו את המשוואות הבאות: א. $\frac{2x-1}{4}-\frac{6x+7}{3}=x$ ב. $\frac{x-3}{2}+\frac{5-2x}{2}=1\frac{1}{2}$ 2. פתרו את המשוואות הבאות, ודאו שהפתרונות הם בתחום ההצבה: א. $\frac{x}{x+3}=5$ ב. $\frac{2}{x}+\frac{3}{7}=4$ ג. $\frac{2}{x+3}=\frac{1}{x}$ 3. פתרו את המשוואה: $2x + 4 = 2(x - 5)$. 4. מצאו מספר שהיחס בינו ובין מספר הגדול ממנו ב-3 הוא 7 : 8. 5. מצאו מספר x שונה מאפס שאם נוסיף לו 3, נכפול את הסכום פי 2, נחסר מהמכפלה 6, ונחלק את התוצאה שהתקבלה במספר שבחרנו, תתקבל התוצאה הסופית: 2.

<table>
<tr><th colspan="2">תחום אלגברי: 2. פתרון משוואות ממעלה ראשונה (העמקה), שאלות מילוליות מתאימות וטכניקה אלגברית (20 שעות)</th></tr>
<tr><td>פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושאלות מילוליות מתאימות (העמקה)</td><td>

*6. רוכב אופניים רכב בעלייה מעפולה אל פסגת הר תבור במהירות קבועה של 12 קמ"ש. כשירד מפסגת הר תבור אל עפולה, הוא רכב באותה הדרך במהירות קבועה של 36 קמ"ש. בסך הכל, הלוך וחזור, הוא רכב שעתיים. כמה זמן רכב רוכב האופניים מעפולה אל פסגת הר תבור? נמקו את תשובתכם בתרגיל או במילים.

* לקוח ממיצ"ב תש"ע.

7. תייר מזדלנד רצה להמיר את כספו. בבנק א' הציעו לו 0.4₪ עבור כל זד שרוצה למכור אך עליו לשלם עמלה של 5 שקלים לבנק. בבנק ב' הציעו לו 0.6₪ עבור כל זד שרוצה למכור אך עליו לשלם עמלה של 10 שקלים לבנק.
כמה זדים עליו למכור כדי לקבל בשני הבנקים אותו סכום בשקלים?

</td></tr>
<tr><td>טכניקה אלגברית</td><td>

בפרק זה ילמדו התלמידים טכניקות אלגבריות חדשות. מטרת הלימוד היא העשרת "ארגז הכלים" של התלמיד, כדי לאפשר פתרון מגוון רחב יותר של שאלות מילוליות, וכדי לאפשר פישוט ביטויים אלגבריים.

דגשים:

1. יש ללמוד להשתמש בחוק הפילוג לקבלת זהויות מהצורה: $(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$.
2. יש להמחיש את חוק הפילוג המורחב באמצעות שטחי מלבנים, הן במקרה של חיבור והן במקרה של חיסור.
3. יש ללמוד להוציא גורם משותף ברב-איבר.
4. יש ללמוד לצמצם שברים אלגבריים באמצאות הוצאת גורם משותף, ויש ללמוד למצוא את תחום ההצבה של ביטוי אלגברי.
5. מכפלה שווה לאפס אם ורק אם לפחות אחד מגורמיה הוא 0.
שבר שווה לאפס אם ורק אם המונה שלו שווה ל- 0 (המכנה חייב תמיד להיות שונה מ- 0).
6. יש ללמוד לפתור משוואות ריבועיות מהצורה $ax^2 + bx = 0$. (בשלב זה, מומלץ לעסוק במשוואות שבהן הרחבת השברים נותנת איברים ריבועיים שמתבטלים לבסוף.)

הערה: ניתן לפזר את הלימוד בטכניקה האלגברית לאורך שנת הלימודים, ולשלבה בנושאים אחרים.

דוגמאות:

1. א. פתחו את הסוגריים בביטוי הבא: $(x - 2)(4 - x)$
ב. פתרו את המשוואה: $(x - 2)(4 - x) = 6 - x^2$
2. נתון ריבוע שאורך צלעו x ס"מ.
א. מהו הביטוי האלגברי המתאר את שטחו של הריבוע?
ב. הגדילו את האורך של כל אחת מהצלעות ב- 3 ס"מ. מהו הביטוי האלגברי המתאר את שטח הריבוע החדש?
ג. כתבו ביטוי אלגברי של פונקציה המתארת בכמה גדל שטח בריבוע כתלות ב-x.

</td></tr>
</table>

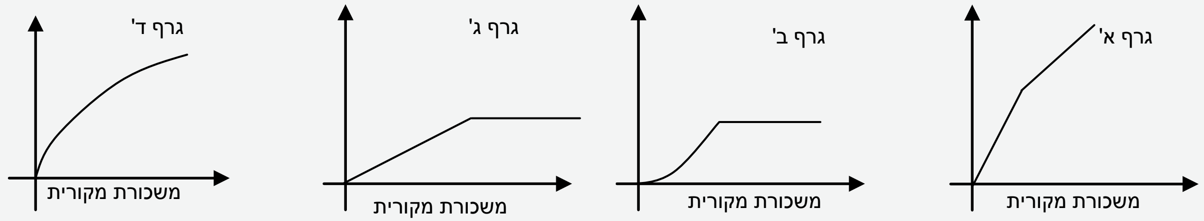
<table>
<tr><th colspan="2">תחום אלגברי: 2. פתרון משוואות ממעלה ראשונה (העמקה), שאלות מילוליות מתאימות וטכניקה אלגברית (20 שעות)</th></tr>
<tr><td>טכניקה אלגברית</td><td>
3. נתון מלבן שאורך צלע אחת שלו גדול פי 2 מאורך הצלע שנייה.
א. מהו הביטוי האלגברי המתאר את שטחו של המלבן?
ב. קיצרו את האורך של זוג הצלעות הנגדיות הארוכות ב-6 ס"מ, והאריכו את האורך של שתי הצלעות האחרות ב-5 ס"מ.
מהו הביטוי המתאר את שטחו של המלבן שנוצר? עבור אילו ערכים של x יש לביטוי זה משמעות בהקשר לשאלה זו?
ג. שטח המלבן שנוצר קטן ב-14 סמ"ר מהשטח של המלבן המקורי. מהו היקף המלבן המקורי?
4. א. בכל אחד מהביטויים האלגבריים הבאים, קבעו האם יש ערכים של המשתנה שעבורם הביטוי אינו מוגדר, וצמצמו את הביטוי:
א. $\frac{x^2-5x}{2x-10}$ ב. $\frac{4x^3-2x^2}{2x^2}$ ג. $\frac{m^3-m^2}{1-m}$ ד. $\frac{3x^2+12}{x^2+4}$ ה. $\frac{5x-10}{x^2-2x}$
ב. הסבירו מדוע הביטוי שהתקבל לאחר הצמצום איננו שווה לביטוי שהיה לפני הצמצום. עבור אילו ערכים של x הביטויים שווים?
5. פתרו את המשוואות הבאות:
א. $x^2+7x=0$ ב. $\frac{x^2+5x}{x+5}=0$
</td></tr>
</table>

תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
אחוזים	אחוזים נלמדים כבר בבית הספר היסודי, וכאן מוצג סבב למידה נוסף שנועד לחזור על הנושא, תוך העמקה ועם קישור לתחום האלגברי. הנושא מקושר לפתרון שאלות מילוליות, שכיחות יחסית והסתברות. **המושג 'אחוז' והשימוש בו.** **אחוז הוא מאית מכמות נתונה.** **דגשים:** 1. אחוז מייצג חלק מכמות. לעומתו, לשבר מגוון משמעויות, שרק אחת מהן, חלק מכמות, מתאימה למשמעות של אחוז. 2. יש להשתמש באחוזים במצבים סטטיים (החלק היחסי של כמות מתוך כמות כוללת), ובמצבים דינמיים (הקטנה/הגדלה, או הוזלה/התייקרות). 3. יש לפתח יכולת אומדן בשימוש באחוזים שגרתיים כגון 10% של כמות, 20%, 25%, 50%, 100%, או 200%. 4. יש לפתח תובנה חשבונית לשימוש באחוזים באמצעות הדגשת היסוד הכיפלי של שימוש באחוזים. לדוגמה, גידול של 25% שקול לכפל פי 1.25. 5. יש לבסס, על סמך היסוד הכיפלי של שימוש באחוזים, את חוק החילוף בשני תהליכים עוקבים כגון: הוזלה כפולה, התייקרות כפולה, או הוזלה והתייקרות. 6. יש להשתמש בפרופורציה המבטאת את הקשר בין ארבעת הגדלים: $\frac{\text{מספר האחוזים}}{100} = \frac{\text{ערך האחוז}}{\text{הכמות}}$ 7. יש לפתור שאלות מילוליות המשלבות אחוזים בחשבון ובאלגברה במגוון הקשרים. 8. למתקדמים: יש לפתור שאלות מילוליות המשלבות אחוזים בחשבון ובאלגברה בהקשר של תערובות, ריכוזים ומהילה. **דוגמאות:** 1. בכנס 200 משתתפים. 48% מהמשתתפים הצביעו בעד החלטה. בעד ההחלטה הצביעו: א. רוב המשתתפים ב. קרוב לחצי מהמשתתפים ג. 48 אנשים ד. לא ניתן לדעת 2. בכיתה ח1 25 תלמידים. 60% מהתלמידים חברים בתנועות נוער. כמה תלמידים חברים בתנועות נוער?

תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)

אחוזים

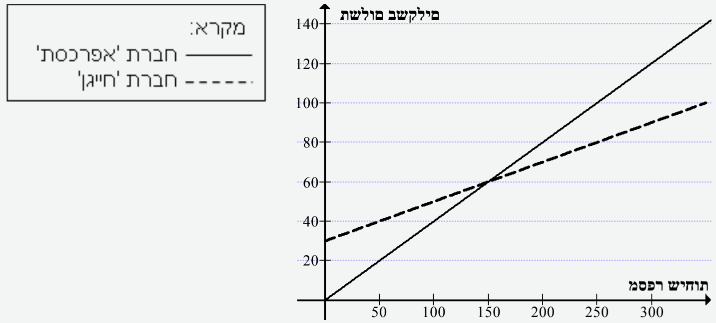
3. א. כרטיס קולנוע התייקר מ- 35 שקלים ל- 37.80 שקלים.
   בכמה אחוזים התייקר כרטיס הקולנוע?
   ב. כעבור שנה, הורידו את מחיר הכרטיס בחזרה ל- 35 שקלים. בכמה אחוזים הוזל הכרטיס?
4. נתון ריבוע. אם נגדיל שתי צלעות נגדיות שלו ב 15% נקבל מלבן שהיקפו גדול ב- 6 ס"מ מהיקף הריבוע. מה אורך צלע הריבוע? מה שטח הריבוע? מה שטח המלבן המוגדל?
5. נתון ריבוע. נגדיל שתי צלעות נגדיות שלו ב 25%, ואת שתי הצלעות הנותרות נקטין ב- 25%, כך שמתקבל מלבן.
   א. האם היקף המלבן גדול, קטן או שווה להיקף הריבוע?
   ב. האם שטח המלבן גדול, קטן או שווה לשטח הריבוע?
6. היקף מלבן הוא 100 ס"מ. אורך צלע אחת במלבן הוא 20% מהיקפו.
   בכמה ס"מ יש לקצר את הצלע כדי שאורכה יהיה 10% מההיקף המקוצר?
7. בשני אולמות קולנוע יש בסך הכל 240 צופים. אם 20% מהצופים באולם א יעברו לאולם ב, יהיה מספר הצופים בשני האולמות שווה. כמה צופים יש בכל אולם?
8. בחלב יש 3% שומן. הוסיפו לחלב 100 גרם מים, כך שאחוז השומן קטן ל-2% מהחלב המהול. מה היה משקל החלב לפני התוספת?
9. חברת ברק, העוסקת בהפניית עובדי ניקיון לעבודה בקבלנות, מפרסמת:
   עובדים המוכנים לעבוד במשמרות, יקבלו אצלנו תוספת בשיעור של 20% מהמשכורת, עד לתוספת של 800 ש"ח לכל היותר.
   לפניכם 4 גרפים אשר רק שניים מהם מתאימים לתנאים הבאים:
   א. התאימו גרף המתאר את התוספת בשקלים למשכורת המוגדלת, כפונקציה של המשכורת המקורית.
   ב. התאימו גרף המתאר את המשכורת המוגדלת בשקלים (בעקבות התוספת), כפונקציה של המשכורת המקורית.
   נמקו את בחירתכם.



תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)	
אחוזים	10. מהכסף שהיה לי בארנק הוצאתי 17% על ספרים ו- 18% על ארוחה. הוצאתי על הארוחה 5 שקלים יותר מאשר על הספרים. כמה כסף היה לי בארנק? 11. מה כדאי יותר לקונה? תוספת במחיר של a אחוזים, ואח"כ הנחה של b אחוזים, או להיפך? 12. בכמה אחוזים התייקר מוצר, אם את המחיר לאחר ההתייקרות אפשר לחשב על ידי הכפלת המחיר (שלפני ההתייקרות) ב- 1.2? 13. בכמה אחוזים הוזל מוצר, אם את המחיר לאחר ההוזלה אפשר לחשב על ידי הכפלת המחיר (שלפני ההתייקרות) ב- 0.9? שתי הדוגמאות הבאות לקוחות ממאגר שאלות מטעם המועצה הישראלית לצרכנות: 14. על חטיף אנרגיה רשום הערך התזונתי המתאים לחטיף שמשקלו 100 גרם. משקל החטיף הוא 30 גרם. א. השלימו את טבלת הסימון התזונתי הבאה:

	ערך תזונתי בגרמים לחטיף שמשקלו 100 גרם	ערך תזונתי בגרמים לחטיף שמשקלו 30 גרם
חלבון	19	18
פחמימות	29	
שומן בלתי רווי		
שומן רווי		6
סיבים תזונתיים	11	2.1

ב. שרטטו את נתוני המשקל של החטיף בדיאגרמה.
ג. מהו היחס בין משקל החלבונים לפחמימות בחטיף זה?
ד. היחס המומלץ בין שומן רווי לבלתי רווי הוא 1:5. האם החטיף עומד בדרישה? אם לא - איזה רכיב על היצרן להוסיף / להפחית על מנת שהחטיף יעמוד בדרישה?
ה. מה האחוז שמהווים הסיבים התזונתיים מכלל הרכיבים?

תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)	
אחוזים	15. שתי חברות סלולאריות - חברת 'אפרכסת' וחברת 'חייגן' - מציעות הרכב חשבון חודשי באופן שונה, כפי שמתואר בגרף הבא:  א. באיזה חברה יש תשלום התחלתי קבוע, גם אם לא התבצעה כל שיחה, ומהו? ב. כמה משלמים עבור דקת שיחה בכל חברה? ג. מהו הביטוי האלגברי המייצג את התשלום החודשי כפונקציה של מספר דקות שיחה בכל אחת מהחברות? ד. מהו מספר דקות השיחה שעבורן משלמים תשלום שווה בשתי החברות? ה. יגאל הוא לקוח של חברת 'אפרכסת'. הוא נוהג לדבר 200 דקות בחודש. הוא נוהג גם לשלוח הודעות טקסט באמצעות מכשיר הסלולאר שלו. על כל 4 שיחות שהוא מבצע הוא שולח הודעת טקסט אחת. עבור כל הודעה הוא משלם 30 אג' בחברה הנוכחית. מה יהיה החשבון החודשי הסופי של יגאל על פי נתונים אלו? ו. יגאל מחוייב לחברה לתקופה של 18 חודשים, ומתוכם עברו עד כה רק 8 חודשים. חוק חדש קובע שבמעבר מחברת סלולאר אחת לאחרת קנס היציאה שהצרכן יהיה צריך לשלם הוא 8% מערך החשבון החודשי, כפול מספר החודשים שנותרו לו עד סיום תקופת ההתחייבות. אם יגאל יבחר לעבור לחברה אחרת, מה גובה קנס היציאה שייאלץ לשלם לחברת 'אפרכסת'?
סטטיסטיקה	הנושא בעל הקשרים רבים במציאות, ונלמד בחלקו כבר בבית הספר היסודי. כאן מוצג סבב למידה נוסף הכולל חזרה, העמקה וקישור לתחום האלגברי.
איסוף נתונים וארגונם בדרכי ייצוג שונות: רשימה, טבלה, דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עוגה, פיקטוגרמה ונקודות על מערכת צירים.	**דגשים:** 1. ארגון הנתונים מבוסס על מיון תוך קיום שלושה עקרונות: א. קביעת קריטריון משמעותי למיון; ב. הקבוצות הממוינות זרות זו לזו; ג. הקבוצות הממוינות ממצות את כל מגוון האפשרויות שבנתונים הגולמיים.

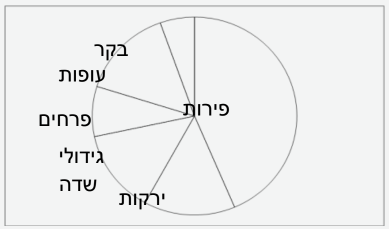
תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)	
איסוף נתונים וארגונם בדרכי ייצוג שונות: רשימה, טבלה, דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עוגה, פיקטוגרמה ונקודות על מערכת צירים.	2. יש ללמוד את הנושא בהקשר של נתונים שמיים (לא מספריים), ובהקשר של נתונים כמותיים בדידים. 3. נדרשת קריאה והבנה של נתונים המוצגים בדרכים שונות. 4. נדרשת יצירה עצמאית של הייצוגים השונים (עבור אוסף נתונים סטטיסטיים) כחלק מההמרה של דרך ייצוג אחת באחרת. **דוגמאות:** 1. לקראת חידושו של המזנון בבית הספר, נערך בקרב תלמידי בית הספר סקר עמדות. התלמידים התבקשו לציין מהם דברי המאכל שלדעתם צריכים להיכלל בהיצע של המזנון. הציעו דרך למיין את המאכלים שעשויים להיכלל ברשימה המתקבלת לשש קבוצות זרות וממצות, וציינו לפחות 5 פריטים שיכולים להיות בכל אחת מן הקבוצות. 2. לפניכם גובהם בס"מ של תלמידי כיתה ג בבית הספר כלנית: 121, 130, 134, 120, 134, 126, 121, 130, 134, 134, 128, 128, 125, 120, 134, 130, 121, 122, 130. א. סדרו את הנתונים בטבלה. ב. כמה תלמידים בכיתה?
שכיחות ושכיחות יחסית	**שכיחות היא מספר הפעמים שפריט מופיע בקבוצה.** **שכיחות יחסית היא היחס שבין השכיחות לבין המספר הכולל של הפריטים הנדונים.** **שכיח הוא ערך הנתון, שעבורו מתקבלת השכיחות המרבית.** **דגשים:** 1. יש לטפל בשכיחות ובשכיחות יחסית של נתונים שמיים, ושל נתונים כמותיים בדידים. 2. יש להציג את השכיחות ואת השכיחות היחסית בכל דרכי הייצוג השונות של הנתונים. 3. יש להבין מהו המידע הגלום בשכיחות ומהו המידע הגלום בשכיחות יחסית. יש לדון ביתרונות השונים של מגוון הייצוגים של כל אחד מהם. 4. יש להשתמש באחוזים, בשברים פשוטים ובמספרים עשרוניים לתיאור של שכיחות יחסית. 5. שכיחות יחסית היא מושג בסיסי בלימוד הסתברות. **דוגמאות:** 1. לפניכם גובהם בס"מ של תלמידי כיתה ג בבית הספר כלנית: 121, 130, 134, 120, 134, 126, 121, 130, 134, 134, 128, 128, 125, 120, 134, 130, 121, 122, 130. א. מהו השכיח? ב. מהי השכיחות הגבוהה ביותר?

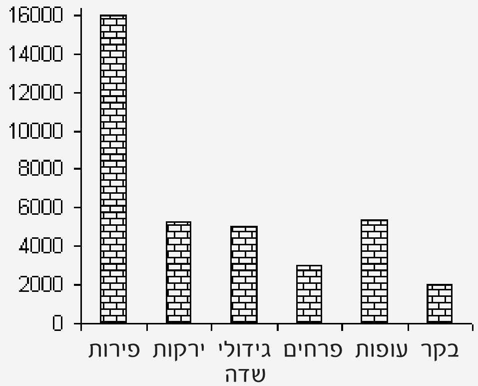
תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)

שכיחות ושכיחות יחסית

2. לפניכם טבלה המפרטת את מספרי המשקים העוסקים בענפים החקלאיים העיקריים בארץ בשנה מסוימת, וכן דיאגרמת עוגה ואחריה דיאגרמת עמודים עבור הנתונים שבטבלה.

ענף חקלאי	מספר המשקים	אחוז
פירות	16000	
ירקות	5300	
גידולי שדה	5000	
פרחים	3000	
עופות	5400	
בקר	2000	
ס"ה	36700	100%





א. השלימו את האחוזים, בטבלה, בראשי העמודות שבדיאגרמת העמודות, ובתוך דיאגרמת העיגול.

ב. מהי שכיחות משקי העופות? מהי השכיחות היחסית של משקי הבקר?
מהו הענף השכיח?

ג. מה גודל כל אחת מהזוויות בכל גזרת עיגול בדיאגרמת העוגה?

תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)	
טווח נתונים	**טווח הנתונים הוא המִנעד (התחום) של הנתונים, מהקטן ביותר ועד הגדול ביותר** **דגשים:** 1. יש לטפל בנתונים כמותיים בדידים. 2. יש להציג את טווח הנתונים כאומדן גס לפיזור הנתונים. יש להציג את יתרון המדד (פשטות) לעומת חסרונו (תלות בערך שולי). 3. הגדלת / הקטנת כל הנתונים בקבוע איננה משפיעה על ההפרש שבין קצוות טווח הנתונים. 4. כפל כל הנתונים בקבוע מגדיל את טווח הנתונים פי אותו קבוע. **דוגמה:** לפניכם רשימת ציונים של תלמידי הכיתה: 80, 82, 63, 56, 76, 82, 90, 56, 44, 72, 70, 80, 68, 76, 78, 80, 78, 82, 90, 85, 44, 72, 80, 82, 63, 70, 70, 80, 82, 82, 90, 90. א. ארגנו את הציונים בטבלת שכיחות, ורשמו את טווח הנתונים. ב. המורה שקלה האם להעלות לכל תלמידי הכיתה את הציון ב-5 נקודות, או להוסיף לכל תלמיד 10% מהציון. מה יהיה טווח הציונים בכל אחד מהמקרים?
מדדי מרכז: שכיח, חציון, ממוצע	**שכיח הוא ערכו של הנתון, שעבורו מתקבלת השכיחות המרבית.** **חציון הוא ערכו של הנתון האמצעי, כאשר הנתונים מסודרים בסדר עולה. כאשר מספר הנתונים הוא זוגי ויש שני נתונים אמצעיים, החציון יכול להיות כל ערך בין ערכי הנתונים האמצעיים, אך מקובל לבחור את הממוצע בין שני הערכים כחציון. אם שני הערכים הללו שווים זה לזה, אז שניהם החציון.** **ממוצע הוא הערך המתקבל מחלוקת סכום הערכים של כל הנתונים באופן שווה בין כל הפרטים שמהם ניגבו הנתונים.** **דגשים:** 1. חציון וממוצע מוגדרים עבור נתונים כמותיים בדידים. שכיח מוגדר, בנוסף, גם עבור נתונים שמיים. 2. כל שלושת מדדי המרכז הם ערכי ביניים: הם אינם יכולים להיות גדולים מהנתון המרבי, ואינם יכולים להיות קטנים מהנתון המזערי. 3. יש לדון ביתרונות ובחסרונות של כל אחד מהמדדים, כמייצגים את קבוצת הנתונים. 4. שכיח הוא תמיד אחד מהערכים בקבוצת הנתונים. חציון הוא אחד מהערכים בקבוצת הנתונים כאשר מספר הנתונים הוא אי-זוגי. ממוצע איננו בהכרח אחד מהערכים בקבוצת הנתונים. 5. הגדלת / הקטנת כל הנתונים בקבוע מגדילה / מקטינה את כל שלושת מדדי המרכז באותו קבוע. 6. כפל כל הנתונים בקבוע משנה את כל שלושת מדדי המרכז פי אותו קבוע. 7. סכום הסטיות מהממוצע שווה לאפס.

תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)	
מדדי מרכז: שכיח, חציון, ממוצע	8. יש לפתור שאלות מילוליות העוסקות בממוצע באמצעים חשבוניים ואלגבריים ובמגוון הקשרים. 9. יש לדון בהשתנות החציון כתוצאה משינוי נתונים בצד אחד של החציון או בשני צדדיו. 10. יש להראות שהממוצע הוא המדד הרגיש ביותר לשינויים בנתונים שבשולי ההתפלגות. 11. הממוצע מושפע מכל הוספה של נתון יחיד, השונה מהממוצע עצמו. 12. בהתפלגות סימטרית, החציון והממוצע מתלכדים. 13. יש לטפל באומדן של חציון ושל ממוצע. 14. יש לעסוק בחישוב ממוצע מתוך טבלת שכיחות. **דוגמאות:** 1. ממוצע הקליעות למשחק של שחקן כדורסל מסוים במהלך 11 משחקים הוא 30 נקודות. במשחק ה- 12 הוא קלע 6 נקודות בלבד. א. האם לדעתכם הממוצע יעלה, ירד או יישאר אותו הדבר? הסבירו. ב. מהו ממוצע הקליעות של השחקן בכל 12 המשחקים? 2. בבית מלאכה מועסקים 9 פועלים ומנהל. שכרם של 4 פועלים הוא 5,000 ושכרם של 5 פועלים נוספים הוא 5,200 ₪. שכרו של המנהל הוא 9,000 ₪. א. מצאו את השכר השכיח, את החציון ואת ההכנסה הממוצעת בבית המלאכה. ב. המנהל קיבל תוספת של אלפיים ₪ לשכרו. מהו השכר השכיח, מהו החציון ומהי ההכנסה הממוצעת בבית המלאכה, לאחר העלאת משכורתו של המנהל? 3. באחד מאגפי מפעל ייצור עובדים שישה אנשים ששכרם הרגיל הוא: 4,800 ₪, 4,900 ₪, 5,000 ₪, 5,050 ₪, 5,050 ₪, ו- 5,200 ₪. לקראת החגים, וכגמול על תפוקה מרובה, קיבלו כולם תוספת חד-פעמית של 50% משכרם הרגיל. א. מהו השכר הממוצע של ששת העובדים באופן רגיל, ומה היה שכרם הממוצע בעקבות התוספת החד-פעמית? ב. מהו חציון השכר של ששת העובדים באופן רגיל, ומה היה חציון שכרם בעקבות התוספת החד-פעמית? ג. מהו השכר השכיח של ששת העובדים באופן רגיל, ומה היה השכר השכיח בעקבות התוספת החד-פעמית? ד. בכמה אחוזים גדל הממוצע? *4. מדריך בחוג מחשבים בדק כמה שעות גלשו תלמידי החוג באינטרנט ביום מסוים. את התוצאות הוא רשם בטבלה שלפניכם: א. מה היה זמן הגלישה **הממוצע** לתלמיד באותו היום (בשעות)? ב. מהו הזמן השכיח ומהו החציון? * לקוח ממיצ"ב תשע"א.

מספר שעות גלישה	3	2	**1**	**0**
מספר תלמידים	5	5	**35**	**15**

תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)	
מדדי מרכז: שכיח, חציון, ממוצע	5. נתונה קבוצת המספרים: 3, 6, 10, 11. הוסיפו לקבוצה מספר, כך שהממוצע של כל חמשת המספרים יהיה שווה לחציון. מצאו 3 פתרונות אפשריים. הסבירו מדוע שלושת הפתרונות שמצאתם הם כל הפתרונות האפשריים. 6. קבוצה של חמישה אנשים נתבקשה לרשום את משקל כל אחד מחבריה. במקום לרשום את משקל כל אחד מחברי הקבוצה, הציגה קבוצת האנשים את המידע הבא על משקלם: ההפרש בין קצוות טווח הנתונים = 30 ק"ג השכיח = 74 ק"ג החציון = 80 ק"ג הממוצע = 85 ק"ג א. כמה שוקל כל אחד מחמשת חברי הקבוצה? הסבירו. ב. אם כל אחד מחברי הקבוצה יוסיף למשקלו בדיוק 10 ק"ג, כיצד ישתנה כל אחד מן המדדים הנתונים (טווח, שכיח, חציון וממוצע)? הסבירו. 7. קבוצה אחרת, של חמישה אנשים, נתבקשה גם היא להציג את משקלו של כל אחד מחבריה. קבוצה זו בחרה להציג את הנתונים בדרך שונה. במקום להציג את משקלו כל אחד מחבריה, הם רשמו בכמה סוטה משקלו של כל אחד מהם מהמשקל הממוצע של הקבוצה (כלומר: רשמו את ההפרש בין משקלו של כל אחד לבין המשקל הממוצע). להלן הנתונים: 7, 3, 1, 4-, 5- דני טוען כי יש טעות בנתונים אלה. כיצד ידע דני שיש טעות בנתונים מבלי להכיר את משקלם של כל אחד מחברי הקבוצה? 8. a, b ו-c מייצגים שלושה נתונים שנאספו. א. בטאו באמצעות a, b ו-c את הממוצע שלהם. ב. רשמו ביטוי אלגברי המתאר את הסטייה של a מהממוצע. ג. הראו שסכום שלוש הסטיות הוא אפס. ד. האם תקבלו תוצאה דומה גם עבור ארבעה או חמישה נתונים? 9. להלן רשימת הציונים של 10 תלמידים: 6, 6, 7, 7,7, 7, 8, 9, 9, 9. כל התלמידים שקיבלו ציון 9 ערערו, וציונם הועלה ל- 10. א. מצאו מה היה הציון השכיח מלכתחילה, ומה היה הציון השכיח לאחר קבלת הערעור על הציון. ב. מצאו מה היה הציון הממוצע מלכתחילה, ומה היה הציון הממוצע לאחר קבלת הערעור על הציון. ג. מצאו מה היה חציון הציונים מלכתחילה, ומה היה חציון הציונים לאחר קבלת הערעור על הציון.

תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)

מדדי מרכז: שכיח, חציון, ממוצע

10. 8 תלמידים קיבלו את תוצאות המבחן שלהם בחקר נתונים, וממוצע ציוניהם היה 7.6. תלמיד תשיעי קיבל את הציון באיחור, ואז התברר שממוצע הציונים של כל 9 התלמידים שווה לממוצע הציונים של 8 התלמידים הראשונים. מהו ציונו של התלמיד התשיעי? נמקו את תשובתכם.
11. מספר תלמידים נבחנו, וממוצע ציוניהם היה 7.6. שני תלמידים נוספים נבחנו בהמשך וקיבלו את הציונים 10 ו- 8. ממוצע הציונים של כל התלמידים (כולל שני התלמידים הנוספים) היה 7.8. כמה תלמידים נבחנו בסך הכל?
12. פרחי נוי גדלו בשלושה שדות שונים בתנאי השקיה שונים. לאחר הקטיף, מדדו את גובה הפרחים ורשמו אותו (מעוגלים ברמת דיוק של 5 ס"מ) בשלוש שורות בטבלת השכיחויות.

רשמו עבור כל שדה מי מבין השכיח, החציון והממוצע הוא הגדול ביותר ומיהו הקטן ביותר.

גובה הפרח	50 ס"מ	55 ס"מ	60 ס"מ	65 ס"מ	70 ס"מ	75 ס"מ	80 ס"מ
שכיחות הפרחים בשדה א'	320	560	480	400	360	320	280
שכיחות הפרחים בשדה ב'	280	320	400	550	400	320	280
שכיחות הפרחים בשדה ג'	280	320	360	400	480	560	320

13. בשוליו של כפר דייגים ניצב בית מידות של אדם עשיר. ברוב ימות השבוע הוא נמצא בעיר ומנהל את עסקיו הנרחבים, אך בכל יום א' הוא מפליג לדוג דגים בסיוע שני בחורים מהכפר. השכר שהוא משלם להם ביום אחד זה עולה על כל הכנסתם בשאר ימי השבוע. במרשם התושבים רשום העשיר כתושב כפר הדייגים. כששואלים אותו למקצועו ולתחביביו, הוא אומר: "תחביבי הוא לצבור כסף המקצוע האמיתי שלי הוא דיג".
    א. מה משקף, לדעתכם, בצורה טובה יותר את מצבו הכלכלי של ציבור הדייגים בכפר, ממוצע ההכנסות של תושבי הכפר או החציון? נמקו.
    ב. מה משקף, לדעתכם, בצורה טובה יותר את מצבם הכלכלי של שני הבחורים הנ"ל, ממוצע הכנסתם היומית או החציון? נמקו.

הסתברות

הסתברות היא תורה מתמטית בעלת השלכות שימושיות לחיי היומיום. היא עוסקת בהתרחשויות עתידיות הכרוכות באי-ודאות. הפרק 'הסתברות' בכיתה ח כולל היכרות ראשונית עם תחום תוכן זה, במטרה להקנות לתלמידים ידע בסיסי. העמקה בתחום זה תיעשה בכיתה ט ובחטיבה העליונה.

תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)	
הסתברות לקבלת תוצאה היא קביעה מראש של מידת ההיתכנות שהתוצאה תתרחש, בסולם שבין 0 ל-1.	**דגשים:** 1. העיסוק בהסתברות בחטיבת הביניים צריך להיות מושתת על תובנה בסיסית. השלב הראשון בלימוד צריך להתמקד בקשר שבין ערך ההסתברות ובין מידת ההיתכנות שאנחנו מייחסים לתוצאה לא ודאית. 2. לתוצאה ודאית - הסתברות 1. 3. לתוצאה שברור שלא תתממש - הסתברות 0. 4. ההסתברות של תוצאה שההערכה להתממשותה שווה להערכה שלא תתממש היא ½. 5. ההסתברות של תוצאה שההערכה להתממשותה גדולה מהערכה לאי-התממשותה גדולה מ- ½. 6. יש לדעת לאמוד את ההסתברות לתוצאה על סמך הערכה ראשונית לשאלה עד כמה קבלת התוצאה קרובה לוודאות, עד כמה קבלת התוצאה קרובה להיות בלתי אפשרית, ועד כמה הסיכוי לקבלת התוצאה קרוב לסיכוי לאי קבלתה. **דוגמאות:** 1. מהי ההסתברות לקבלת 'עץ' בהטלת מטבע? 2. מהי ההסתברות שבזריקת מטבע יצא 'עץ' או 'פלי' (בהנחה שהמטבע לא נופל 'בעמידה')? 3. בסופרמרקט, באחת מכל 4 תבניות ביצים קיימת לפחות ביצה שבורה אחת. האם ההסתברות שאין בתבנית ביצים אף ביצה שבורה גדולה מחצי?
תכונות של ההסתברות במצבים סימטריים	**דגשים:** 1. הסכום של ההסתברות שתוצאה תתקבל וההסתברות שהיא לא תתקבל הוא 1. 2. אם תוצאה מתפצלת לתוצאות משנה, הסתברותה היא סכום ההסתברויות של כל תוצאות המשנה. 3. במצב שבו הסימטרייה בקבלת שתי תוצאות שונות ניכרת לעין, ההסתברויות לקבלת שתי התוצאות שוות זו לזו. 4. במצב שבו הסימטרייה בקבלת n תוצאות זרות וממצות ניכרת לעין, ההסתברות לקבלת כל אחת מהתוצאות היא 1/n. 5. אם תוצאה מורכבת מ-k תוצאות, שההסתברות לקבלת כל אחת מהן היא 1/n, אז ההסתברות שהיא תתקבל היא k/n. **דוגמאות:** 1. מטילים קובייה. א. מהי ההסתברות לקבל את התוצאה 4? ב. מהי ההסתברות לקבל תוצאה זוגית? ג. מהי ההסתברות לקבל תוצאה גדולה מ- 4?

תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)

תכונות של ההסתברות במצבים סימטריים

2. מוציאים כדור מתוך שק שבו 5 כדורים צהובים, 4 כדורים אדומים ו- 3 כדורים כחולים.
   א. מהי ההסתברות שהוצא כדור אדום?
   ב. מהי ההסתברות שהוצא כדור שאינו אדום?
3. מטילים שתי קוביות משחק רגילות - אחת כחולה ואחת אדומה.
   א. כמה תוצאות אפשריות יש?
   ב. האם התוצאה שבה הקובייה האדומה יצאה 5 והקובייה הכחולה יצאה 2 זהה לתוצאה שבה הקובייה האדומה יצאה 2 והקובייה הכחולה יצאה 5?
   ג. מהי ההסתברות שסכום תוצאות הקוביות הוא 5?
   ד. מהו הסכום שההסתברות לקבלו היא המרבית?
4. בוחרים באקראי מספר טבעי בין 1 ל-100 (כולל הקצוות). מהי ההסתברות שהוא יהיה זוגי? נמקו את תשובתכם.

אומדן להסתברות לקבלת תוצאה יכול להתקבל באמצעות בדיקת השכיחות היחסית של אותה תוצאה כשחוזרים על אותו ניסוי מספר רב של פעמים.

דגשים:

1. קיים קשר בין שכיחות יחסית ובין הסתברות. הנטייה של תוצאה להתקבל בשכיחות יחסית מסוימת היא פירוש נוסף להסתברות.
2. בפרק זה יש לבצע פעילויות חוזרות ולעבד את התוצאות כדי לאמוד הסתברות.
3. כשפעילות יכולה להניב כמה תוצאות, השכיחות היחסית של כל תוצאה היא אומדן להסתברות לקבלת אותה תוצאה.
4. יש ללמוד להסיק הסתברות מתוך מגוון ייצוגים של שכיחות או של שכיחות יחסית.

דוגמאות:

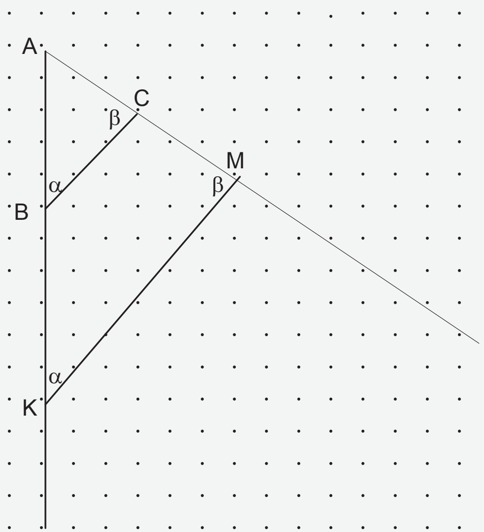
1. הטילו קוביית משחק 6 פעמים. הציגו טבלה המציגה, כנגד כל תוצאה אפשרית, את השכיחות שלה ואת השכיחות היחסית שלה.
2. הטילו קוביית משחק 300 פעמים (ניתן לעשות זאת בכיתה כשכל תלמיד מטיל קובייה 20 פעם ומסכמים את התוצאות). הציגו טבלה המציגה, כנגד כל תוצאה אפשרית, את השכיחות שלה ואת השכיחות היחסית שלה. האם תוצאה זו תואמת את ציפיותיכם?
3. הטילו שתי קוביית משחק 300 פעמים, ובכל הטלה חשבו את סכום הקוביות. הציגו טבלה המציגה כנגד כל סכום אפשרי את השכיחות שלו ואת השכיחות היחסית שלו. הציגו באמצעות טבלה אומדן להסתברות של הסכום. מהי התוצאה שלה ההסתברות הגבוהה ביותר? מהי התוצאה שלה ההסתברות הנמוכה ביותר?
4. בטבלת השכיחויות הבאה מוצגות תוצאות במבחן הישגים ארצי במתמטיקה.
   בבחירה אקראית של תלמיד, מה הסיכוי שציונו במבחן הוא 80 ומעלה?

ציון	90 - 100	80 - 89	70 - 79	60 - 69	50 - 59	מתחת ל- 50
מספר	8,000	15,000	35,000	25,000	10,000	7,000

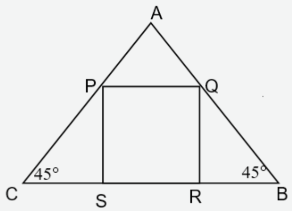
תחום גאומטרי: 2. דמיון משולשים, דמיון מצולעים (12 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
משולשים דומים מצולעים דומים	לימוד הדמיון משתלב עם לימוד יחס, פרופורציה וקנה מידה. דמיון משולשים הוא עבור התלמידים מקרה ראשון ליחס שקילות שאינו זהות. **משולשים דומים הם משולשים שבהם לכל זווית במשולש אחד יש זווית ששווה לה במשולש האחר, וקיים יחס שווה בין שלושת זוגות הצלעות המתאימות (צלעות מתאימות נמצאות מול זוויות שוות).** **יחס זה נקרא יחס הדמיון.** **מצולעים דומים הם מצולעים שבהם לכל זווית במצולע אחד יש זווית מתאימה ששווה לה במצולע האחר, כך שהסדר בין הזוויות השוות נשמר, והיחס בין כל שתי צלעות במצולע אחד שווה ליחס שבין שתי הצלעות המתאימות במצולע האחר.** **דגשים:** 1. דמיון משולשים יוצג תחילה בדרך אינטואיטיבית: הגדלה או הקטנה של מצולע בעזרת זכוכית מגדלת או מקטנת, הגדלה או הקטנה בצילום או הגדלה והקטנה באמצעות תוכנת מחשב. 2. מומלץ לשיים משולשים דומים לפי סדר ההתאמה בין הקודקודים. 3. היחס בין שטחם של שני משולשים דומים הוא רבועו של יחס הדמיון ביניהם. התכונה תתקבל מתוך התבוננות במקרים פרטיים, וההכללה תיעשה ללא הוכחה פורמאלית. 4. אם לשני משולשים זוויות שוות, אז הם דומים, ומכאן שגם קיים יחס דמיון בין הצלעות. (ראה דוגמה 2) 5. יש ללמוד לזהות משולשים דומים. 6. יש ללמוד למצוא נתונים חסרים מתוך תכונת הדמיון ותוך שימוש בפרופורציה. 7. יש לעסוק בבעיות המשלבות בין דמיון משולשים ובין עובדות שנלמדו בכיתה ז ובתחילת כיתה ח'. 8. יש לשלב דוגמאות מחיי היומיום. 9. במצולעים בני ארבע צלעות או יותר, בשונה ממשולשים, שוויון זוויות איננו מבטיח דמיון. **דוגמאות:** 1. דוגמה לפעילות שתוביל להגדרה של משולשים דומים ולחלק מתכונותיהם: הפעילות כוללת בניית משולש מ- 4 עותקים של משולש נתון שונה צלעות, מ- 9 ומ- 16 עותקים של משולש נתון (פירוט הפעילות מופיע בנספח). כמסקנה מפעילות זו, נקבל בבניות שתיארנו את שוויון הזוויות, את שוויון יחסי הצלעות ואת יחסי השטחים שבין המשולש הנתון לבין המשולשים המתקבלים מאותו משולש.

משולשים דומים ומצולעים דומים

2. נתונות שתי קרניים היוצאות מהנקודה A, ונתון משולש ABC.
שתיים מזוויותיו של משולש ABC הועתקו למשולש AKM.
א. האם המשולש AKM דומה למשולש ABC?
ב. העתיקו את הזוויות a ו– b על המשך הקרניים היוצאות מ– A.
בדקו אם המשולש שהתקבל דומה למשולש ABC.
בדקו אם המשולש שהתקבל דומה למשולש AKM.
השלימו את המסקנה: אם לשני משולשים זוויות שוות אז הם ___________



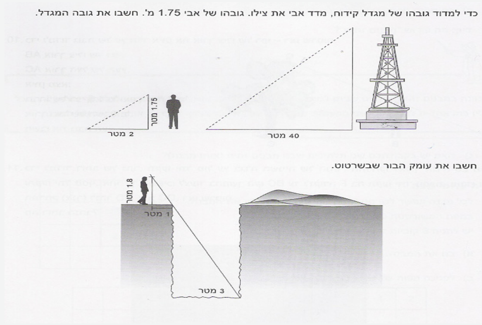
3. נתונים המשולשים ABC, ADE.
BC || DE. נמקו מדוע המשולשים דומים.



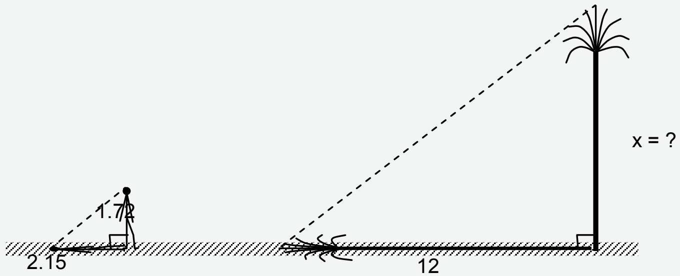
תחום גאומטרי: 2. דמיון משולשים, דמיון מצולעים (12 שעות)

משולשים דומים ומצולעים דומים

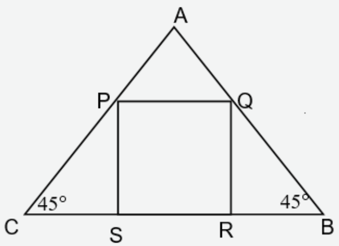
4. חשבו את עומק הבור שבשרטוט, והסבירו כיצד מצאתם, ועל אילו תכונות התבססתם.



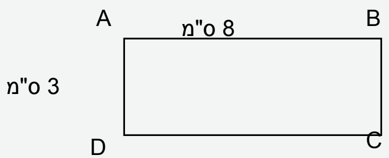
5. אדם שגבהו 1.72 מטר עמד בשמש ליד דקל. אורך צילו של האדם היה 2.15 מטר ואורך צילו של הדקל באותו זמן היה 12 מטר. מה גובה הדקל? (קרני השמש יוצרות אותה הזווית עם הדקל ועם האדם.)

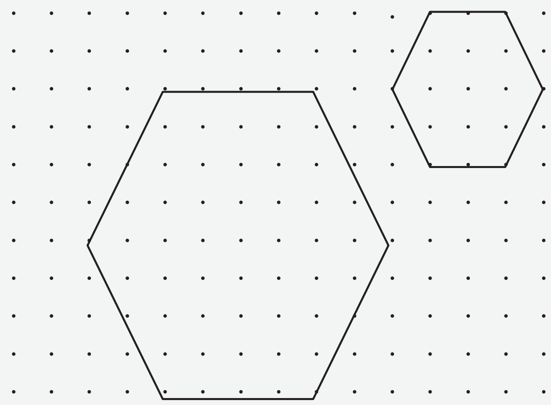


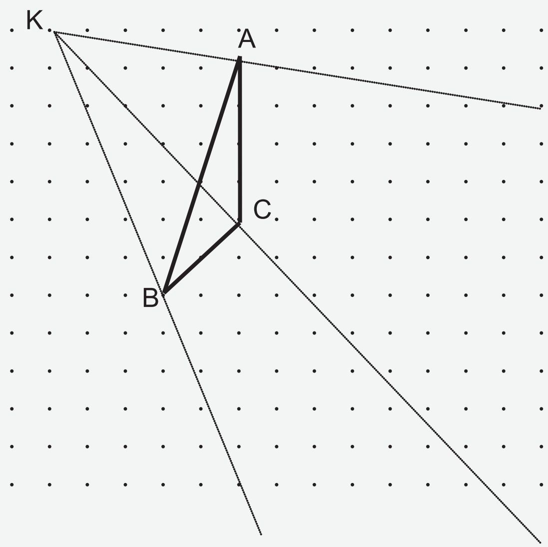
6. במשולש ABC חסום ריבוע PQRS.
   א. חשבו את כל הזוויות שבשרטוט על סמך הנתונים.
   ב. ציינו את כל המשולשים ישרי הזווית שבשרטוט.
   ג. אילו מבין המשולשים האלה דומים ל-ΔACB?
   ד. מדדו (בעזרת סרגל) וחשבו את היחס שבין הצלעות של שניים מהמשולשים הדומים.
   ה. האם בין המשולשים האלה יש משולשים החופפים זה לזה? נמקו.



7. נתון מלבן ABCD, שמידותיו רשומות על גבי השרטוט. שרטטו מלבן דומה KLMN שאורך אחת מצלעותיו היא 12 ס"מ. רשמו את אורכי הצלעות של המלבן KLMN.
כמה מלבנים דומים כאלה יש? הסבירו.



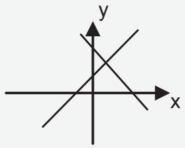
תחום גאומטרי: 2. דמיון משולשים, דמיון מצולעים (12 שעות)	
משולשים דומים ומצולעים דומים	8. לגבי כל אחת מהטענות הבאות קבעו האם היא נכונה; נמקו. א. כל שני מלבנים דומים זה לזה. ב. כל שני ריבועים דומים זה לזה. ג. כל שני משושים דומים זה לזה. ד. כל שני מתומנים משוכללים דומים זה לזה. 9. קבעו האם המשושים שלפניכם דומים זה לזה. נמקו את תשובתכם. אם המשושים דומים, מהו יחס הדמיון? 

תחום גאומטרי: 2. דמיון משולשים, דמיון מצולעים (12 שעות)	
משולשים דומים ומצולעים דומים	10. מהנקודה K שבשרטוט יוצאות 3 קרניים. היעזרו בקרניים ושרטטו משולש EDF הדומה למשולש ABC ושיחס הדמיון הוא 2.  11. א. שרטטו משולש א שאורכי צלעותיו הם 3, 4, 5 ס"מ. ב. שַרטטו משולש ב שדומה לו, ושיחס הדמיון בין המשולשים הוא 3. ג. אם נגדיל כל אחת מהצלעות של משולש א ב- 3 ס"מ, האם המשולש שיתקבל יהיה דומה למשולש א? נמקו.

סבב 3

תחום אלגברי	תחום מספרי	תחום גאומטרי
מערכת משוואות של שתי משוואות מהמעלה הראשונה - שאלשות מילוליות מתאימות; **ערך מוחלט ואי-שוויונות - העמקה** (18 שעות)	**שורש ריבועי ומספר אי-רציונאלי** (4 שעות)	**משפט פיתגורס במישור ובמרחב גליל** **(12 שעות)**

תחום אלגברי: 1. מערכת משוואות של שתי משוואות מהמעלה הראשונה - שאלות מילוליות מתאימות, ערך מוחלט ואי-שוויונות - העמקה (18 שעות)

נושאי הלימוד	דגשים ודוגמאות
מערכת משוואות של שתי משוואות מהמעלה הראשונה ושאלות מילוליות מתאימות	בפרק זה לומדים לפתור מערכות של שתי משוואות קוויות בשני משתנים. **דגשים:** 1. יש לפתוח בנושא באמצעות שאלות מילוליות המחייבות פתרון מערכת של שתי משוואות קוויות בשני נעלמים. 2. יש ללמוד לפתור מערכות משוואות באמצעים גרפיים. 3. יש ללמוד לפתור מערכות משוואות באמצעים אלגבריים (בשיטת ההצבה ועל ידי הבאה למקדמים שווים). יש ללמוד לשקול איזו שיטה נוחה יותר עבור מערכת משוואות נתונה. 4. יש לזהות את מספר הפתרונות שיכול להיות אפס, אחד או אינסוף. 5. יש לפתור שאלות מילוליות שאותן ניתן לפתור באמצעות פתירת מערכת של שתי משוואות קוויות בשני נעלמים. דוגמאות: 1. מצאו שני מספרים שסכומם 127 והפרשם 47. 2. פתרו את מערכות המשוואות הבאות: ג. $\begin{cases} 2x+y=2 \\ 3x-y-x=-4 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} \frac{x-4y}{2}=\frac{x-2y}{5} \\ \frac{1}{2}x+2y=x-1 \end{cases}$ א. $\begin{cases} (x-1)(y+2)=xy+3 \\ (x+5)(y-1)=(x-3)(y+2) \end{cases}$ 3. לפניכם 3 מערכות משוואות בשני נעלמים וגרף אחד שמתאים רק לאחת מהמערכות. מצאו את המערכת המתאימה. נמקו! ג. $\begin{cases} 2y-x=2 \\ y=x+3 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} y-x=2 \\ y+x=4 \end{cases}$ א. $\begin{cases} 2x+y=2 \\ x+3y=1 \end{cases}$ 

תחום אלגברי: 1. מערכת משוואות של שתי משוואות מהמעלה הראשונה - שאלות מילוליות מתאימות, ערך מוחלט ואי-שוויונות - העמקה (18 שעות)

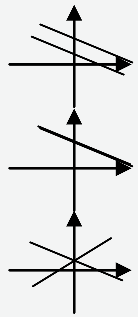
מערכת משוואות של שתי משוואות מהמעלה הראשונה ושאלות מילוליות מתאימות

4. התאימו בין הייצוגים הגרפיים ובין הייצוגים האלגבריים.

א. $\begin{cases} 6x+9y=12 \\ 2x+3y=4 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} 6x+9y=4 \\ 2x+3y=12 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} 9x+3y=12 \\ -3x+2y=8 \end{cases}$



5. רות שילמה 29 שקלים עבור כביסה של 4 מגבות ו-7 סדינים. לקראת החג פורסם מבצע של 20% הנחה. במסגרת ההנחה שילמה רות 20 שקלים בלבד עבור כביסה של 5 מגבות ו-5 סדינים. מהו התעריף הרגיל של המכבסה עבור כביסת מגבת אחת ועבור סדין אחד?
6. דני ועמי יצאו ברגל זה לקראת זה, משני יישובים המרוחקים זה מזה 30 ק"מ. הם נפגשו כעבור 4 שעות. למחרת, יצא עמי 5 שעות אחרי דני, והם נפגשו שעתיים לאחר צאתו של עמי. מהי מהירות ההליכה של דני ושל עמי?
7. אם נגדיל צלע אחת של מלבן ב-2 ס"מ ונקטין צלע סמוכה לה ב-3 ס"מ, נקבל ריבוע שהיקפו 20 ס"מ. מהן מידות המלבן? מהו שטח המלבן? מהו שטח הריבוע שנוצר?

ערך מוחלט

ערך מוחלט הוא הערך של מספר תוך התעלמות מהסימן שלו.
ערך מוחלט של מספר מבטא את מרחקו של המספר מאפס. את הערך המוחלט של x מסמנים $|x|$.

דגשים:

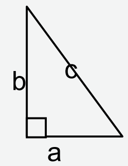
1. בהקשר של **מספרים מכוונים** הערך המוחלט של מספר הוא גודלו של המספר המכוון. בפרט, ל-a ול-(a-) אותו ערך מוחלט.
2. ערך מוחלט של מספר הוא תמיד **חיובי**, למעט ערכו המוחלט של אפס, ששווה לאפס.
3. עבור כל שני מספרים x ו-y, הביטוי $|x - y|$ מבטא את המרחק בין x ובין y על ציר המספרים. עבור $y < x$, המרחק בין x ל-y הוא ההפרש: $x - y$.
4. יש ללמוד לזהות ולשרטט את הגרף של הפונקציה $y = |x|$ ו- $y = |x - a|$

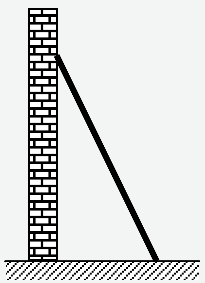
דוגמאות:

1. מהו הערך המוחלט של המספרים הבאים: א. 6 ב. 8- ג. 0 ד. ½-
2. אם ערך מוחלט של מספר הוא 9, מה יכול להיות המספר?
3. מהם הערכים של x שעבורם $|x - 3| = 5$. נמקו את תשובתכם תוך פירוש הערך המוחלט במושגים של מרחק.

תחום אלגברי: 1. מערכת משוואות של שתי משוואות מהמעלה הראשונה - שאלות מילוליות מתאימות, ערך מוחלט ואי-שוויונות - העמקה (18 שעות)	
ערך מוחלט	4. כתבו טבלת ערכים חלקית של הפונקציה $y = \|x - 3\|$ הכוללת שלושה ערכים של x הקטנים מ-3 ושלושה ערכים של x הגדולים מ-3. שרטטו גרף של פונקציה זו. 5. הסבירו מדוע $\|3 - x\|=\|x - 3\|$. 6. מה הקשר בין ערך מוחלט של ריבוע של מספר לריבוע של הערך המוחלט שלו?
אי-שוויונות (העמקה)	פתרון אי-שוויונות באמצעים גרפיים. **דגש:** בפרק זה פותרים אי-שוויונות באמצעים גרפיים (ובאמצעים אלגבריים, כשהדבר ניתן). המטרה היא להעמיק את האינטואיציה, כהכנה לפתרון בעיות מסוג זה באמצעים אלגבריים בכיתות גבוהות יותר. **דוגמאות:** 1. פתרו את אי-השוויון: $\frac{1}{7} < \frac{1}{x}$ 2. פתרו את אי-השוויון $\|x - 3\| < 5$.

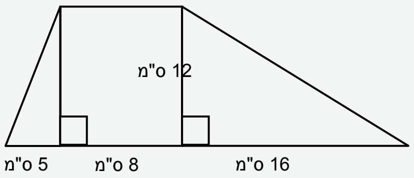
תחום מספרי: 3. שורש ריבועי ומספר אי-רציונאלי (4 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
שורש ריבועי ומספר אי-רציונאלי	מומלץ ללמד נושא זה לפני או תוך כדי הלימוד של משפט פיתגורס. **דגשים:** 1. הצורך לחשב שורש ריבועי מתעורר בכל עת בה מחשבים אורך של צלע בהסתמך על משפט פיתגורס. התלמידים למדו על השורש הריבועי בכיתה ז, אבל למדו לחשב אותו רק כשהתוצאה היא מספר שלם, וחישובים המסתמכים על משפט פיתגורס מחייבים הכרת שורשים שאינם מספרים שלמים. 2. $\sqrt{9}$ למשל, הוא ביטוי לפעולה וכן הוא הייצוג של המספר 3. 3. יש לאמוד שורש ריבועי לפחות ברמת דיוק של שלם. 4. יש להסביר לתלמידים את ההבדל בין מספרים רציונאליים ובין מספרים אי-רציונאליים. יש להסביר שמספרים רציונאליים יכולים להיכתב כמנה של שני מספרים שלמים, אבל הייצוג העשרוני שלהם אינו בהכרח סופי והוא יכול להיות אינסופי מחזורי (למשל: שליש). למספרים אי-רציונאליים יש רק ייצוגים אינסופיים לא מחזוריים. 5. בכיתות מתקדמות ניתן להוכיח שהשורש הריבועי של 2 אינו רציונאלי. מומלץ גם להציג את ההקשר ההיסטורי של גילוי קיומם של מספרים אי-רציונאליים. **דוגמאות:** 1. אמדו את השורש הריבועי של 2: האם הוא גדול או קטן מ-1? האם הוא גדול או קטן מ-2? האם הוא גדול או קטן מ-1.5? מצאו שני מספרים שהפרשם הוא 0.5, שהאחד קטן מהשורש הריבועי של 2 והאחר גדול ממנו. 2. סמנו < או >: א. $3 \ \square \ \sqrt{5}$ ב. $4.5 \ \square \ \sqrt{18}$ 3. השלימו את המספרים השלמים הקרובים ביותר ל $\sqrt{2}$ במשבצות: $\square < \sqrt{22} < \square$ מקמו את המספרים הבאים על ציר המספרים: $\sqrt{5}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{125}$, $\sqrt{600}$

<table>
<tr><th colspan="2">תחום גאומטרי: 3. משפט פיתגורס במישור ובמרחב, גליל (12 שעות)</th></tr>
<tr><th>נושאי הלימוד</th><th>דגשים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td>משפט פיתגורס במישור ובמרחב</td><td>
משפט פיתגורס הוא אולי המשפט הראשון שאותו פוגשים התלמידים, ואשר נכונותו אינה נראית לעין, ומכאן נחיצותה של הוכחה.
משפט פיתגורס: במשולש ישר זווית סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר. $a^2 + b^2 = c^2$


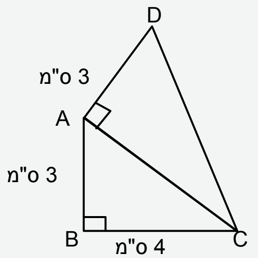
דגשים:
1. יש לשלב פעילויות העוסקות בהוכחת המשפט בדרכים מגוונות.
2. יש ללמוד לחשב צלעות והיקפים בעזרת משפט פיתגורס.
3. השימוש במשפט פיתגורס מצריך חישוב שורש ריבועי, ולימוד זה משתלב עם העיסוק בשורשים בתחום המספרי.
4. מומלץ לעסוק בבניות שבהן יש להסיק נתונים חסרים בעזרת משפט פיתגורס.
5. יש להוסיף למשפטי החפיפה שנלמדו כבר, את משפט החפיפה: שני משולשים ישרי זווית שלהם ניצב שווה ויתר שווה – חופפים זה לזה.
6. יש לעסוק בבעיות המשלבות בין משפט פיתגורס לבין עובדות שנלמדו בכיתות ז-ח.
7. יש ליישם את משפט פיתגורס במרחב: בקוביות ובתיבות. חשוב להיעזר באמצעי המחשה.
8. יש להבחין בין אלכסון של פאה (אלכסון של מלבן) לבין אלכסון של תיבה שהוא קטע המחבר שני קודקודים שאינם על אותה פאה.
דוגמאות:
1. א. השתמשו בעובדה ש: $1 + 2^2 = 5$ ושרטטו קטע באורך $\sqrt{5}$ ס"מ.
מדדו באמצעות סרגל ומצאו אומדן למספר $\sqrt{5}$.
ב. בנו ריבוע שאלכסונו $\sqrt{8}$ ס"מ.
2. נתון ריבוע ששטחו 1 סמ"ר.
בנו ריבוע ששטחו כפול משטח הריבוע הנתון.
3. א. סולם נשען על הקיר. רגליו נמצאות במרחק 50 ס"מ מהקיר וראשו בגובה 1.5 מ'. מה אורך הסולם?
ב. הסולם החליק, ומרחקו מהקיר הוא עתה 60 ס"מ.
לאיזה גובה יגיע הסולם?

</td></tr>
</table>

תחום גאומטרי: 3. משפט פיתגורס במישור ובמרחב, גליל (12 שעות)

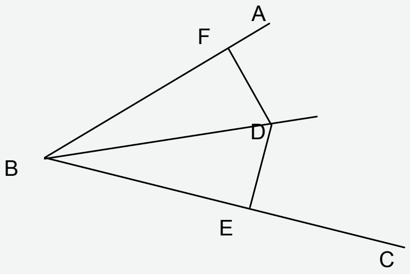
4. אורך האלכסון של מסך טלוויזיה מלבני הוא 25 אינץ'.
   א. האם ניתן לקבוע את האורך והרוחב של המסך?
   ב. מהם האורך והרוחב שלו, אם ידוע שהיחס ביניהם הוא 4 : 3?
   ג. מהו שטח המסך?
   ד. מהו היקף המסך?



5. נתון טרפז. חלק מהנתונים רשומים על גבי השרטוט.
   א. חשבו את שטח הטרפז
   ב. חשבו את היקף הטרפז.



6. א. חשבו את שטח המרובע ABCD על פי הנתונים בשרטוט.
   ב. חשבו את היקף המרובע ABCD.
7. א. נתונים שני משולשים ישרי זווית. לכל משולש ניצב אחד באורך 6 ס"מ ואורכו של היתר הוא 9 ס"מ. נמקו מדוע המשולשים חופפים.
   ב. נתונים שני משולשים ישרי זווית. לכל משולש ניצב אחד באורך a ס"מ ואורכו של היתר הוא c ס"מ. נמקו מדוע המשולשים חופפים.
   ג. מה תוכלו לומר על כל שני משולשים ישרי זווית שלהם ניצב ויתר שווים.

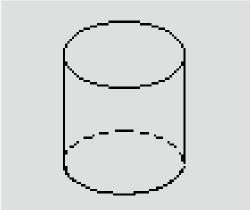


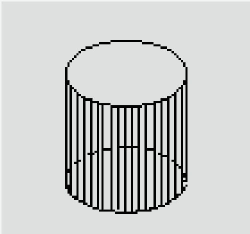
8. נתונה זווית ABC. מהנקודה D שבתוך הזווית מורידים אנכים לשוקי הזווית. שני האנכים שווים באורכם. נמקו מדוע AD הוא חוצה הזווית ABC.
9. האם אפשר להניח מטרייה שאורכה 75 ס"מ במזוודה שממדיה הם 60X40X25 ס"מ?
10. נפח של תיבה הוא 180 סמ"ק. היעזרו בהמחשה של תיבה.
   א. אילו אורכי צלעות יכולים להיות לתיבה? רשמו 3 אפשרויות.
   ב. בחרו את אחת התיבות שהצעתם וחשבו את האורכים של אלכסוני הפאות של התיבה.
   ג. האם אורך כל אלכסון של פאה של תיבה גדול מאורך כל אחת מצלעותיה? נמקו או הדגימו.
   ד. חשבו את אורך אלכסונה של התיבה.
   ה. האם אורך אלכסון התיבה גדול מאורך כל אחת מצלעותיה? נמקו.
   ו. שערו: מבין שלוש האפשרויות שרשמתם, לאיזו תיבה שנפחה 180 סמ"ק האלכסון הארוך ביותר? נמקו.
   ז. בדקו על ידי חישוב אם צדקתם.

תחום גאומטרי: 3. משפט פיתגורס במישור ובמרחב, גליל (12 שעות)

גליל (גליל ישר בלבד) היכרות עם הגוף, חישוב שטח פנים, חישוב שטח מעטפת, חישוב נפח, פריסה

גליל - גוף המורכב משני עיגולים חופפים הממוקמים במישורים מקבילים, ומכל הקטעים המחברים עיגולים אלה.
לשני העיגולים קוראים בסיסי הגליל.
לגליל הישר קיימת מעטפת שהיא בצורת מלבן.





דגשים:

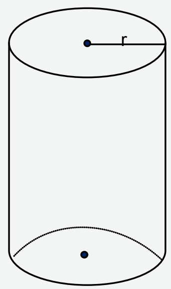
1. יש ללמוד לחשב את שטח הפנים, שטח המעטפת והנפח של גליל שממדיו נתונים, באמצעים מספריים ואלגבריים.
2. יש לדון בהשתנות שטח פני הגליל כתוצאה משינויים חיבוריים וכפליים באורכי הגובה והרדיוס, למשל: במקרים שבהם אורכי הגובה והרדיוס מוכפלים פי 2.
3. יש לדעת לשרטט פריסה של גליל.
4. יש לעסוק בבעיות המשלבות בין חישובים עם גליל לבין עובדות שנלמדו בכיתות ז-ח, כולל המרת מידות.
5. יש ליישם את משפט פיתגורס במרחב עם גליל. חשוב להיעזר באמצעי המחשה.
6. יש לעסוק בשאלות בהקשרים מציאותיים.

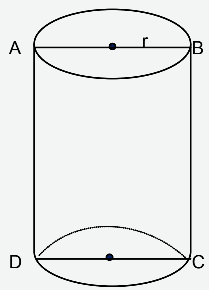
דוגמאות:

1. חשבו את נפח הגלילים ושטחי המעטפת שלהם על פי הנתונים:

א. 3 ס"מ = r
8 ס"מ = h

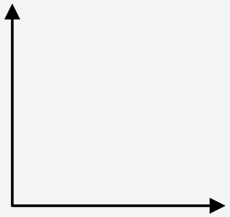
ב. שטח ABCD הוא 60 סמ"ר
5 ס"מ = r



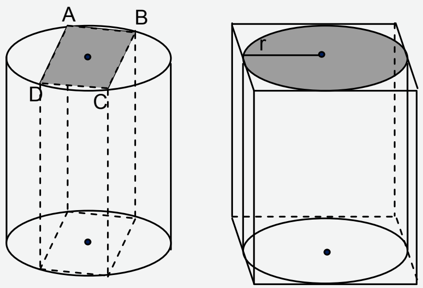


2. שרטטו פריסה של גליל.
3. נתון כלי בצורת גליל ששטח הבסיס שלו הוא 1000 סמ"ר וגובהו 20 ס"מ.
ממלאים את הגליל ב- 4 ליטרים של מים. מה יהיה גובה פני המים לאחר המילוי?

4. נתון גליל ריק שממלאים אותו בנוזלים בקצב אחיד וברציפות.
שרטטו סקיצה של גרף המתאר את הקשר בין זמן המילוי לגובה הנוזלים:

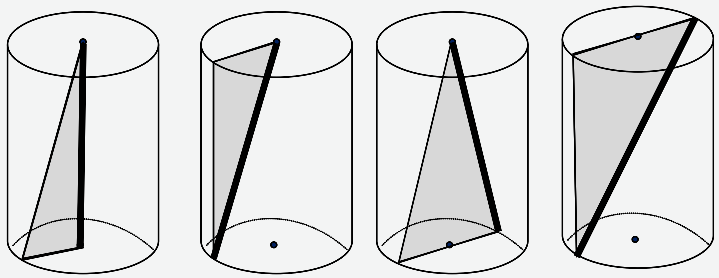


5. נתונים שני כלים.
I. גליל בתוך תיבה:
$h = 12$ ס"מ, $r = 5$ ס"מ
II. תיבה ריבועית בתוך גליל:
ריבוע ABCD
שאורך צלעו 8 ס"מ
$h = 12$ ס"מ



חשבו את נפח הגליל ונפח התיבה של כל אחד מהכלים.

6. א. נתונים 4 גלילים שמידותיהם שוות. בתוך הגלילים משולשים שונים.
באיזה מהמשטחים של המשולשים הצלע המובלטת היא הקצרה ביותר?
הארוכה ביותר? נמקו.
ב. נתוני הגליל: $r = 4$ ס"מ, $h = 10$ ס"מ
חשבו את נפח הגליל; חשבו את שטחי המשולשים, ואת אורך הצלע המובלטת בכל משולש.



7. דרור רצה לקנות צנצנת דבש. בחנות למוצרי טבע שאליה הלך דרור, נמכר דבש בצנצנות שצורתן גליל. דרור מצא שני גדלים של צנצנות. צנצנת אחת הייתה גבוהה פי שניים מהשנייה, אבל קוטר בסיסה היה פי שניים קטן יותר. שתי הצנצנות היו מלאות בדבש. מחירה של הצנצנת הגבוהה הוא 13 שקלים ומחירה של הצנצנת הנמוכה הוא 20 שקלים. איזו צנצנת יבחר דרור, אם רצונו לקנות את הדבש במחיר הנמוך ביותר ליחידת נפח? הסבירו.

מתמטיקה - תוכנית הלימודים לכיתה ט

הנחיות כלליות

עקרונות:

א. לימודי המתמטיקה בכיתה ט חותמים את לימודי המתמטיקה בחטיבת הביניים, ומשלימים את הנחת התשתית לקראת לימודי המתמטיקה בתיכון.

ב. הגישה בכיתה ט היא פורמאלית יותר מאשר בכיתות ז-ח, ויחד עם זאת מקפידה על שמירת איזון בין גישה אינטואיטיבית לבין פיתוח יכולות טכניות.

ג. בלימודי ה**גאומטריה** התלמידים לומדים לראשונה להוכיח משפטים במסגרת היסקית המושתתת על הנחות יסוד והגדרות. במסגרת זו הם גם לומדים להתנסח באופן פורמאלי.

ד. בלימודי ה**אלגברה** יש להתייחס לנקודות הבאות:

1. יש להדגיש את כוחה של האלגברה כאמצעי להסבר של תופעות מספריות ולהכללה של חוקים מתמטיים.
2. יש להדגיש את אופן השימוש בסמלים אלגבריים בתיאור מבני של תופעות מתמטיות, ובמידול של בעיות. יש לדון באופן שבו בחירת המשתנים משפיעה על יכולתנו להבין את אותן תופעות ולפתור את אותן בעיות.
3. יש לעסוק באלגברה כתחום מתמטי שבו מוכיחים משפטים על סמך נתונים, כללי היסק ויישום של חוקים אלגבריים.

ה. בכל מקום שבו הדבר אפשרי, יש לשוב ולתרגל נושאי תוכן משנים קודמות.

ו. משימות אורייניות ועיבוד נתונים ישולבו בכל פרק לימוד שבו הדבר אפשרי.

מבנה התוכנית:

ז. תוכנית הלימודים לכיתה ט נחלקת לשני תחומים: אלגברה (כולל הסתברות) וגאומטריה. יש ללמד שני תחומים אלה במקביל.

ח. סדר הפרקים כפי שמופיע בכל תחום בתוכנית הלימודים אינו מחייב, ובלבד שיישמר מבנה קדימויות לוגי.

ט. תוכנית זו מוגשת בהיקף ובהעמקה התואמים את הנדרש מתלמידי הקבצות א.

י. החלקים המסומנים באפור מיועדים לתלמידים מתקדמים.

סדר הנושאים המומלץ ומספר שעות הלימוד:

אלגברה (כולל הסתברות)	מספר שעות
חזקות ושורשים	20
הסתברות	15
טכניקה אלגברית	20
פונקציות ריבועיות	30
שימושים באלגברה	5
סך הכל	**90**

גאומטריה	מספר שעות
דלתון ומשולש שווה שוקיים	10
בניות בסיסות	12
ישרים מקבילים וטרפז	8
מקבילית ותכנים נוספים שאפשר להוכיח באמצעות תכונותיה	10
מלבן ותכנים נוספים שאפשר להוכיח באמצעות תכונותיו	8
הוכחה על דרך השלילה	4
מעוין וריבוע	8
סך הכל	**60**

תחום אלגברי והסתברות

1. חזקות ושורשים (20 שעות)

א. חזקות עם מעריך טבעי

פרק החזקות הנלמד בכיתה ט הוא הרחבה של פרק החזקות הנלמד בכיתה ז, ומשלב נושאים נוספים שנלמדו בעבר (למשל: זיהוי חוקיות, גאומטריה, גרפים ופונקציות). פרק זה מניח בסיס ללימוד עתידי של הפונקציה המעריכית, סדרות הנדסיות, טכניקה אלגברית וחקר תופעות של גדילה ודעיכה. לימוד חזקות הוא הזדמנות להפגיש תלמידים עם פונקציות שאינן ליניאריות ושאינן ריבועיות.

חזקה (שבה המעריך הוא מספר טבעי) היא כפל חוזר: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots\ldots a}_{\text{n פעמים}}$

לפרמטר a קוראים **בסיס החזקה**, ולפרמטר n קוראים **מעריך החזקה**.

בפרט, מגדירים: $a^1 = a$

דגשים:

1. מומלץ לדעת בעל פה חזקות ריבועיות מ-12 ועד 202 וחזקות של 2 עד 210.
2. יש לחזור ולתרגל את סדר פעולות החשבון בביטויים שבהם יש חזקות, כפל, חילוק, חיבור וחיסור.
3. יש לשלוט בכתיבה מדעית של מספרים גדולים באמצעות חזקות של 10.
4. כאשר בסיס החזקה הוא מספר שלילי אזי הביטוי הוא חיובי במקרה שמעריך החזקה הוא זוגי, ושלילי במקרה שמעריך החזקה הוא אי-זוגי.
5. יש להכיר ולשלוט בחוקי החזקות כשהמעריכים הם מספרים טבעיים, ולדעת לנמק אותם בהסתמך על חוקי החילוף והקיבוץ של הכפל והחילוק.

רשימת החוקים שיש להכיר היא:

$$a^n \cdot a^k = \underbrace{a \cdot \ldots\ldots\ldots \cdot a}_{\text{n פעמים}} \cdot \underbrace{a \cdot \ldots\ldots\ldots \cdot a}_{\text{k פעמים}} = a^{n+k}$$

$$\frac{a^n}{a^k} = \frac{\underbrace{a \cdot \ldots\ldots \cdot a}_{\text{n פעמים}}}{\underbrace{a \cdot \ldots\ldots \cdot a}_{\text{k פעמים}}} = a^{n-k} \qquad (n > k\ ,\ a \neq 0)$$

$$(a^n)^k = \underbrace{a^n \cdot \ldots\ldots a^n}_{\text{k פעמים}} = a^{nk}$$

$$(ab)^n = \underbrace{ab \cdot \ldots\ldots\ldots \cdot ab}_{\text{n פעמים}} = \underbrace{a \cdot \ldots\ldots \cdot a}_{\text{n פעמים}} \cdot \underbrace{b \cdot \ldots\ldots \cdot b}_{\text{n פעמים}} = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{a}{b}}_{\text{n פעמים}} = \frac{\overbrace{a \cdot \ldots\ldots \cdot a}^{\text{n פעמים}}}{\underbrace{b \cdot \ldots\ldots \cdot b}_{\text{n פעמים}}} = \frac{a^n}{b^n} \qquad (b \neq 0)$$

6. אם בסיס החזקה הוא מספר הגדול מ- 1 ומעריך החזקה הוא מספר טבעי הגדול מ-1, אזי הביטוי גדול מבסיס החזקה.
אם בסיס החזקה הוא מספר בין 0 ל- 1 ומעריך החזקה הוא מספר טבעי הגדול מ-1, אזי הביטוי קטן מבסיס החזקה.
7. יש לשלב חזקות בביטויים מספריים ובביטויים אלגבריים.
8. יש ללמוד להציג מספר טבעי כמכפלה של חזקות של מספרים ראשוניים.
9. יש להכיר את הגרף של הפונקציה: $y = a^n$ (ח טבעי, $a > 0$) ולהבין את ההבדל בקצב הגדילה בין גרפים בעלי בסיסי חזקה שונים. בפרט, יש להבין את ההבדל בין גידול ליניארי וגידול מעריכי באמצעות דוגמאות מספריות. יש לדון בקושי שבחלוקת הציר לשנתות בשרטוט גרף של פונקציה מעריכית.
10. יש לבטא יחידות מידה שונות באמצעות כתיב חזקות.

ב. הרחבת מושג החזקה למעריכים שהם אפס או מספרים שליליים שלמים

$a^0=1$ $(a\neq0)$, $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ $(a\neq0)$

דגשים:

1. יש להציג חזקות עם מעריך שהוא אפס ועם מעריכים שהם מספרים שליליים שלמים בכמה אופנים, באופן שיבהיר את המניע להגדרות אלה. למשל:
א. באמצעות התבוננות בסדרת השוויונות:

$$\begin{aligned} 2^4 &= 16 \\ &\downarrow :2 \\ 2^3 &= 8 \\ &\downarrow :2 \\ 2^2 &= 4 \\ &\downarrow :2 \\ 2^1 &= 2 \\ &\downarrow :2 \\ 2^0 &= 1 \\ &\downarrow :2 \\ 2^{-1} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ב. באמצעות התבוננות בזהות $\frac{a^n}{a^k}=a^{n-k}$. זהות זו מוכרת כבר עבור k < ח. עתה, אם נציב k = ח נקבל $a^0 = 1$ ואם נציב ח = 0 נקבל $a^{-k}=\frac{1}{a^k}$
2. יש להוכיח, לאור ההגדרות לעיל, שחוקי החזקות נשארים תקפים גם עבור מעריכים שליליים או מעריך שהוא אפס (אין חובה לכסות את כל המקרים).
3. יש לשלוט בכתיבה מדעית של מספרים (חיוביים) קטנים.

4. 0^n שווה לאפס עבור כל n טבעי.
   0^n אינו מוגדר עבור $0 > n$, עובדה המתקשרת להיעדר הגדרה של חילוק באפס.
   0^n אינו מוגדר עבור $0 = n$, אבל אין בשלב זה כלים לנמק זאת.
5. יש לקשר בין חזקות שבהן המעריך הוא מספר שלילי לבין יחידות מידה וקצבי דעיכה, ויש לפתח בתלמידים תובנה מספרית לדעיכה מעריכית.
6. יש לשלב חזקות בביטויים מספריים ובביטויים אלגבריים.

ג. שורשים ריבועיים

פרק זה הוא המשך לפרק על שורשים ריבועיים הנלמד בכיתה ח, ומהווה הכנה ללימוד המשוואה הריבועית. לכל מספר a שאינו שלילי, $s = \sqrt{a}$ הוא המספר היחיד המקיים $s \ge 0$ ו־ $s^2 = a$.

דגשים:

1. שורש ריבועי של מספר שקטן מאפס אינו מוגדר.
2. יש ללמוד לחשב שורש ריבועי באמצעות מחשבון, ולהבחין בין הערך המקורב המתקבל לבין הערך האמיתי.
3. מהגדרת השורש הריבועי נובע כי: $\sqrt{a^2} = |a|$ לכל a ו־ $(\sqrt{a^2}) = a$ לכל $a \ge 0$
4. יש להכיר את הזהויות: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ $(0 \ge a, 0 \ge a)$
   $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (a) $\sqrt{a^k} = (\sqrt{a})^k$, (טבעי k ,$0 \ge a$, $b > 0$)

ולדעת לבסס אותן על חוקי חזקות. הזהות הראשונה, למשל, מבוססת על השוויון $(xy)^2 = x^2y^2$ כך: $\left(\sqrt{a \cdot b}\right)^2 = a \cdot b = \left(\sqrt{a}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{b}\right)^2 = \left(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}\right)^2$.

5. יש ללמוד להשתמש במשפט פיתגורס כדי לתת ייצוג גאומטרי לשורשים ריבועיים, למשל לבנות קטעים באורכים $\sqrt{7}, \sqrt{6}$.

2. הסתברות (15 שעות)

מבוא

1. הסתברות היא תחום תוכן העוזר בקבלת החלטות מושכלות. לעתים קרובות אדם נאלץ לקבל החלטות בתנאי חוסר ודאות, ושיקולים הסתברותיים עוזרים לשקלל סיכויים וסיכונים עד לקבלת החלטות מיטביות.
2. בכיתה ח למדו התלמידים את המשמעות של ההסתברות הן כמדד למידת ההיתכנות שאדם מייחס להתרחשות מאורע, והן כשכיחות היחסית של המאורע בעת שחוזרים על אותו הניסוי מספר רב של פעמים. הם למדו לחשב הסתברויות של מאורעות בניסויים שבהם קיימת סימטרייה ניכרת לעין בין כל תוצאות הניסוי, ולכן מניחים שכל התוצאות הן שוות הסתברות.
3. התכנים המרכזיים הנוספים בכיתה ט הם:

א. הסתברות מותנית: כשנוסף מידע חלקי על תוצאת הניסוי, אזי ההסתברות המיוחסת למאורע יכולה להשתנות.

ב. מושג האי-תלות והשימוש בו בחישוב הסתברויות;

ג. חישוב הסתברויות של איחוד וחיתוך של כמה מאורעות, במקרים שבהם הנתונים מאפשרים זאת (מאורעות זרים, מאורעות בלתי תלויים, או מאורעות תלויים שבהם אפשר לחשב הסתברות מותנית).

מטרת הלימוד היא פיתוח אינטואיציה להתניה ואי-תלות, לצד המשך פיתוח יכולת החישוב. יש לגשת לפתרון שאלות בדרך אינטואיטיבית, ולהימנע מהצבה מכנית בנוסחאות.

א. הסתברות מותנית

הסתברות משקפת את מידת היתכנות שאדם מייחס להתרחשות מאורע, כשהוא מנצל באופן מושכל את מלוא המידע שברשותו. ההסתברות להתרחשות מאורע יכולה להשתנות כשהמידע שבידי האדם משתנה. להסתברות של מאורע כשידוע שמאורע אחר התרחש קוראים **הסתברות מותנית**.

דגשים:

1. יש להציג מגוון של דוגמאות שבהן שינוי במידע משנה את ההסתברות המיוחסת להתרחשות מאורע. בשלב ראשון, על העיסוק להיות איכותני, ולהסתפק בקביעה האם המידע הנוסף הגדיל, הקטין או לא שינה את ההסתברות.
2. תוספת של מידע מצמצמת את התוצאות האפשריות שלהן אפשר לצפות, וכתוצאה מכך יש לשקלל מחדש את ההסתברויות שמיוחסות למאורעות שונים. אפשר להדגים תופעה זו באמצעות שכיחויות יחסיות. למשל: אם מטילים קובייה מספר רב של פעמים, השכיחות היחסית של התוצאה 4 תהיה קרובה ל- 1/6. אבל אם נתבונן רק באותן הטלות שבהן תוצאת ההטלה הייתה זוגית, הרי שהשכיחות היחסית של התוצאה 4 תהיה קרובה ל- 1/3. מכאן שההסתברות לתוצאה 4 היא 1/6, אבל אם ידוע מראש שהתוצאה תהיה זוגית, אזי ההסתברות לתוצאה 4 היא 1/3. במקרה זה נאמר: ההסתברות המותנית של התוצאה 4, כשידוע שהתוצאה תהיה זוגית, היא 1/3.
3. יש לתרגל מגוון של דוגמאות שבהן אפשר לחשב באופן כמותי את השתנות ההסתברות כתוצאה ממידע נוסף.

ב. הסתברות של שני מאורעות

דגשים:

1. אם השכיחות היחסית של מאורע אחד (כשחוזרים על אותו ניסוי מספר רב של פעמים) היא a, ומבין כל הפעמים שבהן התקיים מאורע זה השכיחות היחסית של מאורע אחר היא b, אזי השכיחות היחסית של הפעמים שבהן התקיימו שני המאורעות יחדיו היא המכפלה ab (יש לקשר בין עובדה זו ובין המשמעות של כפל שברים קטנים מ-1).
2. מסעיף 1 נובע כי ההסתברות ששני מאורעות יתרחשו יחדיו שווה למכפלת ההסתברות שהמאורע הראשון יתרחש בהסתברות שהמאורע השני יתרחש, כשזו מותנית בכך שהמאורע הראשון התרחש.
3. יש ללמוד לחשב, על סמך סעיף 2, את ההסתברות ששני מאורעות יתרחשו יחדיו.
4. יש ללמוד למַדל ולארגן נתונים הסתברותיים באמצעות מודלים כדוגמת עץ ושטח, וללמוד להשתמש במודלים מגוונים לפתרון בעיות.

5. ההסתברות ששני מאורעות יתרחשו יחדיו אינה יכולה להיות גדולה מההסתברות הנפרדת של כל מאורע. יש לנמק עובדה זו הן באמצעות שיקולים אינטואיטיביים, והן בהסתמך על הקשר שבין הסתברות ששני מאורעות יתרחשו יחדיו לבין הסתברות מותנית.

ג. הסתברות של מאורעות זרים, הסתברות של מאורעות בלתי תלויים והסתברות של מאורעות תלויים

דגשים:

1. שני מאורעות הם **זרים** אם לא ייתכן ששניהם יתרחשו יחדיו.
2. שני מאורעות הם **בלתי תלויים** אם הידיעה על התרחשות האחד אינה משנה את ההסתברות להתרחשות האחר. שני מאורעות שאינם בלתי תלויים נקראים **תלויים**.
3. במצבים שבהם האקראיות של שני מאורעות היא ממקורות שונים, המאורעות הם בלתי תלויים.
4. אם שני מאורעות הם זרים, אזי ההסתברות שהאחד יתרחש כשידוע שהאחר התרחש היא אפס. מכאן נובע ש:

   א. המאורעות הם **תלויים**, כלומר הידיעה מראש שהאחד התרחש משפיעה על ההסתברות להתרחשותו של האחר.

   ב. ההסתברות ששניהם יתרחשו יחדיו היא אפס.
5. אם שני מאורעות הם בלתי תלויים, אזי ההסתברות שהאחד יתרחש כשידוע מראש שהאחר התרחש שווה להסתברות שהוא יתרחש גם ללא המידע על התרחשות המאורע האחר. נובע מכאן שההסתברות ששניהם יתרחשו יחדיו היא מכפלת ההסתברויות שלהם.
6. אם שני מאורעות הם זרים, אזי ההסתברות שלפחות אחד מהם יתרחש היא סכום ההסתברויות שלהם. אם שני מאורעות אינם זרים, אזי ההסתברות שלפחות אחד מהם יתרחש קטנה מסכום ההסתברויות של שניהם.
7. הסתברות שלפחות אחד משני מאורעות יתרחש אינה יכולה להיות קטנה מההסתברות הנפרדת של כל אחד מהם.
8. יש לתרגל תכנים אלה באמצעות דוגמאות מחיי היומיום.
9. אפשר להרחיב תכונות אלה עבור יותר משני מאורעות, ובפרט עבור ניסויים חוזרים בלתי תלויים.

3. טכניקה אלגברית (20 שעות)

א. נוסחאות הכפל (מכפלת דו איבר בדו איבר):

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$$

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$$

$$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$$

פתיחת סוגריים, פירוק לגורמים ופתרון משוואות ריבועיות באמצעות השלמה לריבוע

נוסחאות הכפל הן מרכיב חשוב בטכניקה אלגברית ואריתמטית. נוסחאות אלה משמשות את התלמידים בפירוק לגורמים, בחקר של תופעות מספריות ובפתרון משוואות ריבועיות.

דגשים:

1. יש לפתח את נוסחאות הכפל באמצעים אלגבריים, ולהדגים אותן באמצעים גאומטריים (עבור מספרים חיוביים).
2. יש להרגיל את התלמידים להשתמש בנוסחאות הכפל בשני אופנים: בפתיחת סוגריים ובפירוק לגורמים.
3. יש ללמוד להשתמש בנוסחאות הכפל בפתרון בעיות חשבוניות, כולל בחישוב מנטאלי, וכן יש להראות כיצד שימוש בסמלים אלגבריים מקנה שיטות מהירות ויעילות לביצוע חישובים אריתמטיים.
4. יש ללמוד לצמצם שברים אלגבריים באמצעות פירוק לגורמים ובאמצעות נוסחאות הכפל.
5. אם $a^2 = b^2$ אזי $a = b$ או: $a = -b$. אפשר להסיק זאת מהזהות הבאה: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)= 0$
6. א. יש להראות כיצד פיתוח הביטוי $(a - b)^2$ נובע מהצגתו כ- $(a + (-b))^2$.
ב. יש להראות כיצד פיתוח הביטוי $(a - b)^3$ נובע מהצגתו כ- $(a + (-b))^3$.
7. יש ללמוד להשלים תלת-איבר $x^2 + bx + c$ לריבוע.
8. יש ללמוד לפתור משוואות ריבועיות באמצעות ההשלמה לריבוע שבסעיף 7.

ב. פירוק של תלת-איבר ריבועי (טרינום ריבועי) $x^2 + bx + c$ ופתרון משוואות ריבועיות

המטרה בסעיף זה היא ללמוד לפרק תלת-איבר ריבועי למכפלה של דו-איברים ליניאריים במקרים שבהם זה אפשרי. פירוק זה שימושי בפתרון משוואות ריבועיות ובצמצום שברים.
שימו לב: הביטוי $x^2 + bx + c$ ייחשב תלת-איבר ריבועי גם אם b ו/או c שווים לאפס.

דגשים:

1. נוסחאות הכפל הן מקרה פרטי של פירוק תלת-איבר.
2. כהטרמה ללימוד פירוק תלת-איבר כדאי לעסוק בפירוק לפי קבוצות (ראו דוגמה 1 בנספח). יש לעסוק בדוגמאות שבהן המקדם של האיבר הריבועי הוא 1.
3. בשלב זה, פירוק של תלת-איבר מבוסס על ניסוי וטעייה, שבו יש למצוא שני מספרים שסכומם b ומכפלתם c. בהמשך תילמד דרך המבוססת על נוסחת השורשים.
4. פירוק תלת-איבר משמש בפתרון משוואות ריבועיות. יש להרגיל את התלמידים לבדוק את נכונות הפתרונות באמצעות הצבה.
5. פירוק לגורמים שימושי בצמצום שברים אלגבריים וכן בכפל או בחילוק של שברים אלגבריים.
6. יש לעסוק במשוואות רציונאליות שאפשר לפתור באמצעות פירוק המכנה לגורמים.
7. תחומי הצבה של שברים אלגבריים יכולים להשתנות כתוצאה מצמצום השבר. יש ללמד את התלמידים שתחום ההצבה נקבע על פי הביטוי המקורי. יש ללמוד להבחין בהבדלים בין הביטוי המקורי ובין הביטוי המצומצם באופן גרפי, ולהבליט הבדלים אלה אם הם אינם נראים לעין.

4. פונקציות ריבועיות (30 שעות)

א. הפונקציה $f(x) = x^2$ והייצוג הגרפי שלה

דגשים:

1. סעיף זה הוא הכנה ללימוד פונקציה ריבועית כללית.
2. יש לשרטט את גרף הפונקציה $f(x) = x^2$ באמצעות טבלת ערכים והשלמה מקורבת לעקום רציף. צורת הגרף מכונה **פרבולה**.
3. יש לקשר בין הסימטרייה השיקופית של הפרבולה ובין ביטויה האלגברי: $f(-x) = f(x)$.
4. ראשית הצירים היא נקודת המינימום של הגרף, והיא מכונה **קדקוד הפרבולה**. הקדקוד ממוקם על ציר הסימטרייה, שהוא ציר y.
5. יש לפתור משוואות מהצורה $x2 = m$ באמצעים אלגבריים וגרפיים (מפגש של פרבולה עם קו אופקי). במקרים שבהם m הוא שלילי, יש לקשור את היעדר הפתרון להיעדר נקודת חיתוך בין הגרפים ולהיעדר שורש למספר שלילי.
6. יש ללמוד באילו תנאים יש למשוואה מהצורה $x2 = m$ שני פתרונות, באילו תנאים יש לה פתרון אחד, ובאילו תנאים אין לה פתרון כלל.
7. גרף הפונקציה יורד בתחום $x < 0$ ועולה בתחום $x > 0$.
8. עבור x חיובי, קצב הגידול של הפונקציה גדול יותר ככל ש- x גדול יותר. אפשר לראות זאת באמצעות חישובים מספריים (הפרשים בין ערכי הפונקציה עבור ערכים שהפרשם שווה: 1, 2, 3 וכו') ובאמצעות הייצוג הגרפי.
9. מידת ההשתנות של y כש-x גדל בתוספת קבועה אינה אחידה, להבדיל ממידת ההשתנות בפונקציה קווית.

ב. פונקציות מהצורה $f(x) = ax^2$ כאשר $a \neq 0$ – מתיחה, כיווץ ושיקוף

דגשים:

1. יש לשרטט את הגרף של הפונקציה $f(x) = ax2$ עבור כמה ערכים של a בתחומים $a < 0, 0 < a < 1, a > 1$ באמצעות טבלת ערכים והשלמה מקורבת לעקום רציף. כל הגרפים הללו הם פרבולות.
2. ציר y הוא ציר הסימטרייה של כל הפרבולות מצורה זו.
3. הגרפים של הפונקציות: $f(x) = ax^2$ ו- $f(x) = -ax^2$ הם סימטריים ביחס לציר ה- x.
4. ראשית הצירים היא הקדקוד של כל הפרבולות הללו; היא נקודת מינימום כש- $a > 0$ ונקודת מקסימום כש- $a < 0$.
5. יש לשרטט על אותה מערכת צירים כמה פרבולות מהצורה $y = ax^2$ במטרה לראות כיצד שינוי בערך של a מתבטא במתיחה או בכיווץ אנכיים של הפרבולה.
6. יש לפתור משוואות מהצורה $ax^2 = m$ או $ax^2 = bx^2$ באמצעים גרפיים ואלגבריים.

ג. פונקציות מהצורה $f(x) = ax2 + c$ כאשר $a \neq 0$ – הזזות אנכיות

דגשים:

1. יש לשרטט גרפים של פונקציות מהצורה $f(x) = ax^2 + c$ עבור ערכים שונים של a ו– c. מכיוון שגרפים אלה הם הזזות של הגרף $f(x) = ax^2$ גם הם **פרבולות**.
2. הגרף של הפונקציה $f(x) = ax^2 + c$ מתקבל מהגרף של הפונקציה $g(x) = ax^2$ על ידי הזזה אנכית של כל נקודה בשיעור קבוע, c.
3. ציר y הוא ציר הסימטרייה של כל הפרבולות מצורה זו. הקדקוד ממוקם בנקודה (c,0).
4. קצב השינוי של הפונקציה $f(x) = ax^2 + c$ בתחום נתון אינו תלוי בערך של הפרמטר c.
5. יש לפתור משוואות מהצורה $ax^2 + c = m$ באמצעים אלגבריים ובאמצעות זיהוי נקודות חיתוך של גרפים של שתי פונקציות (פרבולה וישר מקביל לציר ה– x). כמו כן, יש ללמוד להסביר באמצעים אלגבריים וגרפיים באילו מקרים יש למשוואה מהצורה $ax^2 + c = m$ שני פתרונות, באילו מקרים יש לה פתרון יחיד, ובאילו תנאים אין לה כלל פתרון.
6. יש לעסוק בתחומי החיוביות / שליליות של פונקציות מסוג זה עבור מגוון הסימנים האפשריים של הפרמטרים a ו– c.

ד. הרכבה של הזזות אופקיות, אנכיות, מתיחה וכיווץ של הפונקציה $f(x) = x^2$

פונקציות שהביטוי האלגברי שלהן הוא: $g(x) = (x - p)^2, m(x) = a(x - p)^2, t(x) = a(x - p)^2 + k$ (כאשר $a \neq 0$)

דגשים:

1. יש לשרטט גרפים של פונקציות מהצורה $g(x) = (x - p)^2$ עבור ערכים שונים של p. הפרבולה המתאימה לפונקציה $g(x) = (x - p)^2$ מתקבלת מהזזה אופקית של הפרבולה $f(x) = x^2$ ב– p יחידות. מכיוון שגרפים אלה מתקבלים מהזזות של הגרף $f(x) = ax^2$, הרי שגם הם **פרבולות**.
2. ציר הסימטרייה של גרף הפונקציה $g(x) = (x - p)^2$ הוא $x = p$, והקדקוד ממוקם בנקודה (p,0).
3. פרבולות מהצורה $y = a(x - p)^2$ מתקבלות מהזזה אופקית של הפרבולה $y = ax^2$ או ממתיחה של הפרבולה $y = (x - p)^2$.
4. פרבולות מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$ מתקבלות מהזזה אנכית של הפרבולה $y = a(x - p)^2$.
5. פרבולות מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$ מתקבלות מהזזה אופקית, שאחריה מתיחה והזזה אנכית של הפרבולה $y = x^2$.
6. בפונקציות מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$ ציר הסימטרייה הוא $x = p$, שיעורי הקדקוד הם (p,k), והסימן של המקדם a מעיד אם לפרבולה יש נקודת מינימום או נקודת מקסימום.
7. יש לדעת למצוא תחומי חיוביות ושליליות לפונקציות מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$.

ה. הרכבה של הזזות אופקיות, אנכיות, מתיחה וכיווץ של הפונקציה $f(x) = x^2$

פונקציות שהביטוי האלגברי שלהן הוא: $g(x) = (x - p)^2$, $m(x) = a(x - p)^2$, $t(x) = a(x - p)^2 + k$ (כאשר $a \neq 0$)

דגשים:

1. יש לשרטט גרפים של פונקציות מהצורה $g(x) = (x - p)^2$ עבור ערכים שונים של p. הפרבולה המתאימה לפונקציה $g(x) = (x - p)^2$ מתקבלת מהזזה אופקית של הפרבולה $f(x) = x^2$ ב- p יחידות. מכיוון שגרפים אלה מתקבלים מהזזות של הגרף $f(x) = ax^2$, הרי שגם הם **פרבולות**.
2. ציר הסימטרייה של גרף הפונקציה $g(x) = (x - p)^2$ הוא $x = p$, והקדקוד ממוקם בנקודה $(p,0)$.
3. פרבולות מהצורה $y = a(x - p)^2$ מתקבלות מהזזה אופקית של הפרבולה $y = ax^2$ או ממתיחה של הפרבולה $y = (x - p)^2$.
4. פרבולות מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$ מתקבלות מהזזה אנכית של הפרבולה $y = a(x - p)^2$.
5. פרבולות מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$ מתקבלות מהזזה אופקית, שאחריה מתיחה והזזה אנכית של הפרבולה $y = x^2$.
6. בפונקציות מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$ ציר הסימטרייה הוא $x = p$, שיעורי הקדקוד הם (p,k), והסימן של המקדם a מעיד אם לפרבולה יש נקודת מינימום או נקודת מקסימום.
7. יש לדעת למצוא תחומי חיוביות ושליליות לפונקציות מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$.

ו. הפונקציה הריבועית וייצוגיה האלגבריים השונים

פונקציה ריבועית היא פונקציה שאפשר להציגה כ:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ כאשר $a \neq 0$. ייצוג זה נקרא **ייצוג סטנדרטי** של פונקציה ריבועית.

בנוסף לייצוג הסטנדרטי של הפונקציה הריבועית קיימים ייצוגים נוספים:

ייצוג **קדקודי**: $g(x) = a(x - p)^2 + k$

ייצוג **כמכפלה**: $h(x) = a(x - t)(x - r)$

דגשים:

1. יש לדעת לעבור בין הייצוגים האלגבריים השונים של הפונקציה הריבועית בדוגמאות מספריות בלבד. המעבר מייצוג סטנדרטי לייצוג קדקודי ייעשה באמצעות השלמה לריבוע. המעבר מייצוג סטנדרטי לייצוג כמכפלה ייעשה באמצעות פירוק לגורמים, אולם מעבר זה אינו תמיד אפשרי. מעבר מייצוג קדקודי או מייצוג כמכפלה לייצוג סטנדרטי ייעשה באמצעות פתיחת סוגריים.
2. מעבר לייצוג כמכפלה ייעשה רק כש- $a = \pm 1$.
3. היתרון של ייצוג קדקודי הוא בזיהוי ציר הסימטרייה, בזיהוי הקדקוד ובזיהוי תחומי העלייה / הירידה של הפרבולה.
4. היתרון של הייצוג כמכפלה $h(x) = a(x - t)(x - r)$ הוא בזיהוי נקודות החיתוך עם ציר ה- x ובזיהוי תחומי חיוביות / שליליות.
5. יש לדעת למצוא את ציר הסימטרייה, את הקדקוד, את תחומי העלייה והירידה, את תחומי החיוביות והשליליות ואת נקודות החיתוך של הפרבולה עם הצירים באמצעות מעבר בין הייצוגים האלגבריים השונים.

6. אם פונקציה ריבועית מקבלת אותו ערך עבור x_1 ו- x_2 אזי ציר הסימטרייה הוא: $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$.
7. יש לשלב את העיסוק בפונקציה ריבועית עם העיסוק בפונקציה קווית.

ז. פתרון משוואות ריבועיות ופתרון שאלות מילוליות

משוואה ריבועית היא משוואה שאפשר להציגה בייצוג סטנדרטי $ax^2 + bx + c = 0$ כאשר $a \neq 0$.

דגשים:

1. המשמעות הגרפית של פתרון המשוואה הוא מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $y = ax^2 + bx + c$ עם ציר ה- x.
2. כל משוואה מהצורה:

$ax^2 + bx + c = rx + q$

$a(x - p)^2 + k = rx + q$

$a(x - n)(x - t) = rx + q$

היא משוואה ריבועית שאותה אפשר להעביר לייצוג סטנדרטי על ידי פתיחת סוגריים וריכוז כל הביטויים האלגבריים באגף אחד.

3. אם בייצוג הסטנדרטי $b = 0$, אזי המשוואה היא: $ax^2 + c = 0$, ואפשר לפתור אותה באמצעות בידוד x^2 והוצאת שורש ריבועי.
4. אם בייצוג הסטנדרטי $c = 0$, אזי המשוואה היא: $ax^2 + bx = 0$, ואפשר לפתור אותה באמצעות הוצאת גורם משותף.
5. כש- $b \pm 0$, $c \pm 0$, $a = \pm 1$ נלמדו עד כה שתי דרכים לפתרון:
   א. פירוק של תלת-איבר ריבועי
   ב. השלמה לריבוע
6. יש להראות באמצעות השלמה לריבוע כי השורשים של משוואה ריבועית הם:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a}}{2a} \quad \text{ו-} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a}}{2a}$$

כשהביטוי שבתוך השורש (דיסקרימיננטה) אינו שלילי. כשהדיסקרימיננטה שלילית - אין למשוואה פתרונות.
מחישוב ממוצע השורשים נובע כי ציר הסימטרייה הוא $x = \frac{-b}{2a}$

7. דיסקרימיננטה שלילית מתקבלת במצבים שבהם הפרבולה $y = ax^2 + bx + c$ אינה חותכת את ציר ה- x. במצבים אלה אי אפשר לייצג את הפונקציה כמכפלה: $y = a(x - t)(x - r)$.
8. יש לעסוק גם בדוגמאות שבהן הפתרונות אי-רציונליים, ולשרש באמצעות דוגמאות את ההרגל לפיו יש לצפות תמיד לתוצאות 'עגולות'.
9. יש ללמוד לפתור משוואות ריבועיות במגוון דרכים, ויש לעודד את התלמידים לזהות דרכי פתרון יעילות למשוואה נתונה על פי אופן ייצוגה.
10. יש ללמוד למצוא נקודות חיתוך של הפרבולה $y = ax^2 + bx + c$ והישר $y = rx + q$ על ידי פתרון המשוואה: $ax^2 + bx + c = rx + q$.
    א. אם קיימים שני פתרונות, אז יש שתי נקודות חיתוך.

ב. אם קיים פתרון יחיד, אז הישר משיק לפרבולה.
ג. אם לא קיים פתרון, אז אין נקודות חיתוך.

11. יש לעסוק בשאלות מילוליות הדורשות פתרון באמצעות משוואה ריבועית במגוון רחב של הקשרים, ובכללן שאלות העוסקות בגופים במרחב. יש לשים לב למצבים שבהם אחד הפתרונות אינו קביל בהקשר של השאלה המילולית.
12. יש ללמוד לפתור בעיות מינימום / מקסימום ריבועיות שאותן אפשר לפתור על ידי מציאת קדקוד של פרבולה.
13. יש לפתור משוואות ריבועיות שפתרונן יכול להיות מבוסס על הצבה של ביטוי אלגברי במקום x.

ח. אי-שוויונות ריבועיים

דגשים:

1. יש ללמוד לפתור אי-שוויונות ריבועיים מהצורה

$ax^2 + bx + c > 0$

$ax^2 + bx + c < 0$

$ax^2 + bx + c \geq 0$

$ax^2 + bx + c \leq 0$

$ax^2 + bx + c \neq 0$

(כאשר $a > 0$) באמצעות שרטוט סקיצה.

2. יש ללמוד לפתור אי-שוויונות ריבועיים מסוגים אלה גם כאשר $a < 0$ באמצעות סקיצה או באמצעות כפל האי-שוויון ב- -1.
3. יש ללמוד לפתור אי-שוויונות ריבועיים מהצורה $ax^2 + bx + c > rx + q$ באמצעות סקיצה של ייצוג גרפי.

ט. מערכת משוואות לא ליניאריות של שתי משוואות בשני נעלמים ופתרון שאלות מילוליות

נושא זה מקנה לתלמיד נקודת מבט נוספת על נושא שכבר למד, ומסכם מגוון של נושאים שנלמדו בתחום האלגברי.

דגשים:

1. יש ללמוד לפתור מערכות משוואות לא ליניאריות של שתי משוואות בשני נעלמים, במקרים שבהם אפשר לצמצם את המערכת למשוואה אחת שהיא לכל היותר ממעלה שנייה.
2. במידת האפשר, יש להיעזר בפתרונות גרפיים.
3. יש ללמוד לפתור שאלות מילוליות שמצריכות פתרון מערכות משוואות, כדוגמת אלה שהופיעו בדגש 1.

5. שימושים באלגברה (5 שעות)

פרק זה נועד לסכם את המושגים, התכונות והחוקים שנלמדו באלגברה, במטרה לבסס פרספקטיבה וחוש ביחס לשאלה מהי אלגברה ומהם שימושיה המגוונים, תוך הדגשת עצמתה ככלי מתמטי. מוצע לממש מטרה זו באמצעות עבודה על סוגים שונים של מטלות שבהן התלמידים עוסקים ודנים בייצוג / מידול סימבולי של בעיות מתחומים שונים לצורך פתרונן, ובהבנה וניתוח של ביטויים סימבוליים, חקר תופעות מספריות שונות (כלליות או כאלה שמתקיימות רק במקרים ייחודיים), והבנה ויצירה של הוכחות אלגבריות פשוטות.

דגשים:

1. יש לראות כיצד בחירות שונות של משתנה לייצוג בעיה משפיעות על פתרונה.
2. מומלץ לחזור ולהתבונן בחישובים אריתמטיים תוך הישענות על חוקים אלגבריים.
3. יש לאמץ את האלגברה ככלי זמין וכללי לחקר / לימוד של תופעות מספריות.
4. יש ללמוד לקרוא ביטויים אלגבריים קריאה תבניתית, וללמוד לפרש אותם בהתאם (למשל: על מנת לייעל חישובים, להפיק מידע וכו').
5. יש להבין ולדעת ליצור הוכחות פשוטות באלגברה.
6. יש לשלב יישומים של טכניקה אלגברית עם הפעלת שיקולי משמעות.
7. יש לשלב בין אלגברה לבין גאומטריה.

תחום גאומטרי

מבוא

אחת המטרות המרכזיות של לימודי הגאומטריה בכיתה ט היא היכרות עם מערכת היסק (דדוקטיבית) ולימוד מיומנויות היסק.

סדר התכנים נקבע כך שלימוד מיומנויות ההיסק ייעשה באופן מדורג, וכך שכל תוכן יהיה מבוסס באופן היררכי על תכנים שנלמדו לפניו. אפשר ללמד תכנים אלה גם בסדר אחר מזה המוצע בתוכנית, ובלבד שיתקיימו שני התנאים הבאים:

א. קיום סדר הגיוני במבנה ההיסקי של התכנים הנלמדים;

ב. שימור סדר לימוד מיומנויות ההיסק כפי שאלה באות לידי ביטוי בתוכנית; מיומנויות אלה מפורטות בכל סעיף בנפרד.

1. בכיתות ז-ח נלמדה גאומטריה בגישה קדם-היסקית, ששילבה פיתוח אינטואיציה באמצעים מוחשיים ונימוק טענות באופן לא פורמאלי. כמו כן, הושם דגש על תכנים חישוביים. לימודי הגאומטריה בכיתה ט מסיטים את הדגש אל הגישה ההיסקית, תוך הדגשה של הפן הלוגי-פורמאלי. האיזון עם הגישה הקדם-היסקית נשמר באמצעות הישענות על תשתית הידע שהצטברה בכיתות ז-ח (ראו סעיף 5). יש להדגיש כי השיקולים הלא פורמאליים אינם נזנחים, והם ממשיכים להיות חלק מדרך החשיבה הראשונית. בכיתה ט נוסף עליהם נדבך, שלא רק שאינו מבטל אותם, אלא הוא אף נשען עליהם, הן כידע קודם והן כתשתית לבניית עטיפה פורמאלית ולוגית.
2. בראשית הלימוד יושם דגש על היכרות עם מערכת היסקית, ובפרט על היכולת להתבסס רק על הגדרות ועל עובדות שנכונותן כבר נקבעה. בהמשך תילמד גם הדרך המקובלת לנסח טענה ולכתוב הוכחה. שאר מיומנויות ההיסק תילמדנה במהלך כיתה ט, תוך כדי התקדמות בתוכנית הלימוד.
3. ההיכרות עם מערכת היסקית ולימוד מיומנויות היסק כוללת את:

   א. המושגים 'הגדרה', 'משפט' ו'הוכחה'.

   ב. התשתית הלוגית של המתמטיקה, כמתים כגון: לכל, קיים, גרירה לוגית, תנאי מספיק, תנאי הכרחי ודוגמה נגדית.

   ג. חשיבה היסקית: היכולת להבין הוכחה נתונה, והיכולת להוכיח משפט באופן עצמאי.

   ד. כתיבה פורמאלית: כל טענה מנומקת היטב ולא נעשות טעויות לוגיות.
4. ההיכרות עם מערכת היסקית ולימוד מיומנויות היסק תהיה מלווה בהרחבת עולם התוכן הגאומטרי.
5. תוכנית כיתה ט נשענת על הכרת המושגים שנלמדו בכיתות ז-ח: ישר, קטע, זווית, חוצה זווית, אנך, משולש, משולש ישר זווית, משולש שווה שוקיים, משולש שווה צלעות, חוצה זווית במשולש, תיכון במשולש, גובה במשולש / במצולע, מרחק של נקודה מישר, ישרים מקבילים, זוויות מתחלפות, זוויות מתאימות, מרובע, מלבן, ריבוע, טרפז, מקבילית, מעגל, תיבה, מנסרה משולשת, גליל, צורות חופפות, שטח, היקף, שטח פנים, נפח.
6. להלן רשימה של הנחות יסוד ומשפטים שעליהם, ורק עליהם, אפשר להתבסס בתחילת כיתה ט:

   א. כלל המעבר (טרנזיטיביות): שני עצמים גאומטריים ששווים / חופפים לעצם שלישי שווים / חופפים ביניהם.

   ב. כלל החיבור: שני קטעים (או זוויות), שכל אחד מהם מחולק לשני קטעים זרים, שווים אם הקטעים שמרכיבים אותם שווים בהתאמה.

   ג. בין כל שתי נקודות עובר קו ישר יחיד.

ד. סכום זוויות צמודות הוא 180 מעלות.

ה. זוויות קודקודיות שוות זו לזו.

ו. משפטי החפיפה במשולש: צ.ז.צ , ז.צ.ז, צ.צ.צ וניצב ויתר.

ז. במשולש שווה שוקיים התיכון לבסיס, הגובה לבסיס וחוצה זווית הראש מתלכדים. כמו כן, זוויות הבסיס שוות.

ח. אם שני קווים הם מקבילים, אזי הזוויות המתחלפות שביניהם הן שוות.

ט. סכום הזוויות במשולש הוא 180 מעלות.

י. סכום הזוויות הפנימיות במצולע קמור, בעל n צלעות, הוא (180(n-2 מעלות.

יא. זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה, ובפרט גדולה מכל זווית פנימית שאינה צמודה לה.

יב. סכום שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.

יג. משפט פיתגורס.

יד. שני משולשים שכל זוויותיהם שוות הם דומים.

7. תוכנית הלימודים בגאומטריה מחולקת לתחומי תוכן, שבכל אחד מהם מצוינים דגשים ומטרות משנה. בכל תחום תוכן, מפורטות המיומנויות שאותן יש ללמוד בשלב זה, וכן רשימת המשפטים שאותם צריכים התלמידים להכיר ולדעת להוכיח. סדר הלימוד המוצע של תחומי התוכן השונים אינו מחייב, כל עוד נשמרים המבנה הלוגי וסדר לימוד מיומנויות ההיסק.

8. בכיתה ט יימשך העיסוק בחישובים. התשתית שאותה למדו התלמידים בכיתות ז-ח כוללת חישובי זוויות, חישובי שטחים, חישובי נפחים וחישובים המבוססים על משפט פיתגורס.

9. בכיתה ט יעסקו התלמידים בבניות בסרגל ובמחוגה בגישה היסקית.

10. תלמידים עלולים לפקפק בנחיצותה של גישה היסקית, מכיוון שהורגלו מחוץ ללימודים ובמהלכם להשתכנע בנכונותה של טענה בגישה אינדוקטיבית. יש לחזק את הצורך בנחיצותה של הוכחה באמצעות דוגמאות. קיימות כמה תוצאות שאינן מובנות מאליהן (ואף מפתיעות), שגישה דדוקטיבית יכולה לשכנע באמיתותן. התוכנית מציעה חופש החלטה לגבי העיתוי של הוראת תוצאות אלה.

להלן רשימת דוגמאות לתוצאות שאינן מובנות מאליהן:

א. משולש שבו התיכון לצלע שווה למחצית הצלע הוא משולש ישר זווית.

ב. במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחציתו.

ג. כל זווית היקפית הנשענת על קוטר של מעגל היא זווית ישרה.

ד. סכום זוויות חיצוניות בכל מצולע קמור הוא 360 מעלות.

ה. קטע האמצעים במשולש מקביל לצלע ושווה למחציתה.

ו. קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.

ז. התיכונים במשולש מחלקים זה את זה ביחס קבוע.

11. הדוגמאות שבתוכנית הגאומטריה מציגות דרכים אפשריות ליישום המיומנויות החדשות הנלמדות בכל פרק. בכל אחד מפרקי התוכן יש ללמד בנוסף גם תרגילים המבססים מיומנויות שנלמדו בפרקים קודמים, גם אם דוגמאות כאלה אינן מובאות באופן מפורש בתוכנית.

12. במידת האפשר, רצוי להציג לתלמידים יותר מדרך הוכחה אחת, ויש לעודד אותם לפתור תרגילים במגוון דרכים.

1. דלתון ומשולש שווה שוקיים (10 שעות)

הדלתון הוא הפלטפורמה שעל גביה יש לתרגל את חפיפת המשולשים ואת הכתיבה המסודרת של הוכחה.

מיומנויות:

- זיהוי של משפט על סמך מושגים שהוגדרו;
- הכרת הַכַּמָּת "כל";
- זיהוי של הנתונים ושל התוצאה המבוקשת;
- הבנה של השתלשלות היסקית קצרה;
- ספקנות לגבי נכונות טענות;
- הנמקה של טענה בודדת;
- זיהוי (קדם היסקי) של משולשים חופפים;
- שימוש במשפטי חפיפה לנימוק החפיפה שזוהתה;
- הסקת שוויון קטעים או זוויות מתוך משפטי החפיפה;
- כתיבה פורמאלית קצרה;
- שימוש במערכת צירים לצורך שרטוט צורות נתונות;
- חישובי שטח והיקף.

הגדרות:

- הדלתון הוא מרובע שלו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות השוות זו לזו.
- הקדקוד של הדלתון, שהוא נקודת החיתוך של שתי צלעות (סמוכות) השוות זו לזו, נקרא **קדקוד ראשי**, והזווית בקדקוד זה נקראת **זווית ראש**. הזוויות בשני הקדקודים האחרים נקראות **זוויות צד**.
- האלכסון המחבר שני קדקודים ראשיים בדלתון נקרא **האלכסון הראשי**. האלכסון האחר נקרא **האלכסון המשני**.

דגשים:

1. בהוראת הנושא הראשון יש להניח את התשתית למיומנויות היסודיות של היסק בגאומטריה:
   א. יש לדעת שטענה מתמטית מתייחסת לַכַּמָּת 'כל', גם אם אין הוא מנוסח במפורש.
   ב. יש ללמוד לנסח כל משפט או תרגיל במונחים של: "אם.... אזי ....".
   ג. יש ללמוד לזהות מהם הנתונים ומה צריך להוכיח, בהסתמך על ניסוח המשפט.
   ד. יש להבין את ההשתלשלות ההיסקית של הוכחה נתונה.
   ה. יש לעורר בתלמידים ספקנות, ולהרגילם לבדוק נכונות ורלוונטיות של נימוקים. בפרט, מומלץ לנתח נימוקים שגויים או נימוקים שאינם רלוונטיים.

ו. יש לזהות בכלים קדם-דדוקטיביים משולשים החופפים זה לזה. יש להבין כיצד לברר האם הנתונים לגבי משולשים אלה תואמים לאחד ממשפטי החפיפה, ויש לדעת להוכיח את החפיפה בגישה דדוקטיבית.
ז. התלמידים יידרשו לתכנן הוכחה ולנסחה. יש להקפיד שכל טענה משמעותית במהלך הוכחה תהיה מלווה בנימוק.

2. כלים העומדים בפני התלמידים לפיתוח חשיבה היסקית ולבניית הוכחות הם:
   א. סימון על גבי שרטוט;
   ב. קישור לידע קודם;
   ג. חשיבה לפנים מתוך הנתונים, וחשיבה לאחור מתוך הנדרש להוכחה;
   ד. ניסוי וטעייה;
   ה. סיעור מוחות (דיון כיתתי).
3. יש ללמוד לנסח את הנתון במשפט או בתרגיל ואת מה שצריך להוכיח בו בכתיב פורמאלי.
4. יש ללמוד לכתוב מקטעים של הוכחה פורמאלית.
5. לרשות התלמידים עומדים כלי תוכן שאותם רכשו בכיתות ז-ח (ראו סעיף 5 במבוא). מומלץ לחשוף את התלמידים לכלי תוכן אלה בהדרגה, ורק בהתאם לצרכים.
6. בפרקי הלימוד הראשונים, מומלץ שלא לחרוג ממבנים היסקיים פשוטים (עד שני שלבי היסק). בכל מקום שבו הדבר אפשרי, יש להבליט את שרשרת ההיסקים המובילה למסקנה.
7. מיומנויות היסק נוספות נדחות לפרקים הבאים.
8. יש לנצל את הוראת הדלתון כדי לתרגל היסק הנוגע לחפיפת משולשים ולמשולש שווה שוקיים, או לנושאים אחרים שנלמדו בעבר.
9. יש לדעת להסיק שוויון קטעים או שוויון זוויות מתוך משפטי חפיפת משולשים.
10. יש להסיק תוצאות הנובעות מתכונות הדלתון.
11. לצד תרגילים היסקיים, יש לתרגל נושאים חישוביים הקשורים בדלתון ובשיבוצו במערכת צירים.

פירוט התוכן:

1. דלתון קמור מורכב משני משולשים שווי שוקיים בעלי בסיס משותף.
2. במסגרת לימוד על הדלתון, יש לחזור על משפטים העוסקים במשולשים שווי שוקיים:
   א. במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.
   ב. במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.
3. במסגרת הוראת הדלתון יש ללמוד משפטים שטרם נלמדו בנושא משולשים שווי שוקיים:
   א. משולש שבו שתי זוויות שוות הוא משולש שווה שוקיים.

ב. משולש שבו חוצה הזווית מתלכד עם הגובה הוא משולש שווה שוקיים.

ג. משולש שבו התיכון מתלכד עם הגובה הוא משולש שווה שוקיים.

4. יש להדגים בפני התלמידים דלתון קמור ודלתון קעור.
5. האלכסון הראשי של הדלתון הוא ציר סימטרייה.
6. האלכסון הראשי של הדלתון חוצה את זוויות הראש.
7. האלכסון הראשי של הדלתון חוצה את האלכסון המשני.
8. האלכסונים בדלתון מאונכים זה לזה.
9. זוויות הצד בדלתון שוות זו לזו.
10. שטח הדלתון שווה למחצית מכפלת האלכסונים.

2. בניות בסיסיות (12 שעות)

בניות באמצעות סרגל ומחוגה הן תחום תוכן המשתלב הן עם הגישה ההיסקית והן עם תחומי התוכן הנלמדים בכיתה ט. בפרק זה נדרשים התלמידים לתכנן את פעולותיהם כדי לממש בנייה נדרשת. תוך כדי כך הם מחזקים את מיומנויות ההוכחה שאליהן נחשפו בפרק הקודם. הפרק כולל ביסוס של התוכן שנלמד בפרק הקודם ושל פרק חפיפת המשולשים. מעבר לכך, פרק זה משמש מבוא לבניות עזר שתופענה בהוכחות בהמשך. תרגילי הבנייה מבוססים באופן בלעדי על התוכן של פרק הלימוד הקודם. בהמשך הלימוד יש לבסס את הבניות גם ביחס לצורות הגאומטריות ולתכנים החדשים שיילמדו.

מיומנויות:

- הקדמת תכנון לביצוע;
- יכולת הצדקה של כל שלב בביצוע;
- זיהוי מקרים שבהם הנתונים מספיקים לבניית צורה יחידה;
- הטמעת הקשר שבין יחידוּת צורה נבנית לבין חפיפתה לצורה אחרת, שנבנתה לפי אותם נתונים.

דגשים:

1. כל בנייה תהיה מבוססת על תכנון מוקדם, באופן שיספק את דרישות הבנייה על פי הנתונים.
2. כל בנייה תהיה מלווה בהוכחה המצדיקה אותה.

יוצאות מכלל זה הן הבניות הבאות: העתקת קטע, חיבור קטעים או חיסורם (כולל הכפלת קטע נתון במספר טבעי), העתקת זווית, חיבור זוויות או חיסורן (כולל הכפלת זווית נתונה במספר טבעי).

3. יש להראות כיצד מחסור בדרישות הבנייה עלול לגרור חוסר יחידוּת של הצורה הנבנית.
4. יש להראות כיצד עודף בדרישות הבנייה עלול לשלול את אפשרות הבנייה.
5. יש לדעת לקשר בין דרישות בנייה המגדירות צורה יחידה לבין משפטי החפיפה.

6. היחידוּת של הצורה הנבנית גוררת את חפיפתה לכל צורה אחרת שנבנתה לפי אותן דרישות. עובדה זו היא היבט נוסף של המושג 'חפיפה'.
7. הבניות יכולות להיעשות באמצעות סרגל חסר שנתות ומחוגה, או בעזרת אמצעי טכנולוגי המדמה זאת.
8. יש ללמד משפטים שהוכחתם מתבססת על בנייה, כגון: אם במשולש שתי צלעות שאינן שוות, הרי שמול הצלע הגדולה שבהן ממוקמת הזווית הגדולה.

פירוט הבניות הבסיסיות:

1. העתקת קטע;
2. חיבור קטעים או חיסורם (כולל הכפלת קטע נתון במספר טבעי);
3. העתקת זווית;
4. חיבור זוויות או חיסורן (כולל הכפלת זווית נתונה במספר טבעי);
5. חציית קטע;
6. העלאת אנך אמצעי לקטע;
7. הורדת אנך לישר מנקודה שמחוץ לישר;
8. העלאת אנך לישר מנקודה על הישר;
9. חציית זווית;
10. בניית משולש לפי נתונים התואמים את כל אחד ממשפטי החפיפה המוכרים;
11. בניית משולש לפי נתונים התואמים את אחד ממשפטי החפיפה המוכרים ביחס למשולש החלקי לו:
    א. בנו משולש לפי אורך חוצה זווית, ושתי הזוויות הנוצרות בקצותיו עם צלעות המשולש.
    ב. בנו משולש לפי אורך צלע, אורך התיכון לאותה צלע ואורך צלע נוספת.
    ג. בנו משולש לפי אורך צלע, אורך הגובה לאותה צלע ואורך צלע נוספת.
    ד. בנו משולש שווה שוקיים לפי אורך הבסיס ואורך הגובה לבסיס.

3. ישרים מקבילים וטרפז (8 שעות)

מיומנויות:

- מיומנות היסק בכל הנוגע לקשרים בין הקבלה וזוויות;
- זיהוי (קדם היסקי) של ישרים מקבילים;
- שימוש בקשרים בין הקבלה וזוויות לנימוק ההקבלה שזוהתה (זוג ישרים מקבילים יחיד);
- הסקת שוויון זוויות מתוך הקבלה.

הגדרות:

- **ישרים מקבילים** הם ישרים הנמצאים באותו מישור ואינם נחתכים.
- **טרפז** הוא מרובע שבו יש זוג יחיד של צלעות המקבילות זו לזו.

הצלעות המקבילות נקראות **בסיסים**, והצלעות האחרות נקראות **שוקיים**. המרחק בין שני הבסיסים נקרא **גובה**.

דגשים:

1. יש להמשיך ולהדגיש את כל המיומנויות שהוזכרו בנושא הקודם.
2. אם שני ישרים מקבילים זה לזה, אזי כל שתי זוויות המתחלפות ביניהם שוות זו לזו.

טענה זו, שהוזכרה בכיתה ז, ונראית תואמת את המציאות שבה אנו חיים, איננה ניתנת להוכחה, ואנחנו מקבלים אותה כהנחת יסוד.

3. אם שתי זוויות מתחלפות בין שני ישרים שוות זו לזו, אזי שני הישרים מקבילים זה לזה.

טענה זו ניתנת להוכחה, והוכחתה מבוססת על דרך השלילה. אפשר להוכיחה בשלב זה, אך אפשר לדחות את הוכחתה לשלב מאוחר יותר, שבו תילמד באופן מסודר המיומנות של הוכחה בדרך השלילה.

4. המרחק בין שני ישרים מקבילים הוא קבוע.
5. הקבלה בין ישרים היא תכונה טרנזיטיבית.
6. יש לדעת לבנות ישר המקביל לישר a והעובר דרך נקודה Q שמחוץ לישר a.

דרך א:

- מורידים אנך b מהנקודה Q לישר a.
- מעלים אנך c לישר b מהנקודה Q.
- לישרים a, c יש אנך משותף, ולכן הם מקבילים.

דרך ב:

- מחברים את הנקודה Q עם נקודה P כלשהי הממוקמת על הישר a.
- מעתיקים את הזווית שבין הישר a לבין הקטע PQ על הקטע PQ בקדקוד Q כך ששתי הזוויות תתחלפנה.
- שוק הזווית החדשה והישר a מקבילים זה לזה.

7. בהוראת הטרפז יש לבסס את התשתית למיומנויות היסודיות של היסק בנושא ישרים מקבילים:

א. יש לזהות ישרים מקבילים על סמך שתי זוויות מתחלפות השוות זו לזו, על סמך שתי זוויות מתאימות השוות זו לזו, או על סמך שתי זוויות חד-צדדיות שסכומן 180° (אין חובה ללמד את המושג 'זוויות חד צדדיות'). יש לדעת לנמק את הסיבה להקבלה.

ב. מכך ששני ישרים מקבילים זה לזה, יש לזהות שכל שתי זוויות מתחלפות שוות זו לזו, שכל שתי זוויות מתאימות שוות זו לזו, או שסכום כל שתי זוויות חד-צדדיות הוא 180°, ויש לדעת לנמק זאת בהתאם.

8. יש לנצל את הוראת הטרפז כדי לתרגל היסק בנושא זוג יחיד של ישרים מקבילים, זאת לפני העיסוק בשני זוגות של ישרים מקבילים, שיבוא לידי ביטוי בפרק המקבילית.
9. יש להסתמך על הידע בבניות כדי להשתמש בבניות עזר בהוכחת משפטים.
10. במקרים שבהם הדבר אפשרי, יש להדגים דרכים שונות להוכיח אותו משפט.
11. במידת האפשר, מומלץ להציג בפני התלמידים יותר מדרך אחת לכתיבת הוכחה.

פירוט התוכן:

1. כדי להראות שמרובע כלשהו הוא טרפז, יש להראות ששתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו, וששתי הצלעות הנוספות אינן מקבילות זו לזו.
2. בטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו. משפט זה ניתן להוכחה במגוון דרכים, ובאמצעות בניות עזר שונות (הורדת אנכים לבסיס הארוך משני קצות הבסיס הקצר, העברת מקביל לשוק דרך אחד מקדקודי השוק האחרת[2], או הארכת שוקי הטרפז עד חיתוכן[3]).
3. טרפז שבו זוויות הבסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה שוקיים. גם משפט זה ניתן להוכחה במגוון דרכים ובאמצעות בניות עזר שונות.
4. בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
5. האנך האמצעי לבסיסים בטרפז שווה שוקיים הוא ציר סימטרייה.
6. יש לדעת לחשב היקף ושטח של טרפז.

4. מקבילית ותכנים נוספים שאפשר להוכיח באמצעות תכונותיה (10 שעות)

מיומנויות:

- הבנת הוכחות רב-שלביות שבהן מובלטת שרשרת ההיסקים;
- הכרה בעובדה שיש יותר מדרך נכונה אחת להוכיח טענה;
- אבחנה בין משפט למשפט הפוך.

הגדרה:

המקבילית היא מרובע שבו יש שני זוגות של צלעות המקבילות זו לזו.

דגשים:

1. יש להמשיך ולהדגיש את כל המיומנויות שהוזכרו בנושאים הקודמים.
2. בכל ההנמקות הנוגעות לזוויות בין קטעים מקבילים, יש לציין מהו זוג הקטעים המקבילים שבו מדובר.

2 גישה זו להוכחת המשפט תילמד רק לאחר לימוד המקבילית.

3 ההוכחה האחרונה מתבססת על ידע בדמיון שאותו למדו התלמידים בגישה קדם-דדוקטיבית בכיתה ח. אין להסתמך על הדמיון באופן בלעדי להוכחת המשפט, כיוון שהנושא עדיין לא נלמד במסגרת דדוקטיבית.

3. יש להכיר את תכונות המקבילית הנובעות מהגדרתה. יש להבליט את שרשרת ההיסקים המובילה מהגדרת המקבילית לתכונה המבוקשת.
4. יש להכיר דרכים לזיהוי מקבילית מכלל המרובעים. יש להבליט את שרשרת ההיסקים המובילה מהנתונים, המגלמים קריטריון לזיהוי מקבילית, לתנאי ההגדרה שלה, במשפט מהצורה: "מרובע שבו.... הוא מקבילית".
5. יש לדעת להבדיל בין משפט ובין משפט הפוך באמצעות החלפה בין הנתון ובין מה שצריך להוכיח.
6. יש לדעת להבדיל בין ההוכחה של משפט וההוכחה של המשפט ההפוך לו באמצעות היפוך הכיוון של שרשרת ההיסקים (ובכלל זה: הנתון ומה שצריך להוכיח).
7. יש להכיר שנכונות משפט אינה מחייבת את נכונות המשפט ההפוך לו.
8. עד כה התבססו ההוכחות על מהלך היסקי בן שלב אחד או שניים. כעת, אם ההוכחה היא מרובת שלבים יש לקיים דיון כיתתי על המהלך ההיסקי של ההוכחה, ולהבליט את שרשרת ההיסקים העומדת בבסיסה.
9. במידת האפשר, רצוי להציג לתלמידים יותר ממהלך היסקי אחד להוכחה.

פירוט התוכן:

1. יש לדעת כיצד בונים מקבילית על סמך שתי צלעות סמוכות והזווית החדה שביניהן, או על סמך שתי צלעות סמוכות ואלכסון המקבילית.
2. יש להכיר את תכונות המקבילית ולדעת כיצד הן נובעות מהגדרתה:
   א. האלכסון מחלק את המקבילית לשני משולשים חופפים.
   ב. צלעות נגדיות שוות זו לזו.
   ג. זוויות נגדיות שוות זו לזו.
   ד. סכום זוויות סמוכות הוא $180°$.
   ה. חוצי זוויות סמוכות מאונכים זה לזה.
   ו. האלכסונים חוצים זה את זה.
3. יש להכיר את הסימטרייה הסיבובית של המקבילית סביב נקודת מפגש האלכסונים.
4. יש להכיר תוצאות הנובעות מתכונות המקבילית:
   א. בטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.
   ב. טרפז שבו זוויות הבסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה שוקיים.
   ג. טרפז שבו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.
5. יש להכיר תכונות מזהות של מקבילית ולדעת כיצד כל תכונה גוררת את תנאי ההגדרה:
   א. אם הסכום של כל שתי זוויות סמוכות במרובע הוא $180°$, אזי המרובע הוא מקבילית.
   ב. אם במרובע כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו, אזי המרובע הוא מקבילית.
   ג. מרובע שבו האלכסונים חוצים זה את זה הוא מקבילית.

ד. מרובע שבו הצלעות הנגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.

ה. מרובע שבו שתי צלעות נגדיות שוות ומקבילות הוא מקבילית.

6. יש להכיר את התכונות של קטע האמצעים במשולש ובטרפז, ולהבין כיצד הן נובעות מתכונות המקבילית.

א. קטע האמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.

ב. קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.

ג. קטע היוצא מאמצע צלע של משולש ומקביל לצלע אחרת – חוצה את הצלע השלישית.

ד. קטע היוצא מאמצע שוק של טרפז ומקביל לבסיסיו – חוצה גם את השוק האחרת.

5. מלבן ותכנים נוספים שאפשר להוכיח באמצעות תכונותיו (8 שעות)

מיומנויות:

- אבחנה בין סוגים שונים של נכונות;
- הפרכת טענה מתמטית.

הגדרה:

מלבן הוא מרובע שבו כל הזוויות ישרות.

דגשים:

1. יש להמשיך ולהדגיש את כל המיומנויות שהוזכרו בנושאים הקודמים.
2. יש ללמוד להבחין בין שלושה סוגים של טענות:

א. טענה שהיא נכונה בכל מקרה.

ב. טענה שאיננה נכונה בכל מקרה (למשל: האלכסונים במלבן מחלקים זה את זה ביחס של 2:1).

ג. טענה שאיננה נכונה בכל מקרה, אבל ייתכנו מקרים פרטיים שבהם היא נכונה (למשל: צלעות סמוכות במלבן שונות זו מזו).

3. יש לדעת שמשפט במתמטיקה נחשב נכון רק אם הוא מתקיים בכל מקרה. משפט במתמטיקה נחשב לא נכון גם אם קיימים מקרים פרטיים שבהם הוא מתקיים (למשל: צלעות סמוכות במלבן שונות זו מזו).
4. יש להסיק מסעיף 3 שדי בדוגמה נגדית אחת כדי להפריך טענה מתמטית.
5. יש להכיר את תכונות המלבן הנובעות מהגדרתו. יש להבליט את שרשרת ההיסקים המובילה מהגדרת המלבן לתכונה המבוקשת.
6. יש להכיר דרכים לזיהוי מלבן מכלל המרובעים, ומכלל המקביליות. יש להבליט את שרשרת ההיסקים המובילה מהנתונים, המגלמים קריטריון לזיהוי מלבן, לתנאי ההגדרה שלו, במשפט מהצורה: "מרובע שבו.... הוא מלבן" או: "מקבילית שבה.... היא מלבן".
7. יש לאפשר לתלמידים לחקור בעצמם תופעות גאומטריות, לשער השערות (אפשר בכלים טכנולוגיים) ולהוכיחן.

פירוט התוכן:

1. יש לדעת לבנות מלבן בהינתן שתי צלעות סמוכות, או בהינתן צלע ואלכסון.
2. יש להכיר את תכונות המלבן ולדעת כיצד הן נובעות מהגדרתו:
   א. מלבן הוא מקבילית, ולכן כל תכונות המקבילית מתקיימות בו.
   ב. האלכסונים במלבן שווים זה לזה.
3. יש להכיר את הסימטרייה הסיבובית של המלבן סביב נקודת מפגש האלכסונים, ואת שני צירי הסימטרייה שלו.
4. יש להכיר תכונות מזהות של מלבן ולדעת כיצד כל תכונה גוררת את תנאי ההגדרה:
   א. מקבילית שבה יש זווית ישרה היא מלבן.
   ב. מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.
   ג. להראות שמרובע כלשהו הוא מלבן אפשר לפעול באחת משלוש הדרכים הבאות:
      i. להראות שיש שלוש זוויות ישרות.
      ii. להראות שהוא מקבילית שבה יש זווית ישרה.
      iii. להראות שהוא מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה.
5. יש להכיר תוצאות הנובעות מתכונות המלבן ומהדרכים לזיהויו:
   א. במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
   ב. בהזדמנות זו יכול להילמד גם המשפט ההפוך, אף שהוכחתו איננה מבוססת בהכרח על פרק המלבן, אלא על משולשים שווי שוקיים. כאן אפשר להוכיחו גם בהסתמך על הדרכים לזיהוי מלבן: משולש שבו התיכון שווה למחצית הצלע שאותה הוא מחלק, הוא משולש ישר זווית.

6. הוכחה על דרך השלילה (4 שעות)

פרק זה עוסק במיומנות ההוכחה על דרך השלילה, במגוון תכנים גאומטריים שבהם המיומנות נדרשת.

מיומנויות:

- הוכחה על דרך השלילה;
- חלוקה דיכוטומית של מלוא האפשרויות;
- בירור טענה היפותטית.

דגשים:

1. הוכחות על דרך השלילה שימושיות בגאומטריה ובתחומים מתמטיים אחרים.
2. הוכחה על דרך השלילה מורכבת מסדרה של שלבים כדלקמן:

א. חלוקה דיכוטומית של מלוא האפשרויות: תוצאה 1 או תוצאה 2.
ב. בירור של השאלה: "מה היה קורה אילו...[הייתה מתקיימת תוצאה 2]?".
ג. תוך כדי הבירור, מתבהרת תוצאה הכרחית שעומדת בסתירה לנתון או לעובדה ידועה.
ד. הסתירה שהתבהרה שוללת את האפשרות של תוצאה 2.
ה. משלילת תוצאה 2 נותרת אפשרות יחידה והיא: קיומה של תוצאה 1.

3. יש להדגים את עקרון ההוכחה בכמה דוגמאות פשוטות (שבהן שלב הבירור הוא קצר), ושאותן ניתן לבחור מבין הדוגמאות 1 – 5 להלן. לאחר מכן, יש לעבור להוכחות מורכבות (שבהן שלב הבירור מורכב יותר) של משפטים שאת תוכנם הגאומטרי יש להכיר.

פירוט המשפטים שלהוכחתם ניתן להשתמש בהוכחה בדרך השלילה:

1. מנקודה על ישר אפשר להעלות אנך אחד בלבד.
2. מנקודה מחוץ לישר אפשר להוריד ישר אחד בלבד המאונך לישר הנתון.
3. כל שני גבהים במשולש נחתכים.
4. כל שני חוצי זווית במשולש נחתכים.
5. כל שני אנכים אמצעיים במשולש נחתכים.
6. אם שתי זוויות מתחלפות בין שני ישרים שוות זו לזו, אזי זוג הישרים מקבילים זה לזה.
7. משפט החפיפה הרביעי: אם שתי צלעות במשולש אחד שוות לשתי צלעות במשולש אחר, ואם הזווית שמול הצלע הגדולה (בין השתיים) במשולש האחד שווה לזווית המתאימה לה במשולש האחר, אזי שני המשולשים חופפים זה לזה.
8. אם במשולש יש שתי זוויות שונות זו מזו, הרי שמול הזווית הגדולה ממוקמת הצלע הגדולה.
9. קטע המחבר שתי צלעות במשולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה, הוא קטע אמצעים.
10. קטע המחבר שתי שוקיים בטרפז, מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם, הוא קטע אמצעים.

7. מעוין וריבוע (8 שעות)

מיומנויות:

- הבלטת שרשרת היסקים;
- הכרת היחסים ההדדיים בין קבוצות מרובעים;
- אוריינות גאומטרית.

הגדרות:

- המעוין הוא מרובע שבו כל הצלעות שוות.
- ריבוע הוא מרובע שבו כל הצלעות שוות וכל הזוויות ישרות.

דגשים:

1. יש להמשיך ולהדגיש את כל המיומנויות שהוזכרו בנושאים הקודמים.
2. יש להכיר את תכונות המעוין ואת תכונות הריבוע הנובעות מהגדרותיהם. יש להבליט את שרשרת ההיסקים המובילה מההגדרות לתכונות המבוקשות.
3. יש להכיר דרכים לזיהוי מעוין מכלל המרובעים, מכלל הדלתונים ומכלל המקביליות. יש להבליט את שרשרת ההיסקים המובילה מהנתונים, המגלמים קריטריון לזיהוי מעוין, לתנאי ההגדרה שלו במשפט מהצורה: "מרובע שבו..... הוא מעוין", או: "דלתון שבו..... הוא מעוין", או: "מקבילית שבה..... היא מעוין".
4. יש להכיר דרכים לזיהוי ריבוע מכלל המרובעים, מכלל המקביליות, מכלל המלבנים ומכלל המעוינים. יש להבליט את שרשרת ההיסקים המובילה מהנתונים, המגלמים קריטריון לזיהוי ריבוע, לתנאי ההגדרה שלו.
5. יש להכיר את היחסים ההדדיים הקיימים בין קבוצות שונות של מרובעים, ובכללן קשרי הכלה, קשרי זרות, וקשרי חפיפה חלקית.
6. בפרק ההוראה האחרון יש לחזק את האוריינות הגאומטרית של התלמידים. 'אוריינות גאומטרית' היא היכולת לקרוא תיאור של מבנה גאומטרי ולשרטטו כראוי על סמך הבנת הנקרא. הכנת השרטוט על ידי התלמיד עצמו תבטא את יכולתו לקרוא בדקדקנות ראויה את מלוא הפרטים המופיעים בתיאור מבלי להסתמך על מראה עיניים.

פירוט התוכן:

1. יש לדעת לבנות ריבוע בהינתן צלע.
2. יש לדעת לבנות מעוין בהינתן צלע וזווית בין צלעות.
3. יש להכיר את תכונות המעוין ולדעת כיצד הן נובעות מהגדרתו:
   א. מעוין הוא מקבילית, ולכן כל תכונות המקבילית מתקיימות בו.
   ב. האלכסונים במעוין מאונכים זה לזה.
   ג. האלכסונים במעוין חוצים את הזוויות.
4. יש להכיר את תכונות הריבוע ולדעת כיצד הן נובעות מהגדרתו:
   א. ריבוע הוא מקבילית, ולכן כל תכונות המקבילית מתקיימות בו.
   ב. ריבוע הוא מלבן, ולכן כל תכונות המלבן מתקיימות בו.
   ג. ריבוע הוא מעוין, ולכן כל תכונות המעוין מתקיימות בו.
5. יש להכיר את הסימטריות הסיבוביות של המעוין ושל הריבוע סביב נקודת מפגש האלכסונים, ואת כל צירי הסימטרייה שלהם.
6. יש להכיר תכונות מזהות של מעוין ולדעת כיצד כל תכונה גוררת את תנאי ההגדרה:

א. מקבילית שבה שתי צלעות סמוכות שוות היא מעוין.

ב. מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.

ג. מקבילית שבה אלכסון חוצה את זווית המקבילית היא מעוין.

7. כדי להראות שמרובע כלשהו הוא מעוין, אפשר לפעול באחת משלוש הדרכים הבאות:

א. להראות שארבע צלעותיו שוות.

ב. להראות שהמרובע הוא מקבילית שבה שתי צלעות סמוכות שוות.

ג. להראות שהמרובע הוא מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה.

ד. להראות שהמרובע הוא מקבילית שבה האלכסון חוצה את זווית המקבילית.

8. יש להכיר תכונות מזהות של ריבוע ולדעת כיצד כל תכונה גוררת את תנאי ההגדרה. כדי להראות שמרובע כלשהו הוא ריבוע אפשר לפעול באחת משתי הדרכים הבאות:

א. להראות שבמרובע כל הצלעות שוות וכל הזוויות שוות.

ב. להראות שהמרובע הוא הן מלבן והן מעוין.

9. יש להכיר תוצאות הנובעות מתכונות המעוין והריבוע ומהדרכים לזיהוים.

נספח - דוגמאות לתוכנית הלימודים לכיתה ט

מבוא לנספח:

מטרת הנספח היא להדגים את הנושאים והדגשים המופיעים בתוכנית הלימודים. הדוגמאות נועדו להציג דרכים לממש את רוח התוכנית, לשלב בין נושאים ולהציע מגוון של דרגות מורכבות וקושי. הדוגמאות בנספח אינן מחייבות, ובוודאי שאינן מתיימרות למצות את שלל התרגילים שיופיעו בספרי הלימוד.

1. חזקות ושורשים (20 שעות)

א. חזקות עם מעריך טבעי

1. א. היעזרו בכתיב חזקות כדי לכתוב ביטויים חשבוניים השווים למספרים הבאים:

   81   12,100 $25\cdot64$ $196\cdot169$ 0.25   1.44   0.169

   מצאו יותר מדרך כתיבה אחת.

   ב. כתבו בדרכים שונות את הביטויים: a^5, ו- $4a^2b^3$ באמצעות חזקות.

2. פי כמה גדול 7^{42} מ- 7^{41}?

   פי כמה גדולים $ab+1$, $ab+2$, $ab+3$ מ- ab $(a>1)$?

3. לפניכם סדרת מספרים עם חוקיות כפלית: 3, 6, 12, 24.......

   א. מהי החוקיות הקושרת בין שני איברים עוקבים בסדרה?

   ב. מהו האיבר החמישי בסדרה?

   ג. הציגו את האיבר העשירי כמכפלה של חזקות של גורמים ראשוניים.

   ד. כתבו ביטוי אלגברי המבטא את ערכו של האיבר הנמצא במקום ה- n.

4. א. כתבו טבלאות ערכים לפונקציות הבאות (עבור x טבעי):

   $f(x) = x+2$, $g(x) = x\cdot2$, $m(x) = x^2$, $p(x) = 2^x$.

   ב. שרטטו את הגרפים של ארבע הפונקציות (גרף נקודות עבור x טבעי).

5. איזה מהמספרים הבאים שווה ל- 210?

   א. $2^5\cdot2^2$ ב. $2^3\cdot2^7$ ג. $(2^5)^2$

   ד. $2^{20}:2^2$ ה. $(\frac{10}{5})^2$ ו. $(2^5)^5$ ז. $(-2)^{10}$

6. א. מה הערך של n במשוואה $2^n=4^{20}+4^{20}$

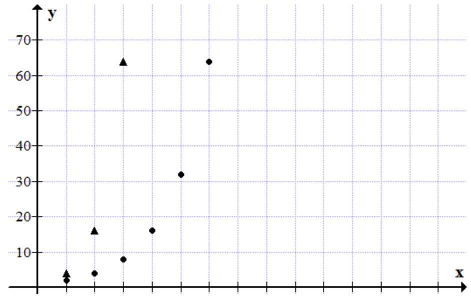
   ב. הציעו אפשרויות שונות לערכים של m ו- k (מספרים טבעיים) במשוואה $2^m \cdot 2^k = 1{,}024$

7. קבעו בכל אחד מהסעיפים הבאים איזה ביטוי גדול יותר? הסבירו את תשובתכם.
א. 3^4 או 4^3
ב. 3^{400} או 4^{300}
ג. 10^{20} או $97 \cdot 10^{18}$
ד. a^k או b^k (k טבעי, $a > b > 0$, a, b)
8. א. האם ייתכן ש-$a^6 = a^5$? נמקו.
ב. האם ייתכן ש-$a^6 < a^5$? נמקו.
9. המילים קילו, מגה, ג'יגה וטרה מייצגות מספרים.
כתבו מספרים אלה באמצעות חזקות.
10. סדרו את המספרים הבאים בסדר עולה:
$10^{15}\cdot5$ $\quad 10^{13}\cdot50$ $\quad 10^{10}\cdot500$ $\quad 10^{10}\cdot5000$
8. הראו כי $3^{100}\cdot13=3^{100}+3^{101}+3^{102}$
9. סדרו את המספרים הבאים בסדר עולה (היעזרו בחוקי חזקות):
2^{100} , 3^{75}, 5^{50}
10. כיצד מספר הספרות בייצוג עשרוני של מספר קשור למעריך של 10 בייצוג המדעי שלו?
11. השתמשו בכתיב מדעי כדי לבטא את הגדלים הבאים:
- מהירות האור בחלל (שהיא בקירוב 300,000,000 מטר לשניה).
- מספר השניות בשנה (365.25 ימים)
- מספר הקילומטרים שיעבור האור בחלל בשנה אחת.
12. א. השלימו את ריבוע הקסם כך שתתקבל אותה **מכפלה** בכל שורה, בכל טור ובשני האלכסונים הראשיים.
ב. תארו בעזרת חזקות את הקשר בין מכפלת הביטויים האלגבריים בכל שורה, טור או אלכסון ראשי ובין הביטוי האלגברי הממוקם במשבצת האמצעית.

$\left(\frac{a}{2}\right)^2$		
$(2a)^3$	$(2a)^2$	$2a$

13.א. מצאו דוגמאות שונות שבהן מתקיים $(a + b)n = an + bn$
ב. האם נכון תמיד ש-$(a + b)n = an + bn$? נמקו.
14. נתון: $-1<T<0<P<1$
איזה מהביטויים הבאים הוא הקטן ביותר? א. 0 ב. $P \cdot T$ ג. $P^2 \cdot T^2$ ד. $P^3 \cdot T^3$

15. לפניכם הגרפים של הפונקציות $y = 2^n$ ו- $y = 4^n$ (n מספר טבעי).



א. סמנו באדום את גרף הפונקציה $y = 2^n$ ובכחול את גרף הפונקציה $y = 4^n$.

ב. השלימו טבלת ערכים לשני הגרפים:

n	1	2	3	4	5	6
$y = 2^n$						
$y = 4^n$						

ג. הסבירו מדוע אורכו של הקטע המקביל לציר y ומחבר בין שתי נקודות של שני הגרפים הוא $(2^n - 1) \cdot 2^n$

ד. שרטטו על מערכת הצירים את גרף הפונקציה $y = 3^n$ עבור אותם ערכים של n.

ב. הרחבת המושג 'חזקה' למעריכים שהם אפס או מספרים שליליים שלמים

$a^0 = 1$ $(a \neq 0)$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $(a \neq 0)$

1. כתבו את המספרים הבאים בייצוגים של שבר פשוט ומספר עשרוני:

$10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-9}, (0.01)^{-1}$

2. מהו ערך הביטוי $(548^{-1})^{-1}$? הצדיקו תשובתכם בשתי דרכים שונות.

3. עבור איזה ערך של x הביטוי $(x - 5)^{-3}$ אינו מוגדר?

4. הציבו את הסימנים >, < או = :

א. 2^{-5} ____ $(-2)^5$

ב. $(-3)^3$ ____ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

ג. 2^{-5} ____ 2^{-3} האם אפשר לפתור את השאלה מבלי לחשב את הביטויים המספריים?

5. חשבו את ערך הביטוי: $\frac{1}{(x-5)^{-2}}$ עבור: $x = 6 , 7 , 5.5 , -1$

6. מצאו את כל פתרונות המשוואה (הניחו כי הביטוי במעריך הוא מספר טבעי): $(2x + 1)^{2x-1} = 1$

7. נמקו מדוע $(a^{-n})^k$ שווה a^{-nk} עבור k, n טבעיים.

8. האם ייתכן ש $a^{-6} = a^{-5}$? הסבירו.

9. השתמשו בכתיב מדעי כדי לבטא את הגדלים הבאים:
   - סנטימטר מעוקב הוא $\frac{1}{1{,}000{,}000}$ של מטר מעוקב.
   - פיזיקאיים מתארים אטום בגביש כקובייה שאורך צלעותיה כ- 10^{-7} מ"מ.

   כמה קוביות כאלה יידרשו כדי למלא 1 סמ"ק?

10. המילים סנטי, מילי, מיקרו, ננו ופיקו מייצגות מספרים.

    כתבו מספרים אלה באמצעות חזקות.

11. השלימו את המכנה באגף שמאל: $\frac{2a^3b^5}{\_\_\_\_} = \frac{1}{2}a$

12. פשטו את הביטוי $\left(\frac{x^4 \cdot x^2 \cdot x^{-5}}{b^5 \cdot b^2 \cdot b^{-4}}\right)^3$, וחשבו את ערכו עבור: $x = 8, b = 4$

13. בבריכה גדל צמח שצף על פני המים. בכל שעה הצמח מכפיל את שטחו (השטח של הצמח בתום כלשעה הוא פי 2 מאשר בתחילתה). כעבור 30 שעות מתחילת גדילתו הצמח כיסה את פני כל הבריכה.

    כמה שעות מתחילת גדילתו כיסה הצמח את מחצית שטח הבריכה?

14. איזה מהביטויים הבאים הוא הקטן ביותר? איזה הוא הגדול ביותר?

    א. $\left(\frac{1}{8}\right)^2$ ב. 2^{-3} ג. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ ד. $\frac{1}{4}$

ג. שורשים ריבועיים

1. מצאו לאילו מהביטויים הבאים שווה הביטוי $\sqrt{72}$ מבלי להיעזר במחשבון:

   א. $2\sqrt{6}$ ב. $2\sqrt{18}$ ג. $6\sqrt{2}$ ד. $7\sqrt{2}$

2. חשבו בעזרת מחשבון של הערך של $\sqrt{2}$. חשבו בעזרת מחשבון: $(1.4142)^2$. השוו בין שתי התוצאות והסבירו את ההבדל.

3. חשבו את ערך הביטוי $(\sqrt{2})^{10}$.

4. הציבו סימן <, > או = מבלי להיעזר במחשבון

   א. $\sqrt{11}$ ___ $2\sqrt{3}$ ב. $\sqrt{75}$ ____ $5\sqrt{3}$

5. הראו כי $\sqrt{18} = \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$ מבלי להיעזר במחשבון.

6. הראו כי $\sqrt{2\frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$. מצאו מספרים אחרים שעבורם מתקיים שוויון דומה.

7. שרטטו משולש ישר זווית שאורך הניצבים בו הם 1 יח' אורך ו-2 יח' אורך. העתיקו את היתר על ציר המספרים ואימדו ברמת דיוק של עשירית יח' אורך את האורך. חשבו במדויק את אורך היתר בעזרת משפט פיתגורס.

2. הסתברות (15 שעות)

א. הסתברות מותנית

1. ההסתברות שירד גשם בירושלים ביום אקראי בשנה היא 0.12.
כיצד משתנה הסתברות זו (האם היא גדלה או קטנה?) אם ידוע:
   א. שבאותו היום הטמפרטורה המרבית היתה 10 מעלות.
   ב. שבאותו היום הטמפרטורה המרבית היתה 30 מעלות.
   ג. שאותו היום היה יום ד' בשבוע.
2. הטילו מטבע הוגן שלוש פעמים. מהי ההסתברות שבהטלה השלישית התקבלה 'תמונה'? כיצד משתנה הסתברות זו, אם ידוע שבשתי ההטלות הראשונות התקבל 'מספר'. יש לפתור שאלה זו בשתי דרכים שונות:
   א. לערוך רשימה של 8 התוצאות שיכולות להתקבל בהטלת מטבע 3 פעמים, לזהות מתוכן את כל התוצאות שבהן בשתי ההטלות הראשונות התקבל 'מספר', ועל פיהן לקבוע מהי ההסתברות לקבלת 'תמונה' בהטלה השלישית.
   ב. להסתמך על חוסר הרלבנטיות של התוצאות בשתי ההטלות הראשונות לתוצאת ההטלה השלישית, כדי להסיק שידיעת תוצאות אלה של ההטלות הראשונות אינה משנה את ההסתברות של ההטלה השלישית.
3. מטילים שתי קוביות הוגנות, אחת כחולה ואחרת אדומה.
   א. מה ההסתברות שהסכום שהתקבל הוא 4?
   ב. מה ההסתברות שהסכום שהתקבל הוא 4, אם ידוע שבקובייה הכחולה התקבלה התוצאה 6?
   ג. מה ההסתברות שהסכום שהתקבל הוא 4, אם ידוע שבקובייה הכחולה התקבלה התוצאה 3?
   ד. מה ההסתברות שבקובייה הכחולה התקבלה התוצאה 3, אם ידוע שהסכום שהתקבל הוא 4?
   ה. האם הידיעה שהסכום שהתקבל הוא 4 משפיעה על ההסתברות שאנחנו מייחסים לכך שבקובייה הכחולה התקבלה התוצאה 3? (השווה בין התוצאה של סעיף ד ובין ההסתברות שבקובייה הכחולה התקבלה התוצאה 3, אם לא ידוע מהו הסכום שהתקבל).

ב. הסתברות של שני מאורעות

1. קשת בענן מופיעה רק אם יורד גשם, ובנוסף קרני השמש מפציעות מבעד לעננים. מה יותר סביר: שירד גשם או שתופיע קשת בענן?
2. בשכבת כיתה ט 100 תלמידים. $\frac{1}{5}$ מתלמידי השכבה מצטיינים במתמטיקה. 0.3 מתלמידי השכבה מצטיינים באנגלית. 60% מבין התלמידים המצטיינים במתמטיקה מצטיינים גם באנגלית.
   א. מהי השכיחות היחסית של התלמידים שמצטיינים הן במתמטיקה והן באנגלית?
   ב. אם נבחר תלמיד מהשכבה באופן אקראי:
      I. מהי ההסתברות שהתלמיד מצטיין במתמטיקה?

II. מהי ההסתברות שהתלמיד מצטיין באנגלית?

III. מהי ההסתברות שהתלמיד מצטיין באנגלית אם ידוע שהוא מצטיין במתמטיקה?

IV. מהי ההסתברות שהתלמיד מצטיין הן באנגלית והן במתמטיקה?

3. ההסתברות שקלע יפגע במטרה בירייה הראשונה היא 0.7. ההסתברות שאותו קלע יפגע במטרה בירייה השנייה היא 0.9 אם פגע בפעם הראשונה, ו- 0.5 אם לא פגע בפעם הראשונה.

א. מהי ההסתברות שהקלע יפגע בשתי הפעמים?

ב. מהי ההסתברות שהקלע יפגע בפעם הראשונה ולא יפגע בפעם השנייה?

ג. מהי ההסתברות שהקלע לא יפגע בפעם הראשונה ויפגע בפעם השנייה?

ד. מהי ההסתברות שהקלע לא יפגע בשתי הפעמים?

ג. הסתברות של מאורעות זרים, הסתברות של מאורעות בלתי תלויים והסתברות של מאורעות תלויים

1. מטילים שתי קוביות הוגנות: אחת כחולה ואחרת אדומה:

א. מהי ההסתברות שבקובייה הכחולה התקבלה התוצאה 3?

ב. מהי ההסתברות שבקובייה האדומה התקבלה התוצאה 4?

ג. מהי ההסתברות שבקובייה הכחולה התקבלה התוצאה 3 **וגם** שבקובייה האדומה התקבלה 4?

ד. מהי ההסתברות שבקובייה הכחולה התקבלה התוצאה 3 **או** שבקובייה האדומה התקבלה התוצאה 4?

ה. מהי ההסתברות שבקובייה הכחולה התקבלה התוצאה 3 **או** שבקובייה האדומה התקבלה תוצאה זוגית?

ו. מהי ההסתברות שבקובייה הכחולה התקבלה התוצאה 3 **וגם** שבקובייה האדומה התקבלה תוצאה זוגית?

ז. מהי ההסתברות שבקובייה הכחולה התקבלה התוצאה 3, **כשידוע** שבקובייה האדומה התקבלה התוצאה 4?

2. בתוך כד יש 12 כדורים, 7 לבנים ו-5 שחורים. מוציאים מהכד שני כדורים באקראי בזה אחר (ללא החזרה).

א מהי ההסתברות שהכדור הראשון היה לבן?

ב. מהי ההסתברות שהכדור השני היה שחור?

ג. מהי ההסתברות שהכדור השני היה לבן, **כשידוע** שהכדור הראשון היה שחור?

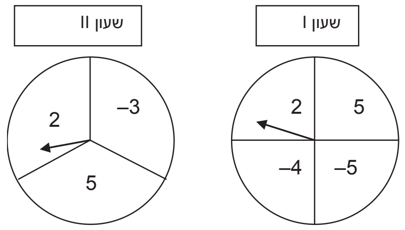
ד. מהי ההסתברות שהכדור הראשון היה לבן **וגם** שהכדור השני היה שחור?

ה. האם המאורעות "הכדור הראשון היה לבן" ו-"הכדור השני היה שחור" הם זרים?

ו. האם המאורעות "הכדור הראשון היה לבן" ו-"הכדור השני היה שחור" הם בלתי תלויים?

3. מטילים מטבע הוגן 3 פעמים. מהי ההסתברות שבכל 3 ההטלות תתקבל 'תמונה'? מטילים מטבע הוגן 7 פעמים. מהי ההסתברות שבכל 7 ההטלות תתקבל 'תמונה'?

4. מסובבים את המחוגים של שני ה'שעונים' המשורטטים להלן עד לעצירתם.
בכל שעון, העיגול מחולק לחלקים שווים.
א. הדס מנצחת אם שני המחוגים נעצרים על מספר חיובי. יובל מנצח אם שני המחוגים נעצרים על מספר שלילי.
חשבו את ההסתברות של כל אחד מהם לנצח.
ב. אפרת מנצחת אם המכפלה של שני המספרים שעליהם נעצרו המחוגים היא חיובית. אייל מנצח אם המכפלה של שני המספרים שעליהם נעצרו המחוגים היא שלילית.
I. חשבו את ההסתברויות של כל אחד מהם לנצח.
II. האם המשחק הוגן?



3. טכניקה אלגברית (20 שעות)

א. נוסחאות הכפל (מכפלת דו-איבר בדו-איבר):

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

פתיחת סוגריים, פירוק לגורמים ופתרון משוואות ריבועיות באמצעות השלמה לריבוע

1. חשבו (מבלי להיעזר בכתיבה) את הביטויים הבאים, בהסתמך על נוסחאות הכפל:

1001^2

79^2

$72 \cdot 68$

2. הדגימו הן באופן גאומטרי והן באופן אלגברי מדוע $31 \cdot 31$ אינו שווה ל: $30 \cdot 30 + 1 \cdot 1$ (דוגמה זו מפריכה את הטענה שסכום הריבועים שווה לריבוע הסכום).
3. פתחו סוגריים וכתבו ביטוי קצר ככל האפשר:
א. $(x + 3)(x - 3)$
ב. $(x + 5)(x - 5) - (2x + 5)^2$
4. נמקו בשתי דרכים שונות מדוע $(a - b)^2 = (b - a)^2$
5. עבור אילו ערכים של a ו- b מתקיים כי $(a - b)^2 = a^2 - b^2$?
6. בדקו מה מתקבל בשני האגפים של נוסחאות הכפל כש: $a = b$ בביטויים: $(a + b)^2$ ו- $(a - b)^2$
7. בדקו האם מתקיים תמיד השוויון $(a - b)^3 = (b - a)^3$. אם כן, הסבירו מדוע, ואם לא, תקנו את המשוואה (מבלי לשנות את האגף השמאלי) כך שתתקיים תמיד.
8. כתבו, אם אפשר, את אחד הסימנים >, < או = כך שהיחס בין שני האגפים יהיה נכון לכל a:
א. a^2 _____ $(a + 1)(a - 1)$

ב. $(a-1)^2$ ____ $(a+1)^2$

ג. a^2-1 ____ a^2+1

ד. a^2+2a ____ $(a+1)^2-1$

ה. $(a+1)(a-1)$ ____ $(a+1)^2$

ו. $(a+1)(a-1)$ ____ $(a-1)^2$

9. פתרו את המשוואה: $(x-5)^2 = (x+5)^2$ בדרכים שונות.

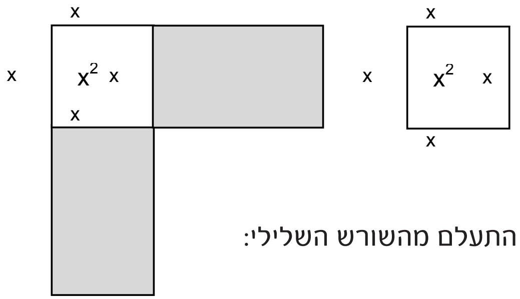
10. כתבו את תחום הצבה של x וצמצמו את השברים: $\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^2-1}$, $\frac{6x+8}{9x^2+24x+16}$, $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$

11. נתון ריבוע שאורך צלעותיו 3a ס"מ. אם נגדיל זוג צלעות מקבילות שלו ב-2 ס"מ ונקטין את שתי הצלעות האחרות ב-2 ס"מ, נקבל מלבן. שטחו של איזה מצולע, הריבוע או המלבן, גדול יותר? ובכמה?

12. א. השלימו את הביטוי: x^2+6x+5 לריבוע.

ב. השלימו את הביטוי $4x^2+12x+6$ לריבוע.

13. פתרו את המשוואה: $x2 + 10x = 39$ באמצעות השלמה לריבוע, למשל:



$x^2 + 2\cdot5\cdot x + 5^2 = 39 + 5^2$

$(x+5)^2 = 64$

$x + 5 = \pm 8$

$x^1 = 3$ $\qquad$ $x_2 = -13$

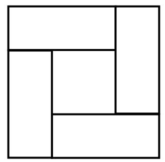
הערה: אלחווריזמי הציע פתרון גאומטרי למשוואה הריבועית. בפתרונו התעלם מהשורש השלילי:

א. זהו את האיברים האלגבריים בצורה גאומטרית.

ב. השלימו את הפתרון בדרך גאומטרית.

14. חשבו את 12^3 בהסתמך על נוסחאות הכפל ובהסתמך על חוקי החזקה.

15. הסבירו כיצד השרטוט הבא מדגים את השוויון: $4ab + (a-b)^2 = (a+b)^2$



16. השלימו את הביטוי $(\_\_\_\_ + \_\_\_\_)^2 = \_\_\_\_ + 12x + \_\_\_\_$ בשלוש דרכים שונות.

17. הראו ללא שימוש במחשבון איזה ביטוי גדול יותר: $\sqrt{7}+\sqrt{4}$ או $\sqrt{6}+\sqrt{5}$.

18. א. מצאו דוגמאות שונות שבהן מתקיים $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$

ב. האם נכון תמיד ש: $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$?

19. חשבו את הביטויים החשבוניים

$(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

$\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{12}}\right)^2$

ב. פירוק של תלת-איבר ריבועי (טרינום ריבועי) $x^2 + bx + c$ ופתרון משוואות ריבועיות

1. פרקו לגורמים את הביטויים הבאים:

א. $x^2 + 2x + 3x + 6$

ב. $x^2 - 4x - 2x + 8$

ג. $x^2 - x + 5x - 5$

2. א. הסבירו מדוע לשתי המשוואות הבאות יש את אותם פתרונות:

$(x - a)(x - b) = 0$

$x^2 - (a+b)x + ab = 0$

ב. פתרו את המשוואה: $x^2 - 5x + 4 = 0$ באמצעות פירוק תלת-איבר.

3. שרטטו על מערכת צירים את הגרפים של הביטויים: $\frac{x^2-9}{x+3}$ $x - 3$

הסבירו מהו ההבדל בין שני הגרפים.

4. פרקו לגורמים, כתבו תחומי הצבה וצמצמו:

א. $\frac{x+2}{x^2+4x+4}$ ב. $\frac{2a^2-32}{4-a}$ ג. $\frac{x+2}{x-3} \cdot \frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$

5. פרקו לגורמים, כתבו תחומי הצבה וצמצמו: $\frac{2a^2-a}{4} : \frac{a^2-2a+1}{8a}$

6. פתרו את המשוואות, כתבו תחומי הצבה ובדקו את הפתרון באמצעות הצבה: א. $6 = \frac{4x}{2x-6} + \frac{2}{x-3}$ ב. $\frac{1}{x+2} = \frac{2x}{x^2-4}$ ג. $\frac{x+1}{x^2-4} + \frac{6}{x^2-x-6} = \frac{x}{x^2-5x+6}$

הנחייה: פרקו את המכנים לגורמים והיעזרו בפירוק זה.

4. פונקציות ריבועיות (30 שעות)

א. הפונקציה $f(x) = x^2$ והייצוג הגרפי שלה

1. מצאו את נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות: $f(x) = x^2$ ו- $g(x) = 25$

2. הציגו באופן גרפי את המשוואה $x^2 = 4$.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2$.

א. האם הנקודות הבאות נמצאות על גרף הפרבולה? $(-1,1)$, $(-0.5,0.25)$, $(1.1, 1.21)$, $(-\frac{1}{3},\frac{1}{9})$

ב. הסבירו מדוע הנקודה (a,b) אינה על הפרבולה $f(x) = x^2$ כש- $b < 0$.

4. מצאו את שיעורי ה-x של הנקודות הבאות הממוקמות על הפרבולה: $f(x) = x^2$: (_____ , 1,024), (_____ , 0.49). האם קיים רק פתרון אחד? הסבירו.

5. $f(x) = x^2, g(x) = x$.

א. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) = g(x)$?

ב. שרטטו את הגרפים של הפונקציות לעיל במערכת צירים אחת, וקבעו עבור אילו ערכים של x מתקיים: $f(x) < g(x)$.

הסבירו את הקשר בין תשובתכם ובין תכונות של כפל של מספרים הגדולים מ-0 וקטנים מ-1.

ב. פונקציות מהצורה $f(x) = ax^2$ כאשר $a \neq 0$ – מתיחה, כיווץ ושיקוף

1. פתרו באמצעים אלגבריים ובאמצעים גרפיים את המשוואות הבאות.

ציינו אם לא קיים פתרון:

א. $3x^2 = 9$

ב. $3.2x^2 = -x^2$

ג. $3x^2 = -3$

2. ציינו תכונות משותפות לגרפים של כל הפרבולות מהצורה $f(x) = ax^2$.

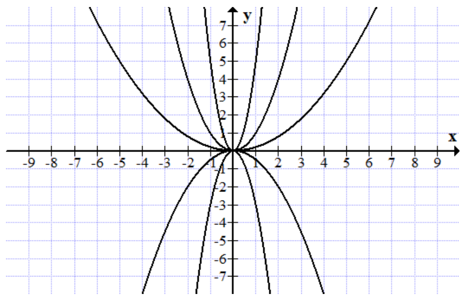
3. שייכו כל נקודה לפונקציה שלה:

$(10,1)$, $(3,0.9)$, $(2,-4)$, $(1,0.5)$

$y = 0.01x^2, y = 0.5x^2, y = -x^2, y = 0.1x^2$

4. שייכו כל גרף לפונקציה:

$y = 0.2x^2, y = -3x^2, y = x^2, y = 5x^2, y = -0.5x^2$



5. נתונות שתי הפונקציות: $f(x) = x^2$ ו- $g(x) = ax^2$

מה היחס בין $f(952.5)$ לבין $g(952.5)$?

6. הנקודה $(3,3)$ ממוקמת על גרף הפונקציה $y = ax^2$.

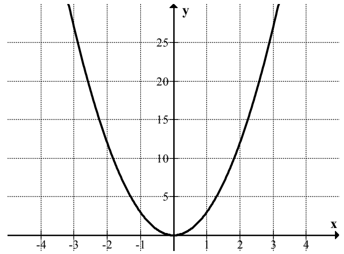
א. מהו a?

ב. כתבו שיעורים של עוד שתי נקודות הממוקמות על אותו הגרף.

7. א. מהן כל הנקודות במישור שדרכן עוברת פרבולה מהצורה $y = ax^2$?
ב. האם דרך כל שתי נקודות על המישור עוברת פרבולה מהצורה $y = ax^2$? הסבירו.

ג. פונקציות מהצורה $f(x) = ax^2 + c$ כאשר $a \neq 0$ – הזזות אנכיות

1. נתון הגרף של הפונקציה $f(x) = 3x^2$.



שרטטו את הגרף של הפונקציה $g(x) = 3x^2 - 2$

2. מצאו את כל הפתרונות (אם קיימים) של המשוואות הבאות:
א. $5x^2 + 2 = 12$
ב. $3x^2 - 6 = -12$

3. מצאו בדרך אלגברית ובדרך גרפית את נקודות החיתוך של הפרבולה $y = 4x^2 - 9$ עם ציר ה- x וציר ה- y. כתבו את התחום שבו הפונקציה חיובית ואת התחום שבו היא שלילית.

4. נתון שערכי הפונקציה $f(x) = ax^2 + c$ חיוביים לכל ערך של x.
מה תוכלו לומר על הערכים של הפרמטרים a ו- c?

5. נתון ריבוע. אם נגדיל שתי צלעות נגדיות שלו ב- 3 ס"מ ונקטין את שתי הצלעות האחרות ב- 3 ס"מ יתקבל מלבן. אם נגדיל כל אחת מצלעות הריבוע פי 2 יתקבל ריבוע אחר (ריבוע ב). שטח ריבוע ב גדול ב- 84 סמ"ר משטח המלבן. מה שטח הרבוע הנתון?

6. עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $3x^2 - 5 = k$- שני פתרונות? פתרון אחד? לא קיים פתרון?

7. נתונות הפונקציות: $f(x) = 2x^2,\ g(x) = 2x^2 + 10$. מה ההפרש בין שיעורי ה- y של שתי הפונקציות כש- $x = 2$? כש- $x = 952.5$?

8. מצאו את נקודות החיתוך של שתי הפרבולות, ומצאו מהו המרחק בין שני הקדקודים שלהן במקרים הבאים:
א. $y = 2x^2 - 8$ ו- $y = -2x^2 + 8$.
ב. $y = 2x^2 + 8$ ו- $y = -2x^2 + 8$.

9. הראו באופן גרפי ובאופן אלגברי כי לגרפים של הפונקציות $y = 2x^2 + 8$ ו- $y = -2x^2 - 8$ אין נקודות חיתוך. מצאו מהו המרחק בין שני הקדקודים של שתי הפרבולות.

ד. הרכבה של הזזות אופקיות ואנכיות; מתיחה וכיווץ של הפונקציה $f(x) = x^2$ פונקציות שהביטוי האלגברי שלהן הוא: $g(x) = (x - p)2, m(x) = a(x - p)^2, t(x) = a(x - p)^2 + k$ (כאשר $a \neq 0$)

1. נתונה הפונקציה $y = (x - 2)^2$
   א. מצאו פונקציה שיש לה אותו ציר סימטרייה כמו לפונקציה הנתונה, ויש לה שתי נקודות חיתוך עם ציר x.
   ב. מצאו פונקציה שיש לה אותו ציר סימטרייה כמו לפונקציה הנתונה, ולא קיימות עבורה נקודות חיתוך עם ציר x.
2. נתונה הפונקציה $f(x) = (x - 4)^2 - 9$.
   א. מצאו את קדקוד הפרבולה, ואת תחומי העלייה והירידה שלה.
   ב. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x, וכתבו את תחומי החיוביות והשליליות שלה.
   ג. מצאו פונקציה נוספת שיש לה אותו ציר סימטרייה כמו של f(x) אבל יש לה נקודת מקסימום.
   ד. שרטטו על אותה מערכת צירים את הגרפים של שתי הפונקציות, ומצאו את המרחק בין קדקודי הפרבולות.
3. נתונה הפונקציה $y = (x - 2)^2$.
   א. מצאו פונקציה שיש לה אותו ציר סימטרייה כמו לפונקציה הנתונה, ויש לה שתי נקודות חיתוך עם ציר x.
   ב. מצאו פונקציה שיש לה אותו ציר סימטרייה כמו לפונקציה הנתונה, ולא קיימות עבורה נקודות חיתוך עם ציר x.
4. נתונה הפונקציה $f(x) = (x - 4)^2 - 9$.
   א. מצאו את קדקוד הפרבולה, ואת תחומי העלייה והירידה שלה.
   ב. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x , וכתבו את תחומי החיוביות והשליליות שלה.
   ג. מצאו פונקציה נוספת שיש לה אותו ציר סימטרייה כמו של f(x) , אבל יש לה נקודת מקסימום.
   ד. שרטטו על אותה מערכת צירים את הגרפים של שתי הפונקציות, ומצאו את המרחק בין קדקודי הפרבולות.
5. הציגו את הפונקציות הבאות בצורה $y = (x - p)^2 + k$, ומצאו את נקודת המינימום / מקסימום שלהן בדרך אלגברית או גרפית:
   א. $f(x) = x^2 - 6x + 9$
   ב. $g(x) = (x - 4)(x + 4)$
6. א. מצאו פונקציה ריבועית מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$ שהקדקוד שלה הוא הנקודה (1,2).
   ב. כמה פונקציות שונות כאלה קיימות? הסבירו.
7. א. מצאו פונקציה ריבועית מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$ שהגרף שלה עובר דרך הנקודה (1,2), אך נקודה זו אינה קדקוד הפרבולה.
   ב. כמה פונקציות שונות כאלה קיימות? הסבירו.
8. נתונות שתי פונקציות מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$. אילו פרמטרים בשתי הפונקציות שווים, אם ידוע שלשתיהן אותו קדקוד? הסבירו.
9. הציגו את הפונקציה $f(x) = x^2 - 2x$ בצורה: $y = a(x - p)^2 + k$ ושרטטו את הגרף שלה.

ה. הפונקציה הריבועית וייצוגיה האלגבריים השונים

1. א. מצאו את ציר הסימטרייה של גרף הפונקציה $y = 2x^2 - 6x + 5$

   ב. שרטטו סקיצה של הפרבולה.

2. ציר הסימטרייה של גרף הפונקציה $y = (x - 1)(x - 3)$ הוא $x = 2$.

   הסבירו בשתי דרכים שונות כיצד ניתן להסיק זאת.

3. לפונקציה $y = (x - 6)(x + 2)$ שתי נקודות חיתוך עם ציר x.

   א. מהו קדקוד הפרבולה?

   ב. מה צריך להיות הערך p בפונקציה $y = (x - 6)(x + 2) + p$ כדי שקדקוד הפרבולה יהיה $(1,0)$?

   ג. מה צריכים להיות ערכי t בפונקציה $y = (x - 6)(x + 2) + t$ כדי שהפרבולה תהיה חיובית לכל x?

4. להלן רשימה של זוגות של פונקציות זהות; התאימו בין הזוגות. (עשו זאת בדרך אלגברית או בדרך גרפית):

   $y = (x + 1)^2 - 4$, $y = (x - 1)^2 - 4$, $y = -(x - 1)^2 + 4$

   $y = (x + 1)(x - 3)$, $y = x^2 - 4x + 4$, $y = (x - 1)(x + 3)$

   $y = (x - 2)(x - 2)$, $y = (3 - x)(x + 1)$

   א. כתבו את הפונקציה הריבועית $f(x) = x^2 - 6x + 8$ בשני ייצוגים נוספים.

   ב. שרטטו את גרף הפונקציה ומצאו את:

      1. נקודות החיתוך עם הצירים;
      2. ציר הסימטרייה ושיעורי הקדקוד;
      3. תחום העלייה ותחום החיוביות.

3. חזרו על סעיפים א ו-ב עם הפונקציות הריבועיות $g(x) = x^2 - 6x + 9$: ו- $h(x) = x^2 - 6x + 10$.

   הסבירו מה התאפשר ומה לא התאפשר, ומדוע.

ו. פתרון משוואות ריבועיות ופתרון שאלות מילוליות

1. פתרו את המשוואות הבאות, והקפידו לכתוב את תחומי ההצבה:

   א. $4(x^2 + 1) + 6 = (x + 6)^2 - (x + 1)(x - 1)$

   ב. $\frac{(x+3)^2 - 4}{x+1} = 0$

   ג. $\frac{x-3}{x^2-49} - \frac{1}{x-7} + \frac{12}{x^2+7x} = 0$

   ד. $\frac{1}{4} + \frac{5}{4x^2-100} = \frac{2}{10-2x}$

2. נתונות הפונקציות:

$f(x) = -2(x - 4)(x + 2)$

$g(x) = x - 4$

א. באיזה תחום $f(x) > 0$

ב. באיזה תחום $f(x) < g(x)$

ג. K הוא קדקוד הפרבולה. כתבו את משוואת הישר המקביל לגרף של $g(x)$ ועובר דרך הנקודה K.

ד. מהו התחום שבו המכפלה $f(x) \cdot g(x)$ היא חיובית? נמקו את תשובתכם.

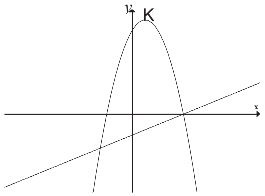
3. נתונים הפרבולה $y = x^2$ ושני הישרים $y = 2x, y = -2x$

הגרפים של שלוש הפונקציות נחתכים בראשית הצירים (O).

א. מצאו נקודת חיתוך נוספת של כל אחד מהישרים עם הפרבולה. סמנו את נקודות החיתוך ב- A ו- B.

ב. מצאו נקודה M כך שהמרובע AOBM יהיה מעוין.

4. בכנס שנושאו 'חידושים בבניית טיסנים' נפגשו כמה תלמידים. כל אחד מהם לחץ את ידי כל האחרים. כמה תלמידים נפגשו, אם בסה"כ נספרו 435 לחיצות ידיים?



5. אורך היתר במשולש ישר זווית הוא 26 ס"מ. אחד הניצבים ארוך ב-4 ס"מ משתי פעמים הניצב האחר. מהו היקף המשולש?

6. חברת אוטובוסים מציעה לבתי ספר את המחירון הבא:

עבור 40 תלמידים המחיר הוא 100 שקלים לתלמיד. כל תלמיד נוסף מוזיל את המחיר לתלמיד ב-2 שקלים. כמה תלמידים השתתפו בטיול, אם עלותו הייתה 4,050 שקלים?

7. יואב רכב על אופניו מרחק של 30 ק"מ.

האופניים התקלקלו, והוא המשיך בדרכו בהליכה במהירות קבועה, מרחק של 8 ק"מ. את הדרך כולה עבר יואב ב- 5 שעות. מהירות ההליכה הייתה קטנה ב- 6 קמ"ש ממהירות הרכיבה. מהי המהירות שבה רכב יואב?

8. מחירו של מוצר היה 8 שקלים. לאחר שמחירו ירד באחוז מסוים ועלה שוב באותו האחוז, היה מחירו 7.82 שקלים. בכמה אחוזים ירד ערכו של המוצר בתחילה?

9. נתון דף נייר בצורת מלבן שאורכו 20 ס"מ ורוחבו 10 ס"מ. רוצים לחתוך מתוכו מלבן פנימי כך שרוחב השוליים שיישארו יהיה שווה בארבעת הצדדים. נסמן ב-x את רוחב השוליים שמשאירים בכל צד של המלבן.

א. מהו הביטוי שמתאר את התחום האפשרי של השוליים? (סמנו את התשובה הנכונה).

(1) $x < 10 > 0$

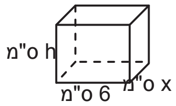
(2) $x < 10 > 5$

(3) $x < 5 > 0$

ב. מהו רוחב השוליים, אם שטח המלבן הפנימי הוא 56 סמ"ר?

10. יש למקם מוט שאורכו 13 ס"מ בתוך תיבה שממדיה הם: רוחב x ס"מ, אורך $x + 1$ ס"מ וגובה $x + 9$ ס"מ. מהם ממדי התיבה הקטנה ביותר שבתוכה אפשר למקם את המוט?

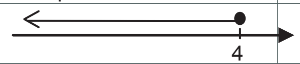
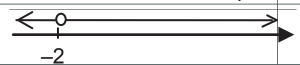
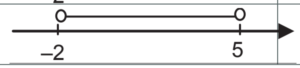
11. נבחר מספר, נעלה אותו בריבוע ונחסיר מהתוצאה את מכפלת המספר שבחרנו ב-4.
   א. כתבו פונקציה המתאימה למספר שבחרנו את התוצאה הסופית שתתקבל.
   ב. מה צריך להיות המספר שנבחר כדי שתתקבל תוצאה מינימלית (קטנה ביותר)?
   ג. מהי אותה תוצאה מינימלית?
12. נתון מלבן שהיקפו 32 ס"מ.
   א. סמנו את אורך צלע המלבן ב- x, וכתבו פונקציה המתאימה לאורך צלע המלבן את שטח המלבן.
   ב. מה צריך להיות אורך צלע המלבן כדי ששטח המלבן יהיה מרבי?
   ג. מהו השטח המרבי?
13. יוצרים שלד של תיבה מחוט מתכתי שאורכו 56 ס"מ. אורך אחד המקצועות בתיבה הוא 6 ס"מ. מה צריכים להיות אורכי שני המקצועות הנוספים כדי שנפח התיבה יהיה מקסימלי?



14. המרחק בין שני ישובים, A ו- B, הוא 200 ק"מ.
   מכונית יצאה מהישוב A ליישוב B במהירות 60 קמ"ש.
   בו-זמנית יצא רוכב אופנוע מהיישוב B ליישוב C במהירות 50 קמ"ש.
   הכביש בין היישובים A ו- B מאונך לכביש בין היישובים B ו- C.
   א. כמה זמן אחרי שכלי הרכב יצאו לדרכם, היה ריבוע המרחק ביניהם מינימלי?
   ב. מהו אותו מרחק מינימלי?
15. פתרו את המשוואות הבאות:
   $(2x)^2 + 6 \cdot 2x + 8 = 0$
   $(2x-1)^2 - 6x + 3 - 4 = 0$
   $x^4 - 7^{x2} + 12 = 0$

ז. אי שוויונות ריבועיים

1. התאימו לביטוי האלגברי של האי-שוויון את הייצוג הגרפי המתאים:

$-2 < x < 5$	·	·	
$x < -1$ או $x > 3$	·	·	
$x \leq 4$	·	·	
$x \neq -2$	·	·	

2. פתרו את האי-שוויונות הבאים:

א. $3x^2 - 9x - 10 < -1 - 3x$

ב. $(x + 3)^2 + 5 > 2$

ג. $-(x + 2)2 \leq 1$

3. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + 6x + 9$. היעזרו בשרטוט גרף מתאים כדי להתאים לכל אי-שוויון את הפתרון שלו:

$x^2 + 6x + 9 > 0$	·	·	כל מספר הוא פתרון
$x^2 + 6x + 9 < 0$	·	·	$x = -3$
$x^2 + 6x + 9 \geq 0$	·	·	$x \neq -3$
$x^2 + 6x + 9 \leq 0$	·	·	אין פתרון

4. פתרו את האי-שוויונות הבאים. הסבירו את דרך הפתרון.

א. $\frac{x^2 - 7x + 10}{(x-1)^2} < 0$

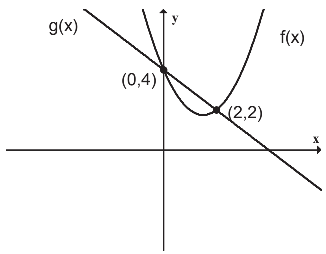
ב. $\frac{x^2 + 9x + 14}{(x-1)^2} > 0$

5. במשולש ישר זווית אורך ניצב אחד הוא 5 ס"מ ואורך הניצב השני הוא 6 ס"מ. האריכו את כל אחד מהניצבים ב- x ס"מ. מה יכול להיות תחום הערכים של x, אם ידוע ששטח המשולש שהתקבל גדול מ- 36 סמ"ר.

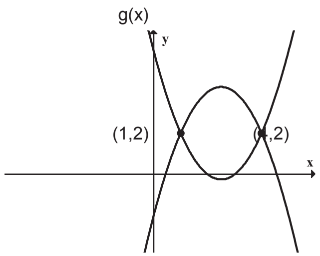
6. לפניכם משורטטים גרפים של שתי פונקציות: f(x) ו- g(x) וכן נתונות נקודות החיתוך של הפונקציות.

עבור כל אחד מארבעת זוגות הגרפים הבאים כתבו את התחום שבו f(x) > g(x) :

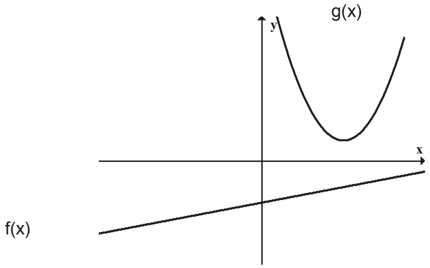
א.



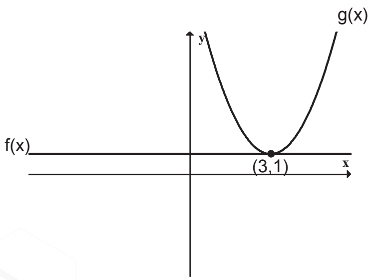
ב.



ג.



ד.



ח. מערכת משוואות לא ליניאריות של שתי משוואות בשני נעלמים ופתרון שאלות מילוליות

1. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} xy = 20 \\ (x+6)(y-3) = 20 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 - 3y = 6 \end{cases}$$

2. מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה והישר:

$f(x) = x^2 - 4x + 5$

$g(x) = 0.5x + 3$

3. ענו על השאלות הבאות:

א. היקפו של מלבן הוא 32 ס"מ ושטחו 48 סמ"ר. מהם אורכי הצלעות של המלבן?

ב. היקפו של מלבן הוא 34 ס"מ. אורך האלכסון הוא 13 ס"מ. מהם אורכי הצלעות של המלבן?

ג. ברק עבר מרחק של 30 ק"מ בהליכה במשך זמן מסוים. בדרכו חזרה הגדיל את מהירותו ב-1 קמ"ש, וכתוצאה מכך התקצר זמן ההליכה בשעה אחת. מה הייתה המהירות של ברק בדרך הלוך?

ד. לקבוצת תלמידים הוזמן מרצה בעלות של 2,000₪. אם הקבוצה הייתה מונה 20 תלמידים יותר, העלות לכל תלמיד הייתה פוחתת ב- 50 שקלים. כמה תלמידים מנתה הקבוצה, ומה הייתה העלות לכל תלמיד?

5. שימושים באלגברה (5 שעות)

דגש 1:

1. רשמו שלוש אפשרויות לייצוג שלושה מספרים עוקבים כלשהם. חברו את שלושתם, ונסו להסיק מכל אחת מהאפשרויות שהצעתם אילו תכונות יש לסכום (איזה סוג מספר מתקבל).

2. הראו כי מתקיים השוויון $2\cdot\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2\frac{2}{3}}$ ומצאו מספרים אחרים שעבורם מתקיים שוויון כזה.

את הדוגמה ניתן להכליל בשלושה אופנים נפרדים על ידי בחירה שונה של המשתנים. בחירה אחת מובילה להכללת יתר, בחירה אחרת מובילה להכללת חסר, ובחירה נוספת להכללה מועילה.

הכללת יתר: $a\cdot\sqrt{b} = \sqrt{a+b}$

כללת חסר: $a\cdot\sqrt{\frac{a}{a+1}} = \sqrt{a+\frac{a}{a+1}}$

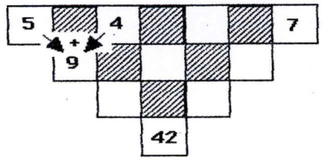
הכללה מועילה: $a\cdot\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a+\frac{a}{b}}$

דגש 2:

1. חשבו את 97×103 בעזרת החוק $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$, וחשבו 1002^2 בעזרת החוק של ריבוע של סכום.
2. התבססו על ידיעותיכם על הפונקציה הריבועית כדי לקבוע איזה משני האומדנים המוצעים (50×90 או 60×80) הוא קירוב טוב יותר ל- 55×85? (הערה: לצורך חקירה זאת ניתן להיעזר בפונקציה $f(x) = x(140 - x)$ ובייצוג הגרפי שלה, תוך כדי ניתוח השתנותה.)

דגש 3:

1. בסידור שלהלן, יש למלא את התאים הריקים במספרים, כך שבכל תא לבן יופיע הסכום של המספרים שבתאים הלבנים הסמוכים שבשורה שמעליו. בסידור זה, רק ה'קדקודים' נתונים (כלומר: 5, 7 ו-42), וכדוגמה מילאנו את אחד התאים. הציבו מספרים במשבצות הלבנות כך שהכלל יתקיים בכל התאים. האם ייתכן יותר מפתרון אחד? נמקו.



2. להלן דוגמה של מכפלה שבה שני גורמיה הם מספרים דו-ספרתיים: 39×31. חשבו את תוצאתה. כעת החליפו את סדר הספרות בתוך כל אחד מהגורמים, וחשבו את התוצאה של המכפלה החדשה (93×13). מה הקשר בין שתי התוצאות? האם קשר זה מקרי (מתקיים רק בדוגמה זו? קורה לפעמים? או תופעה כללית עבור כל מכפלה בין שני גורמים דו-ספרתיים? נמקו.

דגש 4:

1. פתרו את המשוואה $\left(\frac{x^2}{x+1}\right)^2 = 1 - \frac{2x^2}{x+1}$ בעזרת הנוסחה של פתרון משוואה ריבועית (ועל ידי החלפת משתנים).
2. כיצד ניתן לדעת, מבלי לפתור, כי אין פתרון למשוואה $\frac{2x+3}{4x+6} = 2$?

דגש 5:

1. לבטח הנכם מכירים מספרים ראשוניים גדולים מ- 19. אבל להלן "הוכחה" לכך שלא קיימים מספרים ראשוניים גדולים מ- 19: ניקח מספר n כלשהו, כך ש $n > 19$, אם n זוגי, אזי הוא לא ראשוני. אבל, אם n הוא אי-זוגי, אזי המספרים $\frac{n+1}{2}$ ו- $\frac{n-1}{2}$ הם מספרים טבעיים ומתקיים השוויון הבא: $n = \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{n-1}{2}\right)^2$, וזהו ביטוי מהצורה $n = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

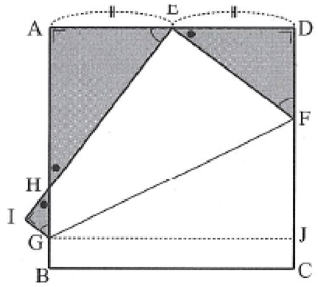
   כלומר: ניתן לבטא את n כמכפלה של שני גורמים, ולכן הוא איננו מספר ראשוני. כיצד תיישב את הסתירה: מצד אחד, אתם מכירים מספרים גדולים מ- 19 שהם ראשוניים, ומצד שני לפנינו "הוכחה" שאין כאלה?
2. בחרו מספר אי זוגי כלשהו, העלו אותו בריבוע והחסירו 1 מהתוצאה. הראו כי המספר שהתקבל הוא תמיד כפולה של 8.
3. הוכיחו כי $\sqrt{3}$ הוא מספר אי-רציונלי.

דגש 6:

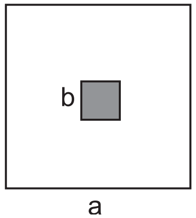
1. להלן אמירה: "נתונים שני מספרים חיוביים; הסכום של הופכיהם שווה להופכי של סכומם". האם אמירה זו מתקיימת עבור כל זוג מספרים? עבור זוגות מסויימים בלבד? או אינה מתקיימת עבור אף זוג מספרים? נמקו.
2. מצאו שני מספרים טבעיים, a ו-b, שמקיימים: $4a + 4b - ab = 8$.

דגש 7:

1. קחו נייר בצורת ריבוע כלשהו. על ידי קיפול, סמנו את אמצע הקטע של אחת מצלעותיו. כעת הביאו על ידי קיפול את אחד הקדקודים של הצלע הנגדית (לזו שבה מסומן האמצע) אל נקודת האמצע שסימנתם (כמו שמראה הציור):



הראו כי בכל אחד משלושת המשולשים המסומנים באפור, היחס בין הצלעות הוא 3:4:5.



2. נתונים שני מספרים חיוביים: a ו- b. להלן שלושה ביטויים אלגבריים:

$$2a, \quad \sqrt{2}(a-b)+2b, \quad \sqrt{2}\sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2+\left(\frac{a-b}{2}\right)^2}$$

כל אחד מהביטויים הנ"ל מבטא מרחק הליכה אפשרי בין פינות הכיכר ריבועית (שאורך צלעה a) אשר במרכזה ערוגה ריבועית (שאורך צלעה b), שאסור לעבור דרכה. סמנו על השרטוט כל אחד מהמסלולים, וציינו איזה הוא הקצר מביניהם.

3. א. חשבו את הערך של הביטוי $a^2 - b^2$ על פי המשוואה הבאה: $(a \neq b)$

$$\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2}-\frac{3}{b-a}=a+b \quad (a \neq b)$$

ב. שטחו של המשושה שלפניכם הוא 32 סמ"ר.

I. איזה מבין הערכים הבאים יכול להיות הערך של a:
5.5, $\sqrt{32}$, 7 ? נמקו.

II. מה יכולים להיות הערכים של a ו- b אם ידוע שהם מספרים טבעיים?

2. דלתון ומשולש שווה שוקיים

1. הסבירו מדוע כל ריבוע הוא דלתון.
2. את המשפט: "האלכסונים בדלתון מאונכים זה לזה" צריך לדעת לנסח באופן הבא: **אם** מרובע הוא דלתון (כלומר אם יש לו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות השוות זו לזו), **אזי** האלכסונים שלו מאונכים זה לזה.
3. את המשפט בדוגמה 2 יש לדעת לנסח באופן הבא:

   נתון: מרובע ABCD,

   AB=AD וגם BC=DC

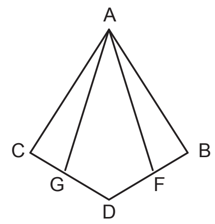
   צ"ל: $AC\perp BD$

4. המרובע ABDC הוא דלתון. (AB=AC, CD=BD)

   F נקודה על הצלע BD , ו- G נקודה על הצלע CD.

   נתון: CG = BF

   צריך להוכיח: המרובע AGDF הוא דלתון.



לפניכם הוכחה. הסבירו כל שלב בה:

נראה שני שוויונות: AF=AG וגם DF=DG.

כדי להראות את השוויון הראשון נציג שני משולשים החופפים זה לזה: $\Delta ACG\cong\Delta ABF$.

AC=AB (צלעות סמוכות שוות בדלתון, לפי הנתון).

$\sphericalangle B=\sphericalangle C$ (בדלתון זוויות הצד שוות זו לזו).

CG=BF (נתון).

$\Downarrow$

$\Delta ABF\cong\Delta ACG$ (לפי צלע-זווית-צלע).

$\Downarrow$

AF=AG (במשולשים חופפים צלעות מתאימות שוות זו לזו).

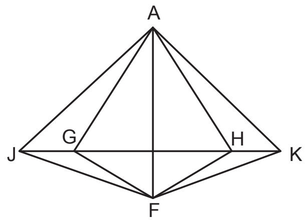
CD=BD (צלעות סמוכות בדלתון, לפי הנתון).

FD=GD (הפרשים של קטעים שווים) (BD-BF = CD-CG)

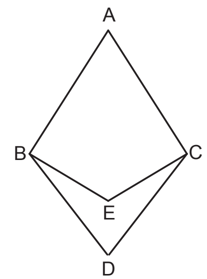
$\Downarrow$

AGDF דלתון (AF=AG, FD=GD)

5. AHFG דלתון.
K, J נקודות על המשך האלכסון המשני GH משני צדדיו.
HK=GJ
הוכיחו שהמרובע AKFJ הוא דלתון.
רמז: האלכסון הראשי הוא ציר סימטרייה המרמז על קיומם של 4 זוגות של משולשים חופפים, שמתוכם שני זוגות רלוונטיים להוכחה.

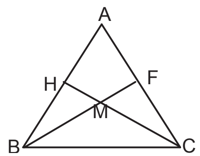


6. המרובעים ACEB ו- ACDB הם דלתונים.
(AB=AC, BE=CE, CD=BD)
א. הוכיחו ש $\sphericalangle ECD=\sphericalangle EBD$
ב. הוכיחו שהמרובע DCEB הוא דלתון.



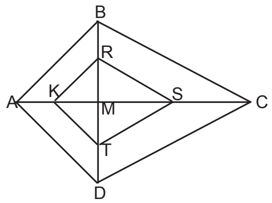
7. ABC משולש שווה שוקיים, ו- D אמצע הבסיס BC.
E נקודה על השוק AB ו- H נקודה על השוק AC כך ש- AE=AH.
א. הוכיחו כי DE=DH
ב. הוכיחו כי המרובע AEDH הוא דלתון.

8. א. הוכיחו שבמשולש שווה שוקיים ABC התיכונים לשוקיים שווים זה לזה (BF=CH).
ב. נסמן את נקודת חיתוך התיכונים לשוקיים ב- M.
הראו כי AHMF הוא דלתון.

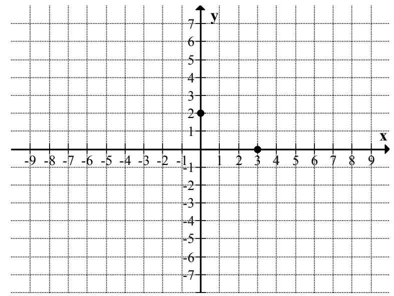


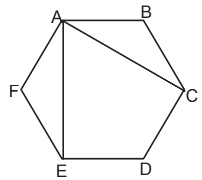
9. אורכו של האלכסון הראשי בדלתון הוא 28 ס"מ ואורכו של האלכסון המשני הוא 48 ס"מ.
האלכסון המשני מחלק את האלכסון הראשי ביחס של 5:9.
א. מצאו את היקף הדלתון ואת שטחו.
ב. קבעו כיצד היו משתנים, אם בכלל, שטח הדלתון והיקפו, אילו האלכסון הראשי היה מחולק ביחס של 6:9 או של 9:9.

10. M היא נקודת חיתוך האלכסונים בדלתון ABCD.
הנקודות K, R, S, T ממוקמות באמצעי הקטעים המחברים את קדקודי הדלתון עם M.
הוכיחו כי KRST הוא דלתון.

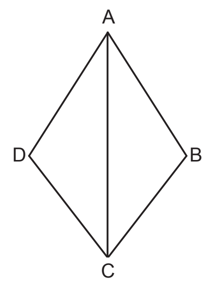


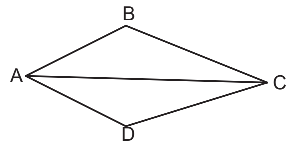
11. (0,2) ו- (3,0)הם שיעורים של שני קדקודים סמוכים של דלתון.
א. מצאו שיעורים של עוד שתי נקודות שיכולות להיות שני הקדקודים האחרים. כמה דלתונים שונים אפשר למצוא? נמקו.
ב. האם תיתכנה שתי נקודות כאלה שאינן על הצירים?



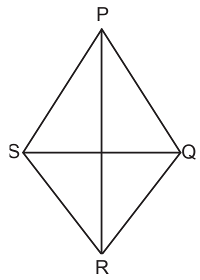


12. מהו סכום הזוויות הפנימיות של דלתון? הוכיחו.
13. ABCDEF הוא משושה משוכלל. הוכיחו כי ACDE דלתון.
14. במרובע ABCD חוצה האלכסון AC את הזוויות הנגדיות A ו- C.
הוכיחו כי המרובע הוא דלתון.
ציינו את השרשרת ההיסקית המובילה מהנתונים לקיום תנאי ההגדרה של דלתון:
א. מהנתונים נובעת חפיפת המשולשים ABC ו-ADC.
ב. מרובע שבו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות השוות זו לזו הוא דלתון.



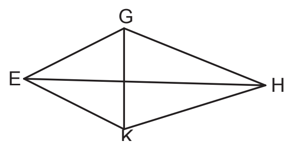


15. במרובע ABCD נתון כי AB=AD, וכי האלכסון AC חוצה את הזווית A.
הוכיחו כי המרובע הוא דלתון.
פרטו את השרשרת ההיסקית המובילה מהנתונים לקיום תנאי ההגדרה של דלתון.



16. האלכסון PR במרובע PQRS מאונך לאלכסון השני וחוצה אותו.
הוכיחו כי המרובע הוא דלתון.
פרטו שתי שרשרות היסקיות המובילות מהנתונים לקיום תנאי ההגדרה של דלתון:
שרשרת א:
א. מהנתונים נובעת חפיפת המשולשים PHQ ו-PHS (H – חיתוך האלכסונים).
ב. נובע כי זוג של צלעות סמוכות שוות זו לזו.
ג. הליך דומה תקף לגבי המשולשים RHS ו-RHQ.
ד. זוגות הצלעות הסמוכות השוות זו לזו הם זרים.
ה. מרובע שבו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות השוות זו לזו הוא דלתון.

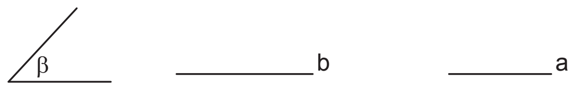
שרשרת ב:
א. במשולש PSQ התיכון מתלכד עם הגובה, ולכן הוא שווה שוקיים.
ב. במשולש RSQ התיכון מתלכד עם הגובה, ולכן גם הוא שווה שוקיים.
ג. זוגות הצלעות הסמוכות השוות זו לזו הם זרים.
ד. מרובע שבו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות השוות זו לזו הוא דלתון.



17. האלכסון EH במרובע EGHK חוצה את הזווית E ומאונך לאלכסון האחר.
הוכיחו כי המרובע הוא דלתון.
פרטו שתי שרשרות היסקיות המובילות מהנתונים לקיום תנאי ההגדרה של דלתון.

3. בניות בסיסיות

דוגמאות שמעבר לבניות הבסיסיות:
1. הראו כי אפשר לבנות שני משולשים שאינם חופפים כשנתונות שתי צלעות וזווית שאיננה כלואה ביניהן.
2. נתונים שני קטעים וזווית.



הדגימו כי הדרישות הבאות אינן מספיקות כדי לאפיין צורה יחידה:

א. בנו שני דלתונים שונים שבהם אורכי הצלעות הם a ו- b.

ב. בנו שני דלתונים שונים (דלתון קמור ודלתון קעור) שבהם הצלע היא a, וזוויות הראש הן b ו- 2β.

ג. בנו שני דלתונים שונים שבהם האלכסון הראשי הוא a, והאלכסון המשני הוא b.

3. הראו כי אי-אפשר לבנות דלתונים שבהם:

א. האלכסון הראשי מחלק את האלכסון המשני ביחס של 1 : 2.

ב. הצלעות הן a ו- b, ואחד האלכסונים הוא c, כש- c ארוך מ-a+b.

ג. הצלעות a ו- b כנ"ל, והזוויות בקדקודים הראשיים שוות זו לזו.

4. הראו כי הדרישות הבאות מאפיינות צורה יחידה. הסבירו מדוע.

א. דלתון שבו נתונות הצלעות a ו- b, ונתון האלכסון הראשי c.

ב. דלתון קמור שבו נתונות הצלעות a ו- b, והזווית בין שתי הצלעות הקצרות היא זווית במשולש שווה צלעות.

ג. דלתון קעור שבו נתון האלכסון הראשי a, וזוויות הראש הן b ו- 2β.

5. לפניכם שתי תכניות לבניית דלתון קמור שבו הצלע היא a, האלכסון המשני הוא b והאלכסון הראשי הוא c.

קבעו איזו מהתכניות מבוססת היטב, ובאיזו יש פגם. נמקו את התשובה.

תוכנית ראשונה:

א. שרטטו קטע באורך b. סמנו את קצותיו באותיות B, D. אלה הם שני הקדקודים של הדלתון שבקצות האלכסון המשני.

ב. העבירו אנך אמצעי לקטע. על ישר זה יעבור האלכסון הראשי של הדלתון.

ג. מהנקודה B, חוגו קשת שרדיוסה a. סמנו באות A את נקודת החיתוך שלה עם האלכסון הראשי.

ד. מהנקודה A הקצו על האנך האמצעי קטע c החותך את הקטע BD. סמנו את קצה הקטע באות C.

ה. ABCD הוא הדלתון המבוקש.

תוכנית שנייה:

א. שרטטו קטע באורך c. סמנו את קצותיו באותיות A, C. אלה הם שני הקדקודים של הדלתון שבקצות האלכסון הראשי.

ב. מהנקודה A חוגו מעגל שרדיוסו a. הקדקודים B ו- D יהיו מונחים על מעגל זה.

ג. העבירו אנך לאלכסון AC באורך הקטע b, כך שייחתך עם המעגל בנקודות B ו- D.

ד. ABCD הוא הדלתון המבוקש.

6. לפניכם שלוש תכניות לבניית משולש שווה שוקיים על פי השוק וזווית בסיס.

קבעו איזו מהתכניות מבוססות היטב, ובאיזו יש פגם. נמקו את התשובה.

תוכנית ראשונה:

העתיקו את הזווית הנתונה. מקדקוד הזווית הקצו על אחת מהשוקיים של הזווית את הקטע הנתון. מהקצה השני של הקטע חוגו קשת ברדיוס שאורכו הקטע הנתון. המשיכו את שוק הזווית שעליה לא הקציתם את הקטע הנתון עד לנקודה שבה השוק נחתכת עם הקשת. חברו בין קצות הקטעים. התקבל המשולש שווה השוקיים המבוקש.

תוכנית שנייה:

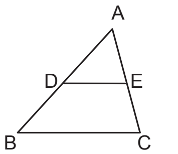
העתיקו את הזווית הנתונה. מקדקוד הזווית הקצו על אחת מהשוקיים של הזווית את הקטע הנתון. בקצה הקטע העתיקו את הזווית הנתונה. המשיכו את שוקי הזוויות שעליהן לא הקציתם את הקטע הנתון עד לנקודה שבה השוקיים נחתכות זו עם זו. התקבל המשולש שווה השוקיים המבוקש.

תוכנית שלישית:

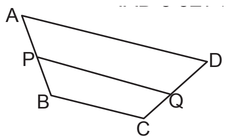
שרטטו זווית כפולה לזווית הנתונה. שרטטו את הזווית הצמודה לזווית הכפולה. זוהי זווית הראש במשולש. על כל אחת משוקי הזווית הקצו קטע באורך השוק הנתונה. חברו את שני קצות השוקיים. התקבל המשולש שווה השוקיים המבוקש.

3. ישרים מקבילים וטרפז

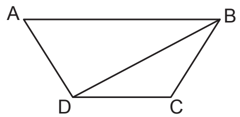
1. בנו טרפז שווה שוקיים בהינתן הבסיס הארוך, הגובה והשוק.
2. במשולש ABC העבירו ישר מקביל לצלע BC החותך את הצלע AB בנקודה D, ואת הצלע AC בנקודה E.



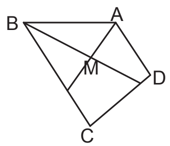
   א. הוכיחו כי המרובע DBCE הוא טרפז.
   ב. נתון: במשולש ABC זווית A בת $70°$ וזווית B בת $40°$. מצאו את כל זוויות הטרפז.
   ג. הראו כי בכל טרפז סכום הזוויות הפנימיות הוא $360°$.
3. בטרפז ABCD (AD מקביל ל- BC) P על השוק AB, ו-Q על השוק CD , כך ש- PQ מקביל לבסיס AD.
   הראו כי המרובע PBCQ הוא טרפז.



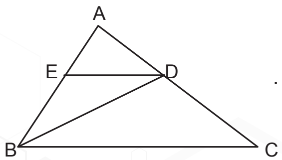
4. בטרפז ABCD (AB מקביל ל- DC) האלכסון BD חוצה את הזווית B.
   הוכיחו כי המשולש BCD הוא משולש שווה שוקיים.



5. בטרפז ABCD (AD מקביל ל- BC) חוצה הזווית B נפגש עם חוצה הזווית A בנקודה M.
   הוכיחו כי המשולש ABM הוא ישר זווית.

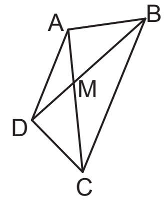


6. במשולש ABC חוצה הזווית B חותך את הצלע AC בנקודה D.
   E נקודה על הצלע AB המקיימת: EB=ED. הוכיחו כי EBCD הוא טרפז.



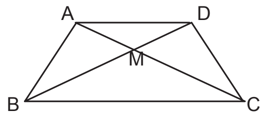
7. א. הוכיחו: אלכסון במחומש משוכלל מחלק אותו למשולש שווה שוקיים ולטרפז שווה שוקיים.
   ב. הראו כי הקטע המחבר קדקוד במחומש המשוכלל עם אמצע הצלע שמולו, הוא ציר הסמטרייה של הטרפז המתאים.

8. בטרפז ABCD (AD מקביל ל- BC) M היא נקודת חיתוך האלכסונים.
הראו שהמשולש ADM דומה למשולש CBM.



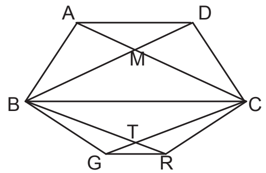
9. הראו כי בטרפז שווה שוקיים האנך האמצעי לבסיס אחד הוא האנך האמצעי גם לבסיס האחר.

10. בטרפז שווה שוקיים ABCD (AD מקביל ל- AB=DC ,BC)
M היא נקודת חיתוך האלכסונים:

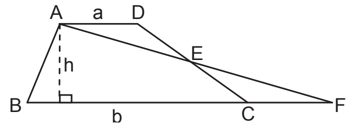


א. הראו כי המשולשים ADM ו-CBM הם משולשים שווי שוקיים.
ב. הראו כי המשולש MDC חופף למשולש MAB.

11. בטרפז שווה שוקיים ABCD
(AD מקביל ל- AB=DC , BC)
M היא נקודת חיתוך האלכסונים.
בטרפז שווה שוקיים GBCR (GR מקביל ל- GB=RC , BC)
T היא נקודת חיתוך האלכסונים.
הוכיחו כי המרובע MBTC הוא דלתון.



12. בטרפז ABCD (AD מקביל ל- BC) הנקודה E היא אמצע השוק DC.
נסמן: a הוא הבסיס AD, b הוא הבסיס BC, ו- h הוא גובה הטרפז.
האריכו את הקטע AE עד לנקודת חיתוכו עם המשך הבסיס BC.
F היא נקודת החיתוך.



א. הוכיחו: המשולש ADE חופף למשולש FCE.
ב. בטאו באמצעות a, b, h את שטח המשולש ABF.
ג. בטאו באמצעות a, b, h את שטח הטרפז ABCD.

13. הגובה של טרפז הוא 12 ס"מ, אורך הבסיס הקצר 7 ס"מ, ואורכי שתי השוקיים: 13 ס"מ ו- 15 ס"מ.
מצאו את אורך הבסיס הארוך של הטרפז.

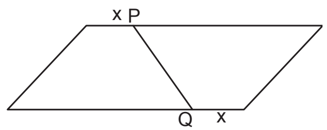
4. מקבילית ותכנים נוספים שאפשר להוכיח באמצעות תכונותיה

1. דרך אפשרית לתאר את שרשרת ההיסקים המובילה מהגדרת המקבילית להיות חוצי זוויות סמוכות במקבילית מאונכים זה לזה היא:
   א. האלכסון במקבילית מחלק אותה לשני משולשים חופפים לכן...
   ב. הזוויות הנגדיות שוות זו לזו
   ג. מטיעון ב ומכך שסכום הזוויות במרובע הוא $360°$ נובע ש...
   ד. סכומן של זוויות סמוכות במקבילית הוא $180°$ ולכן...
   ה. סכומן של חצאי זוויות סמוכות במקבילית הוא $90°$ ולכן...
   ו. הזווית השלישית במשולש הנוצר משני חוצי הזווית הסמוכות וצלע המקבילית היא זווית ישרה.
2. מרובע שבו שתי צלעות נגדיות שוות ומקבילות הוא מקבילית: דרך אפשרית לתאר שרשרת היסקים המובילה משוויון והקבלה של זוג צלעות לתנאי ההגדרה של מקבילית היא:
   א. העברת אלכסון במרובע הנתון מחלק אותו לשני משולשים חופפים (על פי צלע משותפת, זוג זווית המתחלפות בין צלעות מקבילות, ואותו זוג צלעות השוות זו לזו לפי הנתון).
   ב. בשל חפיפת המשולשים, כל הזוויות המתאימות שלהם שוות זו לזו.
   ג. בין זוג הצלעות הנותר והאלכסון נוצרו שתי זוויות מתחלפות השוות זו לזו, ולכן זוג הצלעות הללו מקבילות זו לזו.
   ד. התקבל מרובע שבו יש שני זוגות של צלעות המקבילות זו לזו.
3. יש לדעת להבדיל בין שני המשפטים הבאים על פי מה שנתון ומה שצריך להוכיח:
   א. האלכסונים במקבילית חוצים זה את זה.
   ב. מרובע שבו האלכסונים חוצים זה את זה הוא מקבילית.
4. יש לדעת להבדיל בין שני הכיוונים של סדרת ההיסקים הבאה כמוכיחים את שני המשפטים שבדוגמא 3. שני הכיוונים מתבססים על התבוננות בשני משולשים הנוצרים מהאלכסונים במרובע אשר להם זוויות קדקודיות (השוות זו לזו).

<table dir="rtl">
<tr>
<td rowspan="2">א. הצלעות הנגדיות שוות זו לזו.
ב. הזוויות בשני המשולשים שליד צלע המקבילית מתחלפות בין שתי צלעות מקבילות.
ג. זוויות אלה שוות.
ד. מהטיעונים הקודמים נובע ששני המשולשים חופפים זה לזה.
ה. הצלעות המתאימות (החלקים של כל אלכסון) במשולשים הללו שוות זו לזו.
ו. כל אלכסון מחולק לשני חלקים שווים בנקודת החיתוך שלהם.</td>
<td>ח. מרובע שבו זוג צלעות מקבילות ושוות הוא מקבילית.
ז. הצלעות המקבילות זו לזו הן גם שוות זו לזו, כיוון שהן מתאימות במשולשים חופפים.</td>
<td>ח. מרובע שבו שני זוגות של צלעות מקבילות הוא מקבילית.
ט. באופן דומה, ניתן להראות שגם שני המשולשים האחרים שנוצרים על ידי חצאי האלכסונים – חופפים. לכן הצלעות הנותרות אף הן מקבילות זו לזו.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">ו. נוצרו שתי זוויות מתחלפות השוות זו לזו, ולכן זוג הצלעות הללו מקבילות זו לזו.
ה. הזוויות בשני המשולשים שליד צלע המקבילית שוות זו לזו (על סמך חפיפת המשולשים).
ד. מהטיעונים הקודמים נובע ששני המשולשים חופפים זה לזה.
ג. לשני המשולשים זוויות קדקודיות השוות זו לזו.
ב. הצלעות המתאימות (החלקים של כל אלכסון) במשולשים הללו שוות זו לזו.
א. כל אלכסון מחולק לשני חלקים שווים בנקודת החיתוך שלהם.</td>
</tr>
</table>

5. להלן דוגמאות למשפטים שהמשפטים ההפוכים להם אינם נכונים:
   א. במקבילית האלכסון מחלק אותה לשני משולשים חופפים, אבל לא כל מרובע שהאלכסון מחלק אותו לשני משולשים חופפים הוא מקבילית (הוא יכול להיות גם דלתון).
   ב. במקבילית חוצי זוויות סמוכות מאונכים זה לזה, אבל לא כל מרובע שבו זוג חוצי זוויות סמוכות מאונכים זה לזה הוא מקבילית (הוא יכול להיות גם טרפז).
6. רצוי להציג בפני התלמידים יותר ממהלך היסקי אחד להוכחה. להלן שלושה מהלכים שונים להוכחת המשפט: בטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.
   א. שני הבסיסים בטרפז מקבילים, ולכן הגבהים המורדים משני קצות הבסיס הקטן לבסיס הגדול שווים זה לזה. שני המשולשים המתקבלים ליד השוקיים חופפים זה לזה (צלע, צלע וזווית ישרה), לכן זוויות הבסיס שוות זו לזו.
   ב. דרך אחד מקדקודי הטרפז מעבירים מקביל לשוק הנגדית. מתקבלת מקבילית שצלעותיה מונחות על ישרי הבסיסים, על השוק ועל המקביל לשוק. הצלעות הנגדיות במקבילית (השוק והמקבילה לה) שוות זו לזו. מתקבל משולש שווה שוקיים שבו זווית הראש נמצאת בקדקוד הטרפז שעליו הועבר המקביל לשוק, ושוקי המשולש הם שוק הטרפז והמקביל לשוק האחרת. שתי זוויות הבסיס במשולש שווה השוקיים שוות זו לזו.
      i. אם המקביל הועבר דרך קצה הבסיס הקטן, אז אחת מזוויות הבסיס של המשולש היא גם זווית בטרפז. הזווית השנייה במשולש היא זווית מתאימה בין מקבילים לזווית הבסיס השנייה של הטרפז, ולכן שתי זוויות הבסיס של הטרפז שוות זו לזו.
      ii. אם המקביל הועבר דרך קצה הבסיס הגדול, אז אחת מזוויות הבסיס של המשולש היא זווית נגדית במקבילית לזווית הבסיס בטרפז. הזווית השנייה במשולש היא זווית מתחלפת בין מקבילים לזווית הבסיס השנייה של הטרפז, ולכן שתי זוויות הבסיס של הטרפז שוות זו לזו.
   ג. מאריכים את שוקי הטרפז עד לפגישתם. בשל שוויון כל הזוויות (זווית משותפת וזוויות מתחלפות בין מקבילים) מתקבלים שני משולשים הדומים זה לזה. בגלל פרופורציית הדמיון ובגלל שוויון שוקי הטרפז, שני המשולשים הללו הם שווי שוקיים. לכן זוויות הבסיס של הטרפז שוות זו לזו.

7. א. הוכיחו בשתי דרכים שונות כי המקבילית הנתונה מחולקת לשני חלקים שווי שטח.
ב. הראו כי אמצע הקטע PQ הוא מרכז הסימטרייה הסיבובית של המקבילית.



5. מלבן ותכנים נוספים שאפשר להוכיח באמצעות תכונותיו

1. קבעו איזו מבין הטענות הבאות נכונה בכל מקרה, איזו מהן שקרית בכל מקרה ואיזו מהן עשויה להיות נכונה רק במקרים מסוימים:
   - חוצי זוויות סמוכות במלבן מאונכים זה לזה.
   - חוצי זוויות נגדיות במלבן מקבילים זה לזה.
   - אלכסוני המלבן מאונכים זה לזה.
   - אם במלבן הזווית בין אלכסון וצלע היא $60°$, אזי האלכסון ושתי צלעות סמוכות של המלבן יוצרים משולש שווה שוקיים.
2. הפריכו באמצעות דוגמה נגדית את הטענות שקבעתם לגביהן כי אינן נכונות בכל מקרה.
3. הוסיפו תנאי או תנאים לטענות שקבעתם שהן עשויות להיות נכונות במקרים מסוימים בלבד, כך שתתקבל טענה שהיא נכונה בכל מקרה. הוכיחו את הטענה.
4. שערו איזו מהטענות הבאות היא נכונה, בדקו את השערתכם והוכיחו את הטענה או הפריכו אותה:
   - מרובע שבו האלכסונים שווים זה לזה הוא מלבן.
   - אלכסוני המלבן מחלקים אותו לארבעה משולשים שווי שטח.
   - חוצי הזוויות במלבן יוצרים מלבן.
   - מקבילית שבה סכום של זוג זוויות נגדיות הוא $180°$ היא מלבן.
5. מנקודה שעל היקף המלבן מורידים אנך לכל אחד מאלכסוני המלבן. שערו כיצד סכום האורכים של שני האנכים תלוי, אם בכלל, בנקודה שנבחרה. בדקו את השערתכם והוכיחו אותה.

6. הוכחה על דרך השלילה

אפשר להעלות אנך אחד בלבד מנקודה על ישר (הטענה נוגעת ליחידות; הקיום ידוע כבר).

א. שתי אפשרויות: אפשר להעלות אנך יחיד או שאפשר להעלות יותר מאנך אחד.

ב. בירור השאלה: מה היה קורה אילו היה אפשר להעלות שני אנכים שונים מנקודה אחת?

ג. התבהרות: היו מתקבלות שתי זוויות ישרות וזרות שמוכלות ממש בזווית שטוחה.

ד. תוצאה זו סותרת את הידוע שסכום של שתי זוויות ישרות הוא זווית שטוחה.

ה. נותרת אפשרות יחידה, שהיא: אפשר להעלות אנך אחד בלבד.

7. מעוין וריבוע

1. קראו את התיאור הבא, ושרטטו תרשים מתאים. לאחר מכן ענו על השאלות.
ABCD מקבילית. N אמצע הצלע AB. E נקודה כלשהי על הצלע CD כך ש- AE מאונך ל- BE.

א. האם ניתן להסיק ש- NBCE הוא מעוין? אם כן, הוכיחו. אם לא, הסבירו מדוע לא.

ב. מוסיפים לשאלה נתון נוסף: AB=2BC. האם ניתן להסיק ש- NBCE הוא מעוין? אם כן, הוכיחו. אם לא, הסבירו מדוע לא, ורשמו נתון נוסף, חלופי, אשר ממנו ניתן יהיה להסיק ש- NBCE הוא מעוין.

2. קראו את התיאור הבא, ושרטטו תרשים מתאים. לאחר מכן ענו על השאלה.

נתון ריבוע ABCDשאלכסוניו נפגשים בנקודה O.

G נקודה על האלכסון BD כך ש AG חוצה זווית DAO.

H נקודה על האלכסון BD כך ש CH חוצה זווית BCO.

הראו שכאשר מסובבים את הריבוע בחצי סיבוב סביב הנקודה O, הנקודה G תהיה מונחת במיקום הקודם של הנקודה H.

הוכיחו כי המרובע AGCH הוא מעוין.

3. קבעו אילו מבין הטענות הבאות נכונות:

א. כל תכונות המעוין תקפות בריבוע, ולכן כל מעוין הוא ריבוע.

ב. כל תכונות המלבן תקפות בריבוע, ולכן כל ריבוע הוא מלבן.

ג. כל תכונות הדלתון תקפות בריבוע, ולכן כל ריבוע הוא דלתון.

ד. כל תכונות הריבוע תקפות במעוין, ולכן כל ריבוע הוא מעוין.

ה. דלתון שהוא גם מקבילית הוא ריבוע.

4. קבעו אילו מבין הטענות הבאות נכונות:

א. מרובע שבו האלכסונים שווים זה לזה ומאונכים זה לזה הוא ריבוע.

ב. מרובע שבו שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו והאלכסונים שווים זה לזה ומאונכים זה לזה הוא ריבוע.

ג. מרובע שבו האלכסונים חוצים את כל זוויותיו הוא מעוין.

ד. מרובע שבו הקטעים המחברים את אמצעי הצלעות יוצרים מעוין הוא מלבן.

ה. מרובע שבו חוצי הזוויות יוצרים מלבן הוא מלבן.

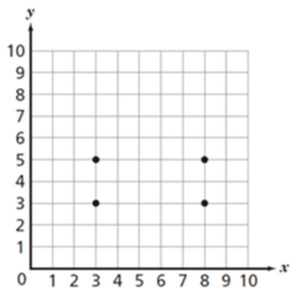
תחום מספרי - כיתה ז

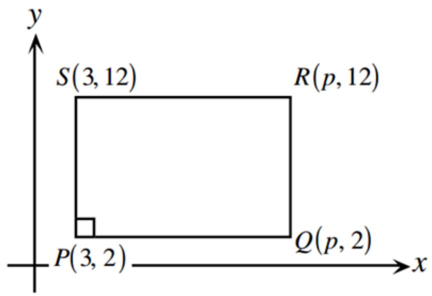
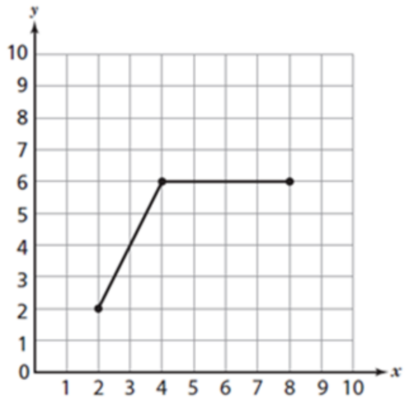
התחום המספרי בכיתה ז מהווה פרק המשך ללימודים של בית הספר היסודי, ונועד לשרת תחומים נלמדים נוספים: תחום גאומטרי, תחום אלגברי, תחום אי וודאות. בהתאם לכך ישנה חשיבות לפתוח את השנה בהיכרות עם מערכת הצירים ברביע I, ללמד את השורש הריבועי לפני משפט פיתגורס בתחום הגאומטרי, ופעולות חיבור וחיסור של מספרים מכוונים לפני פתרון של משוואות באלגברה. בשונה מהתוכנית הקודמת הנושאים של סטטיסטיקה והסתברות הוצאו מהתחום המספרי ועומדים כתחום נפרד של אי-ודאות. שינוי נוסף לעומת התוכנית הקודמת מתייחס להוצאה מהתוכנית של הנושאים הראשונים שהיו בה כמו סדר פעולות חשבון במספרים חיוביים וחוקי הפעולות בהם. יש להתבסס על כך שהתלמידים שולטים בנושא זה על סמך לימודיהם בבית הספר היסודי. בתוך כל אחד מהנושאים המופיעים בתוכנית ישנו דגש על פיתוח כשירות מתמטית ומיומנויות מתמטיות שמהוות חלק ממנה. תוכנית הלימודים מדגישה פיתוח מדורג של מגוון מיומנויות אשר התלמידים ייעזרו בהן בחייהם כבוגרים, גם מחוץ לשימושים מתמטיים.

מלוא המיומנויות ותכני הידע הנרכשים במהלך כיתה ז נועדו לשימוש של כלל התלמידים בהמשך לימודיהם בבית ספר ובחייהם כבוגרים. התוכנית מדגישה הבניה מדורגת של כל נושא, מתוך כוונה מוצהרת לאפשר לשיעור גבוה יותר של תלמידים, לעומת העבר, להבין לעומק את בסיס הידע, ולהכיר טוב יותר את השימושים האפשריים בידע זה.

בטבלה שלפנינו מוצגים הנושאים השונים הנמצאים בתחום, והמלצת מספר שעות ההוראה לכל נושא. מובן שההמלצות הללו אינן מותאמות לכל הכיתות אך מהוות בסיס להערכת משך ההוראה של כל נושא.

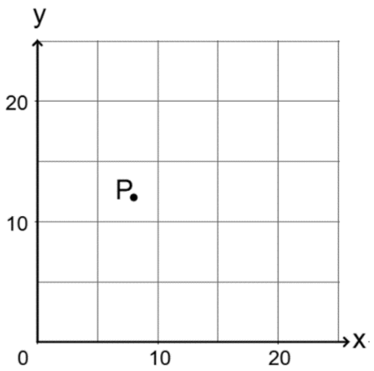
התחום המספרי בכיתה ז	נושא ההוראה	שעות מומלצות
	מערכת צירים רביע I	5
	הכרת המספרים השליליים מספרים נגדיים	5
	חיבור וחיסור מספרים מכוונים	7
	הרחבת מערכת הצירים	5
	כפל וחילוק מספרים מכוונים	8
	חזקות עם מעריך טבעי ושורש ריבועי חיובי	5

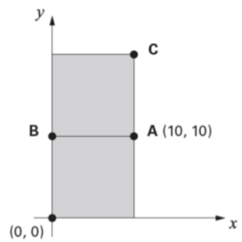
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
מערכת צירים ברביע ראשון ייצוג צורות גאומטריות על מערכת צירים חישוב אורכי קטעים על מערכת צירים חישוב שטחי מצולעים מוכרים הנמצאים על מערכת צירים	**מעבר בין ייצוגים שונים** **ביצוע פרוצדורלי** מערכת צירים היא שני צירי מספרים שמאונכים זה לזה. בהתבסס על הנלמד ביסודי מתייחסים רק לחלק של המישור שבו **שני שיעורי הנקודות אי שליליים**. התאמה בין זוג מספרים אי שליליים לבין נקודה. יש לתרגל הן סימון של נקודות ששיעוריהן נתונים והן מציאת שיעורים של נקודות נתונות על מערכת הצירים בשרטוט. את הציר האופקי נכנה ציר x ואת הציר האנכי נכנה ציר y, ללא תלות בגדלים ששני צירים אלה מייצגים. מערכת צירים משמשת גם לסימון נקודות כדי לייצג צורות גאומטריות באמצעים מספריים. יש לקשר בין מערכת צירים לבין עצמים גאומטריים שנלמדו עד כה .	1. א. על גבי מערכת צירים סרטטו את הנקודות הבאות בסדר שהן מופיעות: A (4,1) B (2,3) C (4,5) D (6,3) ב. העבירו ארבעה קטעים המחברים בין הקדקודים לפי הסדר של סעיף א', עד לקבלת מצולע. מהו המצולע שהתקבל? ניתן לתרגל זאת גם בעזרת תוכנות גרפיות. 2. יאיר רוצה לשרטט מחומש שארבעה מקדקודיו הן הנקודות המסומנות על מערכת הצירים שלפניכם. איזה מהנקודות שלפניכם **לא** ישלימו את המחומש? א. (5 ,8) ב. (7,6) ג. (7 ,2) ד. (8 , 4) 

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
	כשמשתמשים במערכת צירים לצורך ייצוג צורות גאומטריות חשוב ששני הצירים יהיו לפי אותו קנה מידה. בהוראת הנושא יש להשתמש במונחים הרלוונטיים לנושא: ציר x, ציר y, שיעורי נקודה, שיעור ה-x (שיעור ראשון) ושיעור ה-y (שיעור שני) של נקודה. ניתן להיעזר בפעולת החיסור כדי לחשב אורכי קטעים המקבילים לאחד הצירים בצורות גאומטריות. ניתן להיעזר בפעולות חיבור או חיסור כדי לחשב את שיעורי הקצה השני של הקטע שמקביל לאחד הצירים בהינתן שיעורי אחד הקצוות שלו ואורכו.	3. שטח המלבן PQRS הוא 120. מצאו את השיעור הראשון של הנקודות R,Q המסומן באות p.  4. מיכאל מעוניין לשרטט מקבילית על מערכת הצירים שלפניכם. הוא שרטט שלוש נקודות ושתי צלעות:  א. מצאו את שיעורי הנקודות המסומנות. ב. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה הרביעית?

4

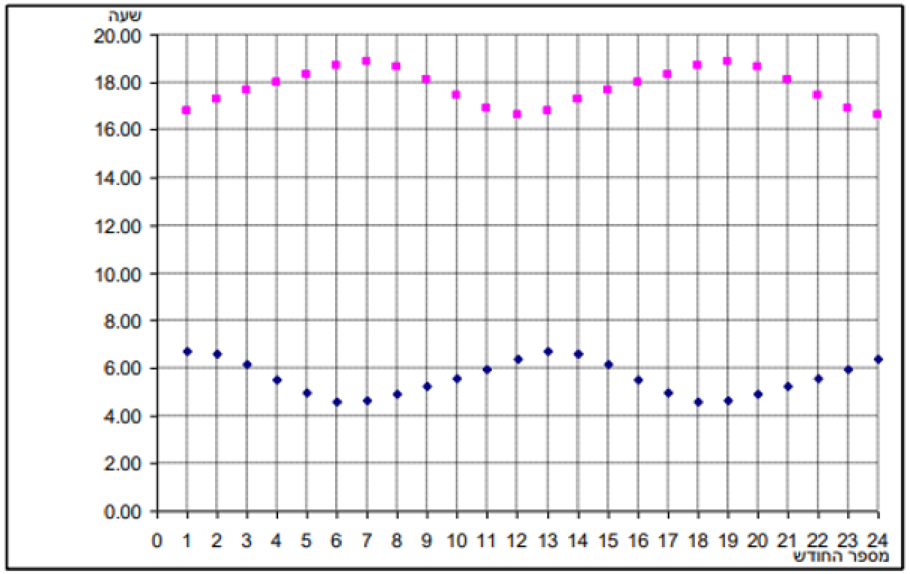
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>קישוריות יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td>יש להדגים תופעות באמצעות גרף נקודות במערכת הצירים כך שתלמידים ידעו לקרוא אותו: שיעורי הנקודות ומשמעות מעשית של שיעורי הנקודות.

יש לכלול בנושא זה גם שאלות אורייניות העוסקות בנושאים בהקשרים שונים (חיי היום-יום, מדעי, כלכלי וכדומה), כולל שימוש בגרף נקודות.</td><td>5. מה יכולים להיות שיעורי הנקודה P
א. (12, 8) ב. (8, 8)
ג. (8, 12) ד. (12 , 12)


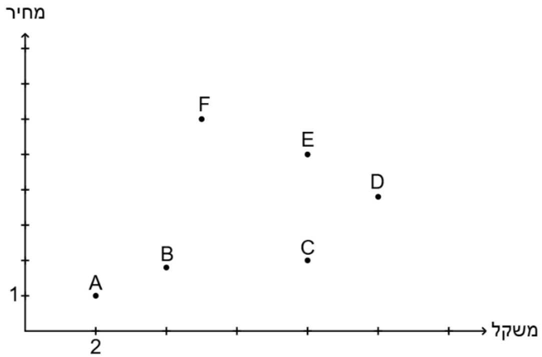
6. בסרטוט שני ריבועים זהים.


א. מהם שיעורי נקודה C?
ב. מהם שיעורי נקודה B?</td></tr>
</table>

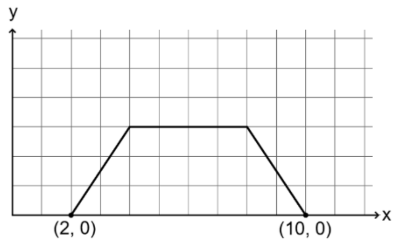
5

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		7. הגרפים הבאים מתארים את זמני הזריחה והשקיעה של השמש בתל אביב ב-1 בכל חודש, במשך שנתיים, החל מה -1 בינואר.  א. מה היו שעות זריחה ושעות שקיעה בתחילת חודש 3? ב. בתחילת איזה חודש השמש זורחת הכי מאוחר? ג. תנו דוגמא לשני חודשים בהם יש יותר מ-12 שעור אור.

6

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	קישוריות יישומים ודוגמאות
		8. במערכת הצירים שלפניכם, כל נקודה מייצגת את הקשר בין משקל של חבילת קמח המיוצרות על ידי חברות שונות לבין המחיר של החבילה.  א. רשמו את השיעורים של הנקודות A, C, D. ב. איזו נקודה מייצגת את החבילה הכבדה ביותר? ג. איזו נקודה מייצגת את החבילה הזולה ביותר? ד. אילו נקודות מייצגות חבילות בעלות משקל זהה? ה אילו נקודות מייצגות חבילות שמחירן זהה? ו. באיזו חבילה המחיר ליחידת משקל נמוך יותר, C או F? הסבירו.

7

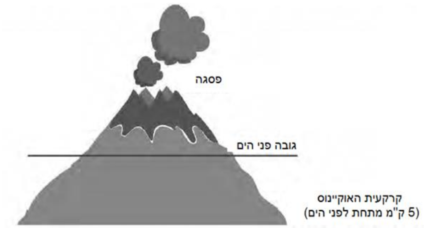
קישוריות יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
9. במערכת הצירים שלפניכם מוצג טרפז.  א. חשבו את אורכי הבסיסים של הטרפז. ב. בשרטוט האריכו את הצלעות הלא מקבילות של הטרפז כך שנוצר משולש. ציינו את שיעורי הקדקוד השלישי של המשולש שהתקבל.		

8

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr>
<td>הכרת המספרים השליליים.
הצגת המספרים החיוביים, השליליים והאפס על ציר המספרים. סדר על ציר המספרים.</td>
<td>חשיבה כמותית ולוגית.
הכללה והפשטה
מעבר בין ייצוגים שונים
הַקְשָׁרָה למציאות

היכרות עם מספרים שליליים: שלמים, שברים פשוטים ועשרוניים.
מספרים שליליים הם קבוצת מספרים המרחיבה את עולם המספרים המוכר מבית הספר היסודי (המספרים החיוביים ואפס).

בתחילת הלימוד של מספרים שליליים ואפס, יש לצאת מהקשרים מחיי היומיום המוכרים לתלמידים:
קומות מעל ומתחת לקומת קרקע, טמפרטורה (מעלות מעל ומתחת לאפס), גובה מעל ומתחת לפני הים.</td>
<td>1.גובהו של הר געש הוא 6 ק"מ מקרקעית האוקיינוס ועד לפסגה.



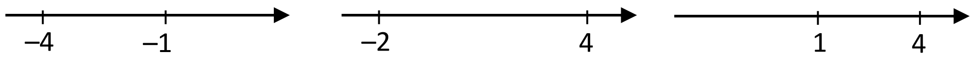
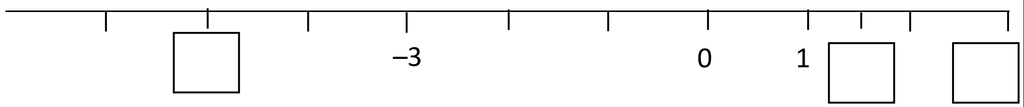
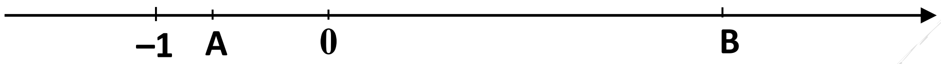
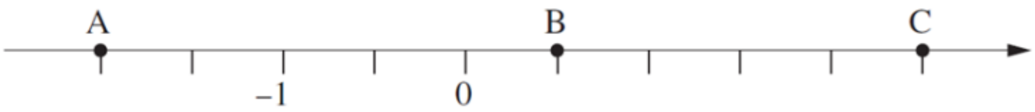
מה גובהו של הר הגעש מעל פני הים?

2. בטבלה שלפניכם מופיעות טמפרטורות הרתיחה של יסודות שונים:

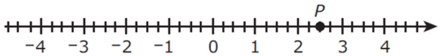
<table>
<tr><th>היסוד</th><th>טמפרטורת רתיחה ℃</th></tr>
<tr><td>כלור</td><td>(-34)</td></tr>
<tr><td>הליום</td><td>(-268.3)</td></tr>
<tr><td>מימן</td><td>(-252.9)</td></tr>
<tr><td>חנקן</td><td>(-195.8)</td></tr>
<tr><td>חמצן</td><td>(-183)</td></tr>
</table>

לאילו מהיסודות הללו טמפרטורת רתיחה הנמוכה מ $-190℃$?</td>
</tr>
</table>

9

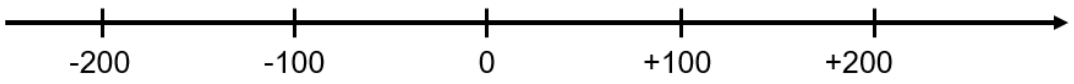
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
	לאחר מכן יש להציג את המספרים המכוונים על ציר המספרים. המספרים השליליים ממוקמים על ציר המספרים (אופקי) משמאל לאפס כאשר חץ הציר בכיוון ימין. ניתן להתייחס לציר אנכי שבו מספרים שליליים ממוקמים מתחת לאפס כאשר חץ הציר כלפי מעלה. מיקום המספרים על הציר משקף את יחס הסדר ביניהם. כל מספר שלילי קטן מכל מספר חיובי. כמו כן בציר (אופקי) מספר הנמצא משמאל למספר אחר על ציר המספרים קטן יותר ממנו. ככל שמספר שלילי רחוק יותר מאפס, הוא קטן יותר. מטעמים דידקטיים בשלבים התחלתיים מומלץ להקיף את המספרים השליליים	3. לפניכם שלושה צירי מספרים. סמנו בערך את מקום האפס בכל ציר:  4. מהם המספרים החסרים במשבצות הריקות על ציר המספרים שלפניכם?  5. נתונים שני מספרים המיוצגים על ידי הנקודות A ו- B, כמתואר בסרטוט.  א. רשמו מספר אותו הנקודה B יכולה לייצג. ב. רז טען "הנקודה B מייצגת בהכרח מספר חיובי". האם רז צודק? נמקו. ג. רשמו מספר אותו הנקודה A יכולה לייצג. ד. רז טען "הנקודה A מייצגת מספר שלילי שקטן מ- -1". האם רז צדק? נמקו. 6. על ציר המספרים שלפניכם סומנו הנקודות A,B,C. 

יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
רשמו לכל נקודה מה המספר המיוצג על ידיה.	בסוגריים . בשלבים מאוחרים יותר של הלימוד משמיטים את הסוגריים. יש להדגיש את הסדר בין מספרים שלמים, בין שלם לשבר ובין שברים פשוטים בעלי אותו מכנה. יש לדעת לזהות את שני השלמים הקרובים ביותר לשבר שלילי או חיובי, ולזהות יחס הסדר בין המספרים הללו ,לדעת לסדר מספרים על הציר בדיוק או בקירוב.	

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
מספרים נגדיים ערך מוחלט	**חשיבה כמותית ולוגית.** **הכללה והפשטה** **מעבר בין ייצוגים שונים** מספרים נגדיים יוצגו (לפני פעולת חיבור) כמספרים הנמצאים באותו מרחק מאפס, מספר אחד מצד אחד של אפס והמספר הנגדי מצד אחר של אפס. מספר נגדי מסומן בסימן מינוס ("-"). המספר הנגדי ל-5 מסומן ב: (–5) והמספר הנגדי ל- (–5) מסומן ב: –(–5) והוא שווה ל-5. מקובל לכנות את המספרים הטבעיים, האפס והמספרים השליליים (נגדיים למספרים טבעיים) בשם אחיד: מספרים **שלמים**.	1. על ציר המספרים מסומנת הנקודה P:  א. הנקודה Q מייצגת את המספר הנגדי ל-P. סמנו על ציר המספרים את הנקודה Q. ב. הנקודה S מייצגת מספר 3.5-. סמנו על ציר המספרים את הנקודה S והנקודה שמייצגת את המספר הנגדי ל- -3.5 . ג. תנו דוגמה למספר הנמצא בין S ל Q והמספר הנגדי לו. 2. שיר בחרה מספר וטענה שהמספר הנגדי למספר שבחרה קטן מהמספר המקורי. הקיפו את הטענה הנכונה: א. הטענה של שיר נכונה עבור כל המספרים. ב. הטענה של שיר לא יכולה להיות נכונה. ג. שיר בחרה מספר חיובי. ד. שיר בחרה מספר שלילי. ה. אי אפשר לדעת מה הטענה הנכונה כי אנחנו לא יודעים איזה מספר היא בחרה. הסבירו את בחירתכם.

יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
3. לפניכם מספר תיאורים מציאותיים. בכל תיאור התוצאה הרשומה היא אפס. קבעו באילו מהתיאורים התוצאה הרשומה היא הנכונה, ובאילו מהתיאורים היא איננה נכונה. א. תמיר קפץ לבריכה ממקפצה שגובהה 4 מ'. הוא צלל לעומק 4 מ' ושחה אל פני המים. תמיר שחה בסך הכול 0 מטרים. ב. קובי יצא מביתו ונסע בקו ישר 125 ק"מ לכיוון מערב. שם הוא הסתובב ונסע בקו ישר 125 ק"מ לכיוון מזרח. המרחק של קובי מביתו 0 ק"מ. ג. מסלול הליכה מתחיל בגובה 50 מ' מתחת לפני הים ומסתיים בגובה 50 מ' מעל פני הים. ההפרש בין גובה נקודת ההתחלה לגובה נקודת הסיום הוא 0 מ'. ד. בחצות הייתה הטמפרטורה $-3°C$. בצהריים הטמפרטורה הייתה $3°C$. הטמפרטורה עלתה בין חצות לצהריים ב- 0 מעלות. ה. עמית הגיעה לחנות עם תו זיכוי בסך 150 ₪. היא קנתה בגד שעלותו 150 ₪. בסוף עמית נדרשה לשלם מכספה בחנות 0 ₪.	כמו כן, מקובל לכנות את המספרים החיוביים, והשליליים בשם אחיד: מספרים **מכוונים**. מספר מכוון הוא מספר שלו גודל וכיוון. 0 נגדי לעצמו והוא היחיד בעל תכונה זו . הסימן – (מינוס) מייצג שלוש משמעויות שונות: 1. פעולת החיסור בין שני מספרים. 2. פעולת הנגדי. 3.סימון של מספר שלילי. ערך מוחלט של מספר מבטא את מרחקו של המספר מאפס. את הערך המוחלט של מספר מסמנים בעזרת | |. למספרים נגדיים יש אותו ערך מוחלט. ערך מוחלט של מספר חיובי או שלילי הוא תמיד מספר אי שלילי.	

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
חיבור וחיסור של מספרים מכוונים	**חשיבה כמותית ולוגית.** **הכללה והפשטה** **מידול מתמטי** לימוד פעולות החיבור וחיסור במספרים מכוונים יוכל להיעזר במודלים כגון תנועות על ציר המספרים או רווח והפסד. יש לשלב גם פתרון תרגילים בהם חסר אחד מהמחוברים, השלמת תרגילים תחת אילוצים וכדומה. יש לבסס את הרחבת חוקי החיבור למספרים מכוונים: חוק חילוף, חוק קיבוץ, ניטרליות של אפס ביחס לחיבור, סכום של מספרים נגדיים.	1.בלי לפתור במדויק, סמנו את התרגילים שהתוצאה שלהם קטנה מ- -10: $-12+(-5)=$ $5+(-12)=$ $-7+(-3)=$ $-14+(-19)=$ 2. בכל סעיף, השלימו מספר מתאים : $4+(\_\_\_\_\_)<0$ $\_\_\_\_\_+(-6)=(-12)$ 3. השלימו אפשרויות שונות: $\_\_\_\_\_+\_\_\_\_\_=(-1\frac{1}{2})$ $\_\_\_\_\_+\_\_\_\_\_=(-1\frac{1}{2})$ $\_\_\_\_\_+\_\_\_\_\_=(-1\frac{1}{2})$

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
	יש לשלב: סוגים שונים של מספרים (שלמים, שברים, שברים עשרוניים), שאלות מילוליות ואורייניות בהן החישוב מבוסס על יישום פעולות חיבור וחיסור של מספרים מכוונים, אומדן של התוצאה לפני הפתרון, מציאת טעויות חישוב על סמך תכונות המספרים והפעולות, משימות עם יותר מפתרון אחד, ומשימות שאין להם פתרון. יש להתייחס לקשר בין פעולות החיבור והחיסור לחישוב אורכי הקטעים על ציר המספרים. במהלך שלב זה יתבצעו שני קיצורים ברישום של מספרים מכוונים לצורך פישוט הכתיבה: - אפשר להוריד סוגריים ולכתוב מספר חיובי ללא +.	4. סמנו על ציר המספרים את המיקום (בערך) של פתרונות התרגילים הבאים: $-134+(+212)$ $214+(-271)$ $-107+(-109)$  5. א. מצאו דרכים שונות לכתוב את המספר -8 כסכום של שני מספרים שונים מאפס. ב. רשמו את המספר 2 כסכום של ארבעה מספרים שלמים ששלושה מהם שליליים. על כל המספרים להיות שונים מאפס. 6. נתונה רשימת המספרים: $-\frac{1}{2}$, -20 , $\frac{1}{2}$, -5 לכל מספר ברשימה, חברו שני תרגילי חיבור שונים שהמספר הנתון הוא תוצאתם. הקפידו שאחד המחוברים יהיה שלילי. 7. רשמו תרגיל מציאותי (מעלית, חשבון בנק, טמפרטורה) שבו יש חיבור של שני מספרים מנוגדי סימן. 8. פתרו את התרגילים וסמנו את התוצאות על ציר המספרים:

יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
$5+2=$ $5+(-2)=$ $5-2=$ $5-(-2)=$ 9. הציעו שני מספרים שסימניהם מנוגדים והפרש שווה 13. 10. בשעות הצהריים של יום א' הייתה הטמפרטורה 19^{o} ובלילה $-4°C$. א. מהו ההפרש בין הטמפרטורות ביום ובלילה? כתבו תרגיל מתאים. ב. בשעות הצהריים של יום ב' רוני מדדה את הטמפרטורה ורשמה על דף נייר. דף הנייר אבד לרוני אך היא זכרה כי ההפרש בין הטמפרטורות שנמדדו בשעות הצהריים של יום ב' לבין שעות הצהריים של יום א' היא $-2°C$. מהי הטמפרטורה שנמדדה בשעות הצהריים של יום ב'? כתבו תרגיל מתאים. 11. השלימו מספר במשבצת כדיי שיתקבל שוויון נכון. $\boxed{}-(-20)=18$ 12.	- אפשר לכתוב מספר שלילי בתחילת ביטוי ללא סוגריים.	

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
		בתרשים מסומן מפלס הכנרת ביום 05-04-2019, וכן הגובה של הקו האדום העליון ושל הקו האדום התחתון. כל המספרים מתארים את הגובה במטרים ביחס לגובה פני הים התיכון (שימו לב שכל המספרים הם שליליים).  א. כמה מטרים צריך מפלס הכנרת לעלות כדי להגיע לקו האדום העליון? ב. בכמה מטרים גבוה מפלס הכנרת מהקו האדום התחתון? ג. ידוע שמתחילת החורף ועד 05-04-19 עלה מפלס הכנרת ב- 294 ס"מ. מה היה מפלס הכנרת **במטרים** בתחילת החורף? ד. האם מפלס הכנרת בתחילת החורף היה גבוה או נמוך מהקו האדום התחתון?

17

משימת סיכום (חיבור וחיסור מספרים מכוונים)

ניהול תקציב אישי: "חשבון הצעירים" של נועם 💰

נועם פתח חשבון בנק המיועד לבני נוער. בניהול חשבון בנק, המצב הכספי של הלקוח נקרא **יתרה**.

- **יתרת זכות (פלוס):** כאשר יש לנועם כסף בחשבון, היתרה מיוצגת על ידי מספר חיובי.
- **יתרת חובה (מינוס / "אוברדרפט"):** כאשר נועם מוציא יותר כסף ממה שיש לו (באישור הבנק), היתרה הופכת למספר שלילי. מצב זה אומר שנועם "חייב" כסף לבנק.
- **הפקדה:** הוספת כסף לחשבון (פעולת חיבור).
- **משיכה:** הוצאת כסף מהחשבון או תשלום (פעולת חיסור).

הערה : בחישובי כספים במציאות, אנו משתמשים לעיתים קרובות בשברים עשרוניים (שקלים ואגורות) או בשברים פשוטים כדי לייצג חלקי שקלים או חלקי תקציב.

שאלות

להלן סדרת פעולות שבוצעו בחשבונו של נועם במהלך חודש אחד. פתרו את השאלות לפי הסדר:

א. בתחילת החודש, היתרה של נועם הייתה 0 ש"ח. ביום הראשון הוא הפקיד בחשבון 120 ש"ח שקיבל כדמי כיס, אך למחרת רכש משחק מחשב במחיר של 150.5 ₪. מהי יתרתו של נועם לאחר הרכישה?

ב. הבנק של נועם מאפשר לו להישאר ב"מינוס" (יתרת חובה). לאחר הרכישה של משחק המחשב (מהשאלה הקודמת), נועם החליט לעבוד בגינון. הוא הרוויח 80.25 ש"ח והפקיד אותם בחשבון. מהי יתרתו החדשה? האם הוא נמצא כעת ביתרת זכות או חובה?

ג. נועם החליט לרכוש מתנה לאמו. מחיר המתנה הוא 50 ש"ח.

(1) אם יתרתו היא זו שחישבתם בסעיף ב', מה תהיה היתרה שלו לאחר רכישת המתנה?

(2) כמה כסף (לפחות) עליו להפקיד כדי שהיתרה שלו תחזור להיות 0 ש"ח בדיוק?

ד. ביום האחרון של החודש, נועם ביצע את הפעולות הבאות בזו אחר זו:

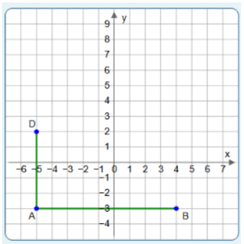
1. משיכה של $25\frac{1}{2}$ ש"ח עבור כרטיס לקולנוע.
2. הפקדה של 100 ש"ח שקיבל מסבתא.
3. משיכה של 40.75 ש"ח עבור ארוחה.

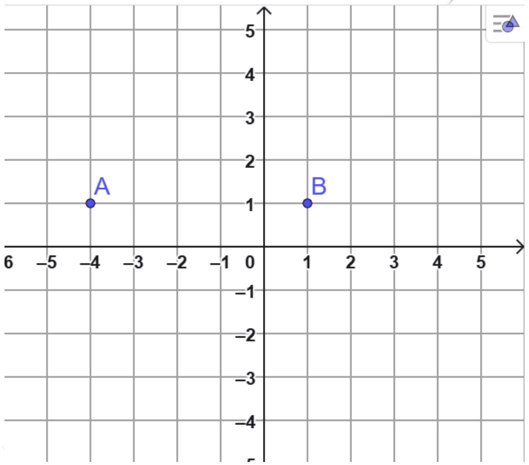
אם נועם התחיל את היום האחרון עם יתרה של -20 ש"ח, מה תהיה יתרתו הסופית בסוף החודש?

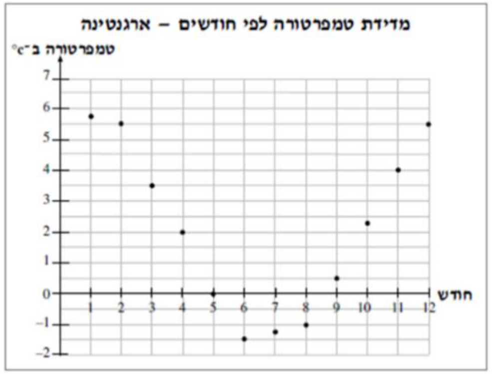
הנחיות למורה

- **פעילות כיתתית מומלצת :**ניתן לחלק לתלמידים "דפי חשבון" ריקים ולבקש מהם לנהל רישום של הכנסות והוצאות של דמות דמיונית במשך שבוע, תוך הקפדה על סימני הפלוס והמינוס.
- **שאלות לדיון:**
  1. מה המשמעות של יתרה שלילית בחיים האמתיים? האם זה "כסף שיש לנו?"
  2. מדוע חשוב לדייק בחישוב עם שברים (אגורות) כשמנהלים תקציב?

3. איך פעולת החיסור הופכת למעשה לחיבור של מספר שלילי בסיטואציה של הוצאה כספית?

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
מערכת צירים (הרחבה לכל הרביעים)	**חשיבה כמותית ולוגית.** **הכללה והפשטה.** **מעבר בין ייצוגים שונים.** מערכת צירים היא שני צירי מספרים שמאונכים זה לזה. לאחר לימוד ציר המספרים שכולל אפס ומספרים אי-שליליים, מרחיבים את ההיכרות עם מערכת הצירים באופן מלא. סימון נקודות ששיעוריהן נתונים ומציאת שיעורים של נקודות נתונות בסרטוט. הכרת הרביעים של מערכת הצירים. מערכת צירים משמשת גם לסימון נקודות כדי **לייצג עצמים גאומטריים** באמצעים מספריים. יש לקשר בין	1.מהו שטחו של מלבן ששיעורי הקודקודים שלו הם: (-4 , 4) , (3 , 4) , (3 , -2), ו- (-4 , -2). 2. שרטטו על מערכת צירים מלבן שצלעו האחת באורך 3 יחידות, הצלע הסמוכה לה באורך 5 יחידות, ואחד מקודקודיו נמצא בנקודה (–2, 4). מצאו את השיעורים של שאר קודקודי המלבן. כמה מלבנים שונים שעונים על הדרישות הללו ניתן לשרטט? 3. שרטטו על מערכת הצירים משולש שקודקודיו הם: A(–3, 1), B(–7,–2), C(2,–2). הורידו מהנקודה A גובה לצלע BC וסמנו את נקודת החיתוך ב-D. מהם שיעורי הנקודה D, מהו האורך של הגובה AD ומהו שטח המשולש ABC? 4. במערכת צירים נתונות 3 נקודות:  א. רשמו את שיעורי נקודה C כך שייווצר מלבן ABCD. ב. חשבו את היקף המלבן. ג. חשבו את שטח המלבן. ד. ציירו מלבן נוסף במערכת הצירים אשר זהה למלבן הנתון אך שיעורי קודקודיו שונים. רשמו את שיעורי הקודקודים החדשים על גבי מערכת הצירים.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
	מערכת צירים לבין עצמים גאומטריים שנלמדו עד כה. כשמשתמשים במערכת צירים לצורך ייצוג עצמים גאומטריים חשוב ששני הצירים יהיו לפי **אותו קנה מידה**. יש להדגים תופעות באמצעות גרף נקודות במערכת הצירים כך שהתלמידים ידעו לקרוא אותו: שיעורי הנקודות ומשמעות מעשית של שיעורי הנקודות. יש לכלול בנושא זה גם שאלות אורייניות העוסקות בנושאים בהקשרים שונים (חיי היום-יום, מדעי, כלכלי וכדומה).	5. בשרטוט מסומנות שתי נקודות A, B. בכל אחד מהסעיפים הבאים סמנו נקודות נוספות ברביעים השונים מהרביעים של הנקודות A ו- B בהתאם לכתוב בכל סעיף: א. השלימו את שרטוט כך שיתקבל מלבן ששטחו 15 יחידות שטח ואחת הצלעות שלו הוא הקטע AB. רשמו את השיעורים של קודקודי המלבן. ב. האם יש יותר ממלבן אחד מתאים? ג. השלימו את השרטוט כך שיתקבל משולש ששטחו 10 יחידות שטח ואחת הצלעות שלו היא הקטע AB . רשמו את השיעורים של הקודקוד השלישי של המשולש. ד. האם יש יותר ממשולש אחד מתאים? 

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
		6. לפניכם גרף המתאר את התוצאות של מדידת הטמפרטורה ב °C בעיר מסוימת בארגנטינה, פעם בחודש, במשך שנה.  א. מה הטמפרטורה שנמדדה בחודש 1? ב. באיזה חודש נמדדה הטמפרטורה הנמוכה ביותר? ג. האם קיימים שני חודשים שונים שבהם נמדדה אותה טמפרטורה? 7. בליל חורף הגיעה סופת שלגים לירושלים. בשעת חצות הלילה הייתה הטמפרטורה 5 מעלות. בכל שעה ירדה הטמפרטורה בשתי מעלות לעומת השעה הקודמת. בכל שעה הייתה הטמפרטורה בתל אביב גבוהה בשמונה מעלות מהטמפרטורה בירושלים. הכינו טבלה המתארת את הטמפרטורה בליל השלג בירושלים בשעות הלילה, ואת הטמפרטורה בתל אביב באותן שעות.

יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי

השעה	הטמפרטורה במעלות שנמדדה בירושלים	הטמפרטורה במעלות שנמדדה בתל אביב
חצות	5°	
1:00	3°	
2:00		9°
3:00		8°
4:00		
	-5°	

א. רשמו כותרת לגרף: הטמפרטורה בירושלים ובתל אביב, סמנו בקצה הציר האופקי את המשמעות שלו: השעה, סמנו בקצה הציר האנכי את המשמעות שלו: הטמפרטורה

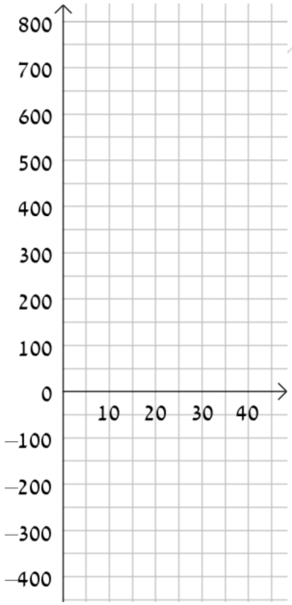
ב. סמנו לפחות חמש נקודות שמהן אפשר להבין מהי הטמפרטורה בירושלים בשעה מסוימת, וחמש נקודות נוספות שמהן אפשר להבין מבי הטמפרטורה בתל אביב באותן השעות.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	**יישומים ודוגמאות**
		8. ירושלים נמצאת בגובה 800 מטרים מעל פני הים. ים המלח נמצא 400 מטרים מתחת לפני הים. בנסיעה מירושלים לים המלח, הירידה בגובה היא בקצב קבוע. הנסיעה מירושלים לים המלח נמשכת 40 דקות. הכינו טבלה המתארת את גובה הרכב הנוסע מירושלים לים המלח בהתאם לזמן הנסיעה שחלף.

זמן הנסיעה (בדקות)	גובה הרכב ביחס לפני הים (במטרים)
0	800
5	650
10	500
20	
30	
35	

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>רשמו כותרת לגרף בתוך המסגרת: גובה רכב הנוסע מירושלים לים המלח. סמנו בקצה

הציר האופקי את המשמעות שלו: זמן הנסיעה (בדקות), סמנו בקצה הציר האנכי את המשמעות שלו: גוב
הרכב (במטרים)

א. סמנו לפחות חמש נקודות שמהן אפשר להבין מהו גובה הרכב כאשר נסע זמן מסוים מירושלים לים המלח.

</td></tr>
</table>

9. אסטרטגיה על מגרש הכדורסל		

תיאור סיטואציה

כדי לתכנן מהלכים במשחק כדורסל, מאמנים משתמשים בתרשימים של המגרש.

כדי לדייק בניתוח המהלכים, אפשר להתייחס למגרש הכדורסל כמערכת צירים.

נתייחס למגרש כדורסל אולימפי שמידותיו הן 28 מטרים (אורך) על 15 מטרים (רוחב).

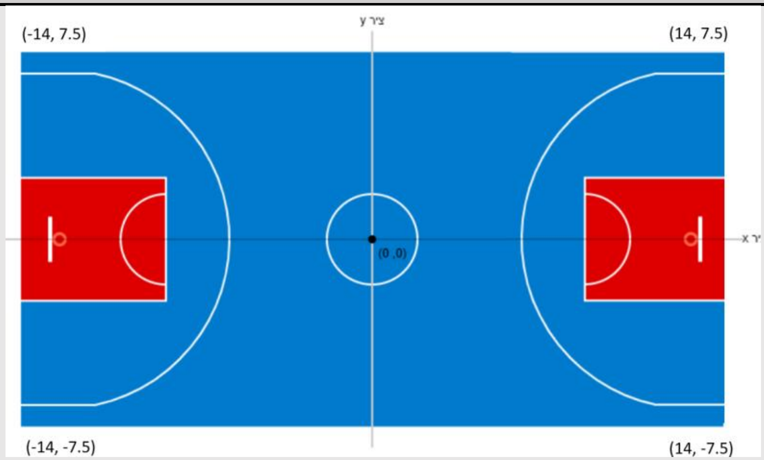
נקודת מרכז המגרש תהיה ראשית הצירים (0,0).

ציר ה-x הוא קו האורך של המגרש, וציר ה-y הוא קו הרוחב. לכן, קודקודי המגרש יהיו:

$(7.5, 14), (-14;\ 7.5), (-14;\ -7.5), (14;\ -7.5).$

איור 1: מגרש כדורסל על מערכת צירים

(מומלץ להציג לתלמידים תמונה של מגרש כדורסל עם מערכת צירים משורטטת עליו)

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
		 המאמנת בוחנת שתי תצורות הגנה שונות למניעת קליעה לסל. בשתי התצורות, שלושה שחקני הגנה יוצרים משולש סביב אזור הסל. מיקומי השחקנים נתונים כנקודות במערכת הצירים. • **תצורה 1:** השחקנים ממוקמים בנקודות: D(-4, 1), E(-10, 1), F(-7,6) • **תצורה 2:** השחקנים ממוקמים בנקודות: G(-5, -1), H(-11, -1), K(-11,-7). **שאלות:** 1. שרטטו את שני משולשי ההגנה על מערכת צירים.

יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
2. חשבו את השטח של כל אחד מהמשולשים שהשחקנים יוצרים. (שטח משולש DEF ושטח משולש GHK). 3. "שטח הגנה" גדול יותר מקשה על המסירות. באיזו תצורה שטח ההגנה גדול יותר? (אפשרי גם לקיים דיון כיצד חישוב השטח עוזר למאמנת לקבל החלטה באיזו אסטרטגיית הגנה לבחור: שטח גדול יותר יכול להקשות על מסירות בתוך האזור, אך עשוי לפתוח שטחים אחרים. שטח קטן יותר הוא צפוף יותר ומקשה על חדירה, אך אולי מאפשר קליעה מבחוץ).		

משימת סיכום (מערכת צירים)

תכנון משאיות אוכל בפסטיבל 🚚🍔

לרגל חגיגות שנת ה-100 לעיר, הוחלט להקים מתחם "משאיות אוכל" בפארק העירוני. כדי לארגן את המתחם בצורה מסודרת, צוות ההפקה השתמש ברשת קואורדינטות (מערכת צירים) שהונחה על פני הדשא.

מרכז הפארק הוגדר כנקודה (0,0).

כל יחידת מידה במערכת הצירים (משבצת אחת) מייצגת 5 מטרים במציאות.

משימת התכנון שלכם:

שלוש משאיות אוכל כבר תפסו את מקומן במערכת הצירים:

משאית הפיצה ממוקמת בנקודה A(6,4), משאית המבורגרים ממוקמת בנקודה B(-2,4), משאית הטאקו ממוקמת בנקודה C(-2,-1).

מפיקי הפסטיבל רוצים שארבע המשאיות יצרו יחד מתחם בצורת מלבן, ובמרכזו יוצבו שולחנות ישיבה.

א. מצאו את השיעורים של הנקודה שבה צריכה לעמוד המשאית הרביעית, משאית גלידה (בנקודה D) כדי שיתקבל מלבן ABCD.

ב. הנהלת הפארק דורשת להציב גדר חבלים מסביב לכל המתחם המלבני (על צלעות המלבן ABCD). מהו אורך הגדר הנדרש ביחידות של מערכת הצירים?

ג. כמה מטרים של חבל יש לקנות במציאות? (זכרו: כל יחידה במערכת הצירים שווה ל-5 מטרים).

ד. חישוב שטח הניקוי:

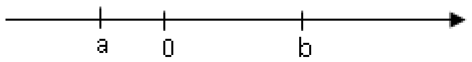
בסיום הפסטיבל, חברת הניקיון גובה תשלום לפי שטח המשטח שעליו עמדו המשאיות.

חשבו את שטח המלבן במטרים רבועים (מ"ר).

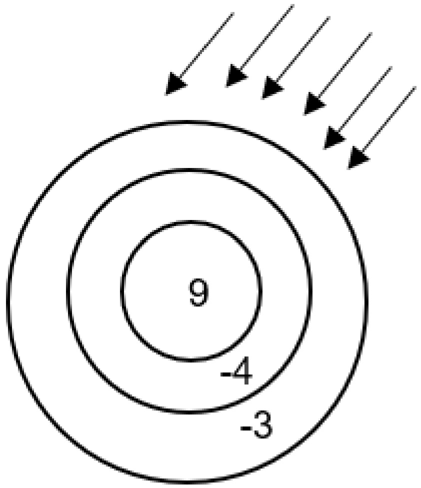
ה. חשיבה אסטרטגית - עמדת המים:

הוחלט להציב עמדת מים קרירים בנקודה שנמצאת בדיוק באמצע הדרך בין משאית הפיצה A למשאית ההמבורגרים B. מהן השיעורים של עמדת המים? האם עמדת המים נמצאת על ציר ה- y. נמקו את תשובתכם.

ו. אם משאית הגלידה תזוז לנקודה (6, -5) האם המתחם עדיין יהיה מלבן? אילו תכונות ישתנו?

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
כפל או חילוק של מספרים מכוונים.	**חשיבה כמותית ולוגית.** **הכללה והפשטה** **מידול מתמטי** לימוד הכפל יכול להיעזר במודלים של תנועה על ציר המספרים בכפל של מספר חיובי במספר שלילי, שימוש בחוק החילוף בכפל של מספר שלילי במספר חיובי ושימוש בחוק הפילוג בכפל של מספר שלילי במספר שלילי. כללי החילוק נגזרים מהכללים המקבילים בכפל. יש ליישם את המוסכמות בדבר סדר פעולות החשבון בעבור מספרים מכוונים בתרגילים שבהם יותר מפעולה אחת.	1.פתרו את התרגילים הבאים: $(-6) \div (-3) =$ $3 \cdot (-4) =$ $2 \cdot (-3+5) - 4 \cdot (4-9) =$ 2. על ציר המספרים מיוצגים שני מספרים באותיות a ו- b הוסיפו סימן יחס מתאים: $>$, $<$, או = . נמקו תשובתכם.  א. ab___0 ב. a+b ___ 0 ג. a+b ___ b ד. a-b ___b 3. נתונה רשימת המספרים: $\frac{1}{20}$, -20 , $-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$, -5

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
	יש לבסס את הרחבת חוקי הכפל למספרים מכוונים: חוק חילוף, חוק קיבוץ, אי חילוק באפס (חילוק באפס אינו מוגדר), נייטרליות של 1 ביחס לכפל, מספרים הופכיים (לכל מספר שונה מאפס קיים מספר הופכי כך מכפלתם של השניים שווה ל- 1), חוק פילוג המקשר בין פעולת הכפל (והחילוק) לבין פעולת החיבור (והחיסור). יש לשלב: שאלות מילוליות ואורייניות בהן החישוב מבוסס על יישום פעולות של מספרים מכוונים, אומדן של התוצאה לפני הפתרון, מציאת טעויות	א. לכל מספר ברשימה, חברו שני תרגילי כפל (חילוק) שונים שהמספר הנתון הוא תוצאתם. ב. לאילו מספרים מהרשימה ניתן להתאים תרגיל חיבור שבו שני המחוברים הם מספרים שליליים? הסבירו. ג. לאילו מספרים מהרשימה ניתן להתאים תרגיל כפל שבו שני הגורמים הם מספרים שליליים? הסבירו.

יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
4. לפניכם לוח מטרה שבו עיגול ושתי טבעות. על כל טבעת או עיגול יש מספר. זורקים חיצים ללוח המטרה וזוכים בניקוד המתקבל מפגיעת החץ בטבעת או בעיגול לפי הרשום על הטבעת או העיגול. 	חישוב על סמך תכונות המספרים והפעולות.	

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
		א. אורי זרק שישה חיצים שכולם פגעו בלוח המטרה. כדי לחשב את תוצאתו הוא כתב את התרגיל הבא: $4 \cdot (-3) + 2 \cdot (-4) =$ מה הניקוד של אורי? ב. אפרת גם היא זרקה שישה חיצים וכולם פגעו בלוח המטרה. שניים מהחיצים פגעו בטבעת החיצונית, 3 מהחיצים פגעו בטבעת הפנימית וחץ אחד פגע בעיגול. כמה נקודות קיבלה אפרת? רשמו את חישוביכם. 5. נמקו את הכלל $-(-a) = a$. 6. נמקו את הכללים: $-(a-b) = -a+b$ $-(a+b) = (-a)+(-b)$ $a-b = -1(b-a)$ $a:(b:c) = (a:b)\cdot c$

יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
7. בדקו לגבי כל טענה, האם היא מתקיימת **תמיד**, **לפעמים** או **אף פעם** המכפלה של שלושה מספרים **חיוביים** היא **חיובית**. המכפלה של שלושה מספרים **שליליים** היא **שלילית**. המכפלה של ארבעה מספרים **שליליים** היא **שלילית**. המכפלה של ארבעה מספרים היא **אפס**. 8. א. האם יתכן ש.....? סמנו את ההיגדים שיכולים להתרחש. תנו דוגמה מספרית להיגדים שסימנתם כאפשריים, והסבירו מדוע חלק מההיגדים לא אפשריים. ☐ סכום המספרים **אפס** והמכפלה שלהם **חיובית**. ☐ סכום המספרים **אפס** והמכפלה שלהם **שלילית**. ☐ סכום המספרים **אפס** והמכפלה שלהם **אפס**.		

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
		ב. עבור כל אחד מההיגדים הבאים קבעו האם הוא אפשרי. אם כן – תנו דוגמה. אם לא – הסבירו מדוע. **האם ייתכן .....** א. זוג מספרים חיוביים שסכומם גדול יותר ממכפלתם?___________________________________ ב. זוג מספרים שמכפלתם חיובית וסכומם שלילי?____ ג. זוג מספרים שסכומם שווה למכפלתם? ____ ד. זוג מספרים שמכפלתם חיובית ומנתם שלילית?____ ה. זוג מספרים כך שאם נחסר מספר אחד מהשני, התוצאה תהיה גדולה יותר משני המספרים המקוריים? ____ ו. זוג מספרים (שונים מ-0) שסכומם שווה לאפס וגם מכפלתם שווה לאפס?______________________

חזקות עם מעריך טבעי ובסיס החזקה שהוא מספר מכוון (חיובי, אפס, שלילי).	**חשיבה כמותית ולוגית.** **הכללה והפשטה** **מידול מתמטי** יש ללמוד את מושג החזקה ככתיב מקוצר של כפל חוזר. מונחים: בסיס חזקה, מעריך חזקה. לפי המוסכמות של סדר פעולות החשבון, פעולת החזקה קודמת לפעולות אחרות. בתחילת הלימוד יש להתמקד בחזקות עם בסיס חיובי. יש לקשר את הפעולה של העלאה בריבוע למציאת שטח ריבוע. סימן התוצאה של חזקה עם בסיס שלילי ומעריך זוגי או אי זוגי.	1. הוסיפו סימן מתאים $(<,>,=)$ נמקו. א. $(2\cdot5)^2$ __ $2\cdot5^2$ ב. $(2+5)^2$ __ $2+5^2$ 2. התאימו את המספרים שבעמודה הימנית למספרים השווים להם בעמודה השמאלית $12\cdot12$ 3^2 $3\cdot3$ $9\cdot9$ 9^2 $4\cdot4$ 16 25 $5\cdot5$ 100 $2\cdot5\cdot2\cdot5$ $(3+4)\cdot(3+4)$ 49 $2\cdot2\cdot3\cdot3$ 6^2 144 3. מה הערך של $3.4\cdot10^2$? 4. איזה מהבאים הוא הקרוב ביותר ל 11^2+9^2? א. $20+20$ ב. $20+80$ ג. $120+20$ ד. $120+80$

	יש להבחין בין משמעות של כתיבת הביטויים כמו: $(-3)^2$ לבין -3^2: $(-3)^2 = (-3)\cdot(-3) = 9$, $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$.	5. יעל טוענת שעבור כל מספר חיובי, הריבוע שלו גדול ממספר עצמו (כלומר, x^2 תמיד גדול מ-x). האם היא צודקת? הסבירו. 6. האם ידעתם שכל תמונה שאתם רואים בטלפון בנויה ממיליוני ריבועים זעירים? לריבועים האלה קוראים **פיקסלים**. בתוך המצלמה שלכם נמצא **חיישן** – זהו לוח ריבועי גדול שמלא במיליוני "משבצות" (פיקסלים). ככל שיש יותר משבצות על החיישן, התמונה יוצאת חדה וברורה יותר. בגלל שיש כל כך הרבה פיקסלים, משתמשים **בחזקות** כדי לתאר את הכמות שלהם בקלות. נועם משווה בין שני חיישני מצלמה ריבועיים (חיישנים בצורת ריבוע): 1. **חיישן "מיני"**: אורך הצלע שלו הוא 10^2 פיקסלים. 2. **חיישן "פרו "**: אורך הצלע שלו הוא 10^3 פיקסלים.  א. כמה פיקסלים יש באורך הצלע של חיישן ה"מיני"? (כתבו כמספר רגיל ללא כתיב חזקה). ב. חשבו את מספר הפיקסלים הכולל בחיישן ה"מיני" (השטח שלו). כתבו את התוצאה כמספר וגם כחזקה של 10. נועם הסתכל על מספרי המעריכים ואמר: "בחיישן 'פרו' המעריך הוא 3 ובחיישן 'מיני' המעריך הוא 2. מכיוון ש-3 גדול מ-2 רק ב-1, חיישן ה'פרו' לא הרבה יותר טוב מחיישן ה'מיני'."

ג. חשבו את מספר הפיקסלים הכולל (השטח) של חיישן ה"פרו."

ד. האם נועם צודק? פי כמה גדול מספר הפיקסלים בחיישן ה"פרו" לעומת חיישן ה"מיני?"

חיישן "פרו"

10^3 פיקסלים בצלע

יצרנית טלפונים טוענת שהיא פיתחה חיישן חדש שבו אורך הצלע גדול פי 2 מאורך הצלע של חיישן ה"מיני" (10^2 פיקסלים).

אדיר אומר: "אם הצלע גדלה פי 2, אז בטוח יש בחיישן החדש פי 2 יותר פיקסלים."

ה. בדקו את טענתו של אדיר: חשבו את מספר הפיקסלים בחיישן החדש והשוו אותו לחיישן ה"מיני". האם אדיר צודק?

7. חשבו את הביטויים הבאים:

א. $10 - 3^4$

ב. $3 - (-3)^3$

ג. $9 \cdot (\frac{2}{3})^2$

ד. $133 + 125:(-5) - (16 - 4^2)$

8. לפניכם 4 טענות. כתבו ליד כל טענה: נכונה/ לא נכונה ונמקו.

טענה	נכונה / לא נכונה
$(4-7)^2 = 4^2 - 7^2$	
$9 - 3 \cdot 3 = 6 \cdot 3$	
$2^2 \cdot (-2)^4 = 2^6$	

שורש ריבועי חיובי של מספר חיובי (כאשר שורש הוא מספר שלם או רציונלי).

שורש ריבועי חיובי של מספר הוא מספר חיובי שאם מעלים אותו בריבוע מקבלים את אותו המספר.

שורש ריבועי של המספר a הוא b

אם $b^2 = a$

דוגמה: ל 16 יש שני שורשים ריבועיים: 4 ו- 4–, אך רק 4 הוא חיובי.

הסימן $\sqrt{}$ מציין את השורש הריבועי החיובי של מספר.

לכן, $\sqrt{16} = 4$.

1. רשמו נכון או לא נכון. נמקו.

א. $\sqrt{16} + \sqrt{9} = \sqrt{16+9}$

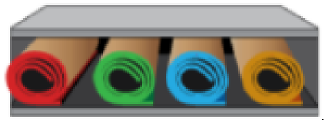
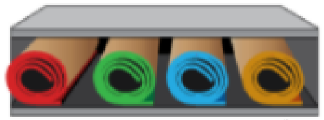
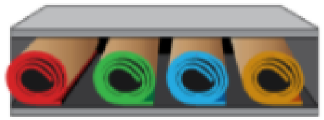
ב. $100 = \sqrt{10000}$

ג. $\sqrt{1-2} = -1$

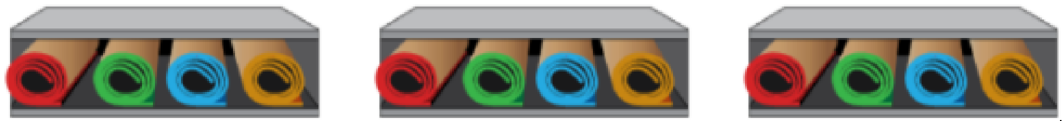
2. חנות ריבועית קיבלה שטח של 400 מ״ר להשכרה. הבעלים רוצה לדעת כמה מטרים יש בכל צלע של רצפת החנות.

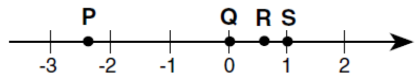
א. חשב את אורך הצלע.

ב. אם כל צלע תוקטן ב-5 מ׳, כמה מ״ר יישארו לחנות?

	בשלב התחלתי זה יתורגלו רק חישובי שורשים ריבועיים שהם מספרים טבעיים ושורשים של שברים פשוטים. נדרשת הכרת השורשים הריבועיים של מספרים שלמים ריבועיים עד 144, וכמו כן, של חזקות זוגיות של 10 כגון 10,000 ו- 1,000,000. לשורש ריבועי של מספר יש שתי משמעויות: א. הפעולה של מציאת השורש. ב. ייצוג המספר. כך $\sqrt{9}$ למשל, הוא ביטוי לפעולה וכן הוא ייצוג של המספר 3. יש לקשר את הפעולה למציאת צלע ריבוע על פי שטחו. השורש הריבועי של אפס הוא אפס.	3. שטחו של ריבוע הוא 144 סמ"ר. מהו היקפו של הריבוע? א. 12 ס"מ ב. 48 ס"מ ג. 288 ס"מ ד. 576 ס"מ 4. בחנות שטיחים, כל השטיחים הם במידות של מספרים שלמים. אפרת רוצה לקנות שטיחים בצורת **ריבוע**. היא הבחינה שעל כמה מדפים מצוין שטח שהוא מספר ריבועי של מספר שלם. א. סמנו את כל המדפים שמצוין עליהם שטח שהוא מספר ריבועי של מספר שלם. 4 מ"ר 8 מ"ר 10 מ"ר    16 מ"ר 20 מ"ר 25 מ"ר

42

		 לאפרת יש חדר לאימון אישי בצורת ריבוע, ששטחו 64 מ"ר. היא מעוניינת לרכוש שטיחים ריבועיים, כך שישמשו לכיסוי כל הרצפה באופן שלם (בלי חיתוכים או חפיפות). ב. מצאו אפשרויות להנחת שטיחים ריבועיים שכולם חופפים זה לזה. ג. מצאו אפשרויות להנחת שטיחים ריבועיים בגדלים שונים.
שורש ריבועי חיובי של מספר חיובי (כאשר שורש אינו מספר שלם או רציונלי). אומדן של שורש ריבועי .	מומלץ ללמד נושא זה לפני הלימוד של משפט פיתגורס. הצורך לחשב שורש ריבועי מתעורר בכל עת בה מחשבים אורך של צלע בהסתמך על שטח ריבוע או בהסתמך על משפט פיתגורס. החישובים המסתמכים	1. סמנו < או >: א. $3 \;\square\; \sqrt{5}$ ב. $4 \;\square\; \sqrt{18}$ 2. השלימו את המספרים השלמים הקרובים ביותר ל $\sqrt{22}$ במשבצות: $\square < \sqrt{22} < \square$

	על כך מחייבים הכרת שורשים שאינם מספרים שלמים. יש לאמוד שורש ריבועי לפחות ברמת דיוק של שלם. מומלץ להסביר לתלמידים את ההבדל בין מספרים רציונאליים ובין מספרים אי-רציונאליים. יש להסביר שמספרים רציונאליים יכולים להיכתב כמנה של שני מספרים שלמים, אבל הייצוג העשרוני שלהם אינו בהכרח סופי והוא יכול להיות אינסופי מחזורי (למשל: שליש). למספרים אי-רציונאליים יש רק ייצוגים עשרוניים אינסופיים לא מחזוריים.	3. אימדו ברמת דיוק של שלם את כל אחד מהשורשים, והסבירו מדוע $\sqrt{18} < \sqrt{10} + \sqrt{8}$ 4.על ציר המספרים שלפניכם מסומנים ארבעה מספרים P , Q , R ו-S.  איזה מהמספרים המסומנים קטן מריבועו?

44

טורניר הגיימינג הגדול: "שורד החלל"

תלמידי שכבה ז' משתתפים בטורניר משחק המחשב "שורד החלל". כל שחקן צריך לנהל את הניקוד שלו בלוח בקרה דינמי. פעולות טובות מוסיפות נקודות, ופעולות של שימוש במשאבים מחסירות נקודות.

א. נועם מצא **6 גבישי *אנרגיה*** נדירים. בכל פעם שהוא אוסף גביש, קורים שני דברים:

- הוא מקבל בונוס של **20 נקודות**.
- הוא משלם "מס חלל" של **5 נקודות** על האחסון (כלומר 5– נקודות).

כתבו ביטוי מספרי המשתמש בכפל ובסוגריים כדי לחשב כמה נקודות נוספו לנועם בסך הכל לאחר איסוף כל הגבישים. חשבו את התוצאה. כמה נקודות הרוויח נועם?

ב. שלב *"מנהרת הזמן"*: בשלב זה, נועם נכנס למנהרת זמן שבה הניקוד שלו משתנה לפי הביטוי הבא:

$$-4 \cdot (10 - 13) + (-3)^2$$

חשבו את הניקוד שקיבל נועם בשלב זה.

ג. *ניהול מערכות החללית*: לוח הבקרה מחשב את "מדד התאוצה" של החללית לפי הביטוי המורכב הבא: $60 : 6 + (-2)^3 \cdot (-5 + 2) - 4^2$

חשבו את מדד התאוצה.

ד. פתיחת כספת הזהב: כדי לזכות במקום הראשון, נועם צריך להקיש את קוד הכספת הסופי:

$$\sqrt{81} + (-2) \cdot (3 - 8)$$

חשבו את קוד הכספת. האם הקוד שקיבלתם הוא מספר זוגי או אי זוגי?

תחום מספרי – כיתה ח'

התחום המספרי בכיתה ח מהווה פרק המשך ללימודים של בכיתה ז. בחלקו מהווה התחום מערך נושאי העומד בפני עצמו, וחלקו נועד לשרת תחומים הבאים: תחום גאומטרי, תחום אלגברי, תחום אי וודאות. בשונה מהתוכנית הקודמת הנושאים של סטטיסטיקה והסתברות הוצאו מהתחום המספרי ועומדים כתחום נפרד של אי-ודאות. בתוך כל אחד מהנושאים המופיעים בתוכנית ישנו דגש על פתוח מיומנויות מתמטיות שתידרשנה בהמשך הלמידה.

המיומנויות ותכני הידע הנרכשים במהלך כיתה ח נועדו לשימוש של כלל התלמידים בהמשך לימודיהם ובחייהם כבוגרים. התוכנית מדגישה הטמעה מדורגת של כל נושא, מתוך כוונה מוצהרת לאפשר לשיעור גבוה יותר של תלמידים, לעומת העבר, להבין לעומק את תשתית הידע, ולהכיר את השימושים האפשריים בידע זה.

הנושאים יחס, קנה מידה ופרופורציה הם נושאים שעומדים בפני עצמם וגם משרתים תחומים ונושאים נוספים כגון שימוש באחוזים, שיפוע ישר, קצב שינוי, הסתברות, דמיון מצולעים.
הפרק על אחוזים מהווה נדבך חשוב להתמצאות בחיי היומיום של נוער ושל מבוגרים כאחד.

בטבלה שלפנינו מוצגים הנושאים השונים הנמצאים בתחום, והמלצת מספר שעות ההוראה לכל נושא. מובן שההמלצות הללו אינן מותאמות לכל הכיתות אך מהוות בסיס להערכת משך ההוראה של כל נושא.

	נושא ההוראה	שעות מומלצות
התחום המספרי בכיתה ח	יחס, פרופורציה וקנה מידה	10
	אחוזים, הגדלה או הקטנה באחוזים	10

יחס בין מספרים. חלוקה ביחס נתון.	**חשיבה כמותית ולוגית.** **הכללה והפשטה** **מידול מתמטי** **הַקְשָׁרָה למציאות** יחס הוא המנה של שני מספרים (גדלים או כמויות) חיוביים, ומשמש להשוואה בשאלה פי כמה גדול / קטן האחד מהשני. יחס נקרא משמאל לימין. לדוגמא: את היחס 4 : 3 קוראים משמאל לימין: "שלוש לארבע". אם היחס בין גודל קבוצה א' לגודל קבוצה ב' הוא 5 : 2 אז היחס בין גודל קבוצה ב' לגודל קבוצה א' הוא 2 : 5. כפי שפעולת החילוק מבטאת שתי משמעויות נפרדות (חילוק להכלה	1. א. צבעו את המחרוזת הבאה בצבעים אדום וכחול, כך שהיחס בין מספר החרוזים האדומים לכחולים יהיה 2:3 (מחקו את החרוזים המיותרים).  ב. לאחר שהוצאו החרוזים המיותרים, מהי ההסתברות לבחור באופן אקראי חרוז אדום? 2. בשבט של הצופים יש 2 מדריכים לכל 10 חניכים. א. מהו היחס בין מספר המדריכים לבין מספר החניכים? ב. מהו היחס בין מספר החניכים לבין מספר המדריכים? ג. בוחרים באקראי מישהו משבט הצופים. מה ההסתברות שנבחר חניך? 3. חילקו 18 כדורי משחק לשתי קבוצות של ילדים ביחס של 5 : 4. כל ילד קיבל כדור אחד. כמה כדורים קיבל כל ילד? 4. חילקו 56 גולות בין אורי ודן ביחס של 5 : 2 . אילו מההיגדים הבאים מתאימים לבעיה? א. על כל 2 גולות שיש לאורי, יש לדן 5 גולות.

וחילוק לחלקים), כך גם פעולת היחס: יחס בין מספרי קבוצות הומוגניות, או יחס פנימי בין מספרי איברים בקבוצות הטרוגניות.

היחס בין שתי תת-קבוצות, שיחד הן הקבוצה כולה, קובע את היחס בין כל אחת מתת-הקבוצות לקבוצה הכוללת. באופן דומה, היחס בין אורכי שני קטעים שמחוברים לקטע אחד, קובע את היחס בין אורך של כל אחד מהקטעים הללו, לאורך הקטע המחובר.

עבור יחס נתון, יש אינסוף זוגות מספרים שהיחס ביניהם הוא היחס הנתון. מידיעת היחס וידיעת אחד מהמספרים ניתן לקבוע בוודאות מהו

ב. לאורי $\frac{2}{5}$ מסך כל הגולות שיש לשניהם.

ג. אורי יקבל $\frac{2}{7}$ מהגולות, ודן יקבל $\frac{5}{7}$ מהגולות.

ד. מכל 7 גולות שמחולקות ביחס המבוקש, לאורי יש 2 גולות ולדן יש 5 גולות.

ה. מכל 7 גולות שמחולקות ביחס המבוקש, לדן יש 2 גולות ולאורי יש 5 גולות.

ו. היחס בין מספר הגולות של אורי לבין מספר הגולות של דן הוא 10 : 4.

5. שותף אחד השקיע בעסקה 2,000 ש"ח וחברו השקיע 3,000 ש"ח. הוסכם שהרווח יחולק ביניהם לפי יחס ההשקעות. איך יחלקו ביניהם רווח של 1,200 ש"ח?

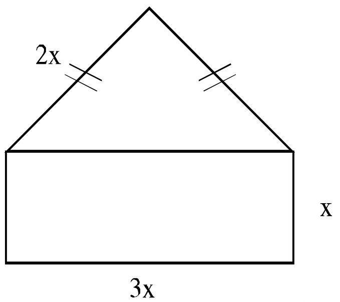
6. שלושה חברים יצאו לטייל, ובאחת ההפסקות התכוונו לאכול. האחד הוציא מתרמילו 4 כריכים, השני 6 כריכים אך השלישי, התברר, שכח את הכריכים בבית.
הוחלט כי 10 הכריכים יחולקו שווה בשווה. כשסיימו לאכול, הוציא החבר השלישי 25₪ כדי לכסות את חלקו בהוצאות הארוחה.

א. מהו היחס בין כמויות הכריכים שהביאו שלושת החברים?

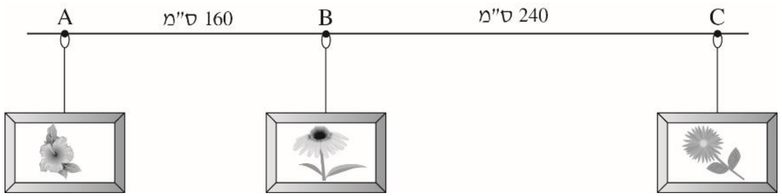
ב. סוכם, שכספו של החבר השלישי יחולק בין שני החברים האחרים באותו יחס כמו היחס בין מספר הכריכים שקיבל מכל אחד מהם. באיזה יחס יחלקו ביניהם שני החברים את הכסף, ומהו הסכום שיקבל כל אחד מהם?

7. ביום קיץ הגיעו לבית הספר <u>יותר מ- 65</u> תלמידים מכיתות ח. חלקם נעלו נעלי ספורט והיתר נעלו סנדלים.

	המספר השני. צמצום והרחבה של יחס אינֵנו משנה אותו. הוספה או הפחתה של אותו מספר איברים בשתי הקבוצות, משנה את היחס ביניהן (למעט כאשר היחס הוא 1:1). באופן דומה, הוספה או הפחתה של אותו אורך משני קטעים, משנה את היחס בין אורכיהם (למעט כאשר היחס הוא 1:1). יש להבחין כי יחס יכול להתקיים בין גדלים מאותו סוג, כגון: יחס בין מספרי פריטים או בין אורכים, ובין גדלים מסוגים שונים, כגון יחס בין עלות לכמות (מחיר ליחידה) או יחס בין מרחק לזמן (מהירות). כאשר היחס הוא בין גדלים מאותו סוג אז הוא אינו משתנה כשמשנים את יחידות המידה	היחס בין מספר התלמידים שנעלו נעלי ספורט ובין מספר תלמידים שנעלו סנדלים היה 3:5 . א. הַסבירו מדוע לא ייתכן שבאותו יום הגיעו לבית הספר 83 תלמידים מכיתות ח. ב. כִּתבו אפשרות אחת למספר התלמידים מכיתות ח שהגיעו באותו יום לבית הספר. ג. בהתייחס לאפשרות שרשמתם בסעיף הקודם, בוחרים תלמיד באופן אקראי. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר נועל סנדלים? מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר נועל נעלי ספורט? קישוריות לגאומטריה: 8. היקף מלבן הוא 40 ס"מ. היחס בין צלעותיו הוא 3 : 5. מהם אורכי הצלעות של המלבן? 9. היחס בין אורכי הניצבים במשולש ישר זווית הוא 3 : 5. מאריכים כל צלע פי 2. האם משתנה היחס בין אורכי הניצבים? אם לא – מדוע? אם כן, כתבו את היחס החדש. 10. אורכי הניצבים במשולש ישר זווית הם 6 ס"מ ו- 8 ס"מ. א. מהו היחס בין הניצבים? ב. מאריכים כל ניצב ב- 2 ס"מ. האם משתנה היחס בין אורכי הניצבים? אם לא – מדוע? אם כן, רשמו את היחס החדש. 11. נתון מלבן שאורכו בס"מ 3a ורוחבו 2a. א. מה היחס בין רוחב המלבן לאורכו?

	(במקרה זה ליחס עצמו אין יחידות מידה). כאשר היחס הוא בין גדלים מסוגים שונים, אז ליחס יש יחידות מידה . חלוקה ביחס נתון אפשרית עבור כמויות בדידות ועבור כמויות רציפות (כגון, יחס בין מספר איברים בקבוצות הטרוגניות, יחס בין אורכי קטעים, יחס בין היקפים ויחס בין שטחים של צורות גאומטריות וכדומה). היחס בין אורכי קטעים מבוסס על מספר יחידות המידה המשותפת (צלעות משבצת, ס"מ, מ' וכו') בכל קטע. פתרון של חלוקה ביחס בעזרת אמצעיים חשבוניים ואלגבריים.	ב. הביעו בעזרת a את שטח המלבן. ג. הכפילו את רוחב המלבן פי 2, וכך נוצר מלבן חדש. מה היחס בין רוחב המלבן החדש לאורכו? ד. מה היחס בין שטח המלבן החדש לשטח המלבן המקורי? 12. נתון ריבוע שאורך צלעו b ס"מ. האריכו כל אחת מצלעות הריבוע פי 3. מה היחס בין שטח הריבוע החדש לבין שטח הריבוע המקורי? 13. היחס בין שני הניצבים של משולש ישר זווית הוא 3:5. ידוע שהשטח של המשולש הוא 30 סמ"ר. חשבו את אורכו של הניצב הארוך מבין שני הניצבים. 14. לפניכם מלבן ומשולש שווה שוקיים. x מייצג את אורך אחת מצלעות המלבן.  היעזרו בנתונים שבסרטוט, וסמנו את היחס בין היקף המלבן להיקף המשולש. א. 7 : 8 ב. 5 : 4 ג. 1 : 2 ד. 1 : 1

15.לפניכם שרטוט של מסילה ישרה לתליית תמונות. על המסילה תלויות שלוש לולָאות המסומנות בנקודות A, B, C. המרחקים AB, BC בין הלולאות נתונים בשרטוט.



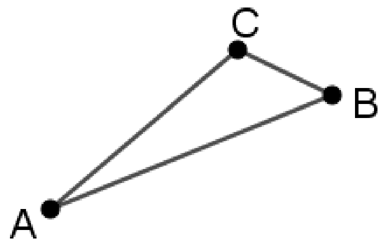
א. מהו היחס בין אורך AB לבין אורך BC? כִּתבו את תשובתכם כיחס **מצומצם**.

ב. הֵזיזו את לולאה B ב- 60 ס"מ על המסילה לכיוון לולאה A.
מהו היחס בין אורך AB לבין אורך BC לאחר ההזזה?

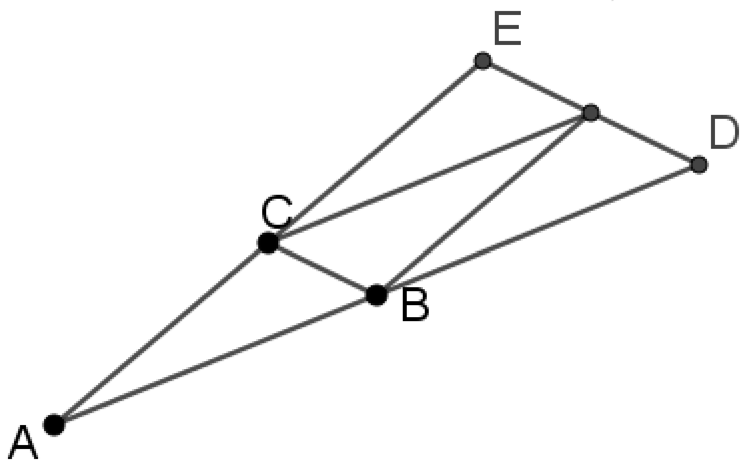
i. 1:2   ii. 1:3   iii. 1:4   iv. 1:6

ג. על-סמך הנתונים בשרטוט כִּתבו בכמה ס"מ צריך להזיז את לולאה B על המסילה ממקומה המקורי לכיוון לולאה C כדי שהיחס בין AB ובין BC יהיה 1 : 1.

16. נתונים 4 משולשים חופפים למשולש ABC שבסרטוט .



סידרו את ארבעה המשולשים באופן הבא כך שהתקבל משולש ADE:

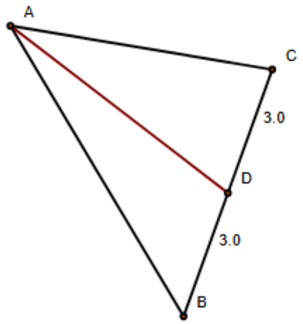


א. מה היחס בין אורך הצלע AB לאורך הצלע AD ?

ב. מה היחס בין אורך הצלע AE לאורך הצלע AC ?

ג. מה היחס בין שטח המשולש ABC לשטח המשולש ADE ?

17. על סמך הנתונים בסרטוט איזו טענה נכונה?

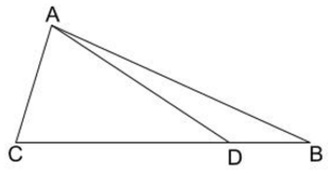


א .היחס בין שטח המשולש ADC לשטח המשולש ADB גדול מ-1.

ב. שטח המשולש ADC שווה לשטח המשולש ADB.

ג. היחס בין שטח המשולש ADC לשטח המשולש ADB חיובי וקטן מ- 1.

54

.18 הנקודה D נמצאת על הצלע BC של המשולש .ABC נתון $\frac{CD}{BD}=3$. מה היחס בין שטח משולש ACD לשטח משולש ?ADB  		

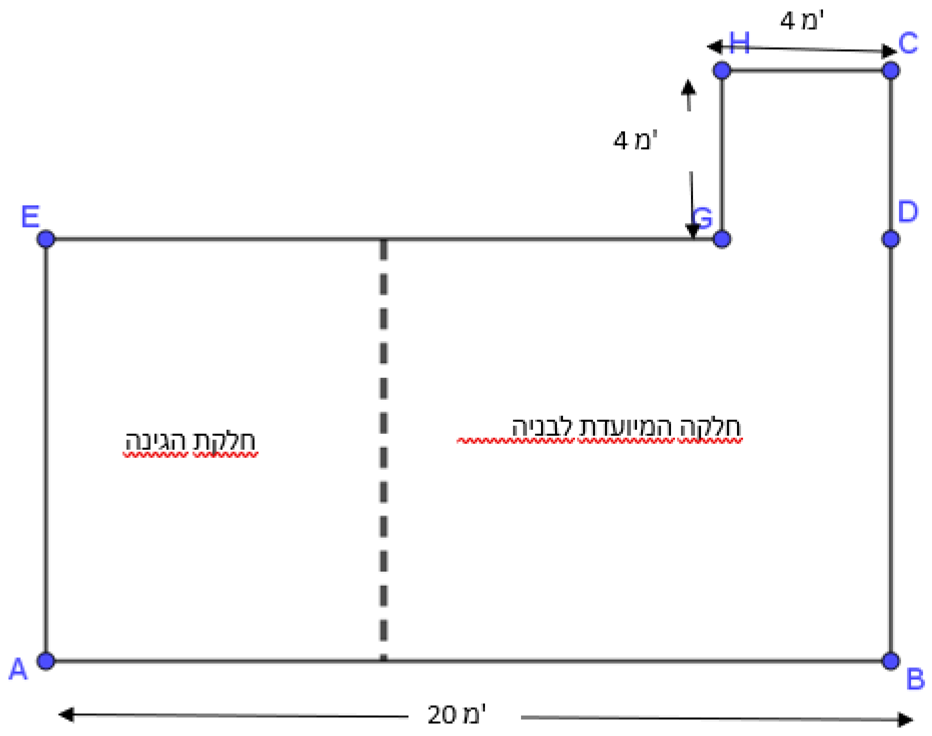
55

משימה מסכמת:

חלקת אדמה לבניה-יחס, שטחים

אדריכל רוצה לבנות בית בשטח המופיע בשרטוט.

חלק מהשטח מיועד לבנית הבית וחלק לגינה (ראו שרטוט).



הפס המקווקו מציין את קו ההפרדה בין החלקה המיועדת לבניה לחלקה המיועדת לגינה.

היחס בין אורך AE לאורך AB הוא $1:2$.

1. חשבון אורך AE.
2. חשבון את השטח של החלקה.
3. קו ההפרדה בין החלקה המיועדת לבניה לחלקה המיועדת לגינה מחלק את AB ביחס של $2:3$
   חשבון את השטח המיועד לגינה.
4. האדריכל החליט שברצונו ששטח הגינה ושטח הבית יהיה $1:1$ כמה עלינו להעביר מהשטח המיועד לבנייה לגינה על מנת להשיג יחס זה?

יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
1. להכנת בצק פריך דרושים 2.5 כוסות קמח, חצי כוס סוכר ושני חלמונים. מהי כמות הקמח ומהי כמות הסוכר הדרושות כדי לשמור על היחסים האלה, אם מוסיפים לתערובת חלמון נוסף? 2. בכד יש 4 כוסות מים ו- $\frac{1}{2}$ כוס סוכר. כמה סוכר נשים בכד קטן יותר שמכיל 3 כוסות מים כדי לשמור על אותה מתיקות של המשקה? 3. במכולת נמכרים 3 סוגים של דגני בוקר. סוג א: משקל הדגנים הוא 375 גר' וערכם האנרגטי הוא 390 קלוריות. סוג ב: משקל הדגנים הוא 500 גר', וערכם האנרגטי הוא 540 קלוריות. סוג ג: משקל הדגנים הוא 625 גר', וערכם האנרגטי הוא 675 קלוריות. האם בין שלושת סוגי דגני הבוקר ישנם כאלה המקיימים פרופורציה בין מספר הקלוריות לבין משקל הדגנים?	**חשיבה כמותית ולוגית.** **הכללה והפשטה** **מידול מתמטי** **הַקְשָׁרָה למציאות** פרופורציה, שהיא שוויון בין יחסים, משמשת בתוכנית במספר מקרים כגון: חישובי אחוזים, שיפוע של ישר, תהליכים בהקשרים שונים עם קצב שינוי קבוע, דמיון משולשים. אם מתקיימת הפרופורציה עבור ארבעה מספרים שונים מאפס: $\frac{d}{a}=\frac{b}{c}$ אז $\frac{a}{d}=\frac{c}{b}$.	פרופורציה

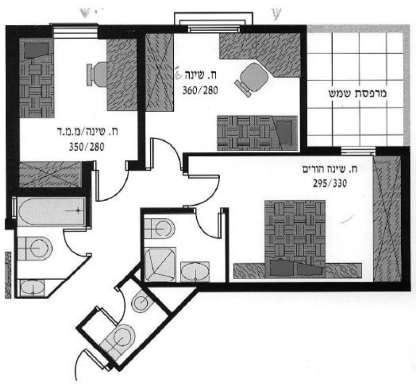
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td>יש ללמוד למצוא את המספר x החסר
בפרופורציות מהסוג:
$\frac{x}{a}=\frac{b}{c}$, $\frac{a}{x}=\frac{b}{c}$.

יש לדעת להמיר פרופורציה בפרופורציה
השקולה לה.
לדוגמה, בקנייה במחיר קבוע ליחידה מתקבלת
הפרופורציה:
$\frac{\text{תשלום א}}{\text{תשלום ב}}=\frac{\text{כמות א}}{\text{כמות ב}}$

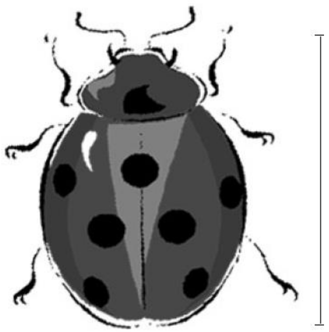
פרופורציה שקולה היא:
$\frac{\text{תשלום א}}{\text{כמות א}}=\frac{\text{תשלום ב}}{\text{כמות ב}}$

יחס ישר: שני גדלים משתנים, אשר
היחס ביניהם קבוע, מקיימים יחס ישר,
כלומר: כאשר נתונים שני גדלים א ו-
ב, וכאשר גודל משתנה א שווה לגודל
משתנה ב' כפול מספר קבוע , בין שני
הגדלים הללו מתקיים יחס ישר (גודל</td><td>4. הערך של X פרופורציונלי לערך של Y.
השלימו את הטבלה:
<table><tr><th>X</th><th>Y</th></tr><tr><td>6</td><td>4</td></tr><tr><td></td><td>2</td></tr><tr><td>12</td><td></td></tr></table></td></tr>
</table>

יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
	א' פרופורציונלי לגודל ב'). כאשר קיים יחס ישר בין שני גדלים משתנים, אז כל שני זוגות ערכים שלהם מקיימים פרופורציה. יש לתרגל שאלות בהקשרים מעשיים שונים, כגון, תנועה עם מהירות קבועה, קנייה ומכירה, תערובת, מדידות גאומטריות וכדומה.	
1. במוזיאון מוצג מודל כדור הארץ. הקוטר של כדור הארץ במודל שווה למטר אחד. במציאות, קוטר כדור הארץ הוא כ- 12,500 ק"מ. א. מהו קנה המידה של המודל? ב. מהו היקף כדור הארץ במציאות ומהו ההיקף במודל? ג. מהו אורך הגבול של מדינה מסוימת במודל, אם אורך הגבול שלה במציאות הוא 1,000 ק"מ? ד. כתבו ביטוי אלגברי המאפשר למצוא את אורך הגבול של מדינה כלשהי במודל הזה, אם ידוע אורך הגבול שלה במציאות.	**חשיבה כמותית** **מידול מתמטי** קנה מידה הוא יחס בין גודל בשרטוט או בדגם לבין גודל במציאות. מקובל לרשום קנה מידה כיחס שאחד המספרים בו הוא 1: בהקטנה – רשום	קנה מידה

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
	1 מצד שמאל, ובהגדלה – רשום 1 מצד ימין. בכתיבת קנה מידה נמדדים שני האגפים באותה יחידת מידה. למשל, אם כל שני ס"מ במפה מייצגים קילומטר אחד במציאות, ייכתב קנה המידה בצורה: 50,000 : 1. יש למצוא קנה מידה על פי מידות נתונות בשרטוט ובמציאות, יש למצוא גודל במציאות על פי קנה המידה והגודל שנמדד בשרטוט, ויש למצוא גודל בשרטוט על פי קנה המידה והגודל הנתון שבמציאות. התרגילים יכללו המרות של יחידות אורך.	2. בנימין גר בבני ברק, רינה ברמת גן, גדעון בגבעתיים ותמר גרה בתל אביב. מהו המרחק בקו אווירי: א. מביתו של בנימין לביתה של תמר? ב. מביתו של גדעון לביתה של תמר? ג. מביתה של רינה לביתו של גדעון?  3.השרטוט שלפניכם הוא תוכנית של דירה. ענו על השאלות על פי השרטוט: א. מהו אורך השרטוט של חדר השינה המרכזי? ב. מהו רוחב השרטוט של חדר השינה המרכזי? ג. מהו שטח השרטוט של חדר השינה המרכזי? ד. מהו השטח (במציאות) של מרפסת השמש? ה. מהו קנה המידה של התכנית? 

60

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
		4. לקראת המכרז על הקמת מבנה חדש באתר מגדלי התאומים, נבנה דגם של אחת ההצעות בקנ"מ של 1:500. א. פי כמה גדול רוחב הבניין במציאות מגודלו בדגם? ב. פי כמה גבוה הבניין במציאות מגובהו בדגם? ג. פי כמה גדול שטח הבניין במציאות מגודלו בדגם? ד. פי כמה גדול נפח הבניין במציאות מגודלו בדגם? 5. לפניכם תמונה **מוגדלת** של חיפושית. אורך גוף החיפושית במציאות הוא 0.6 ס"מ ובסרטוט הוא 6 ס"מ. א. מהו היחס בין אורך החיפושית בתמונה המוגדלת לאורך החיפושית במציאות? ב. מהו קנה המידה שבו משורטטת החיפושית?  6 ס"מ.

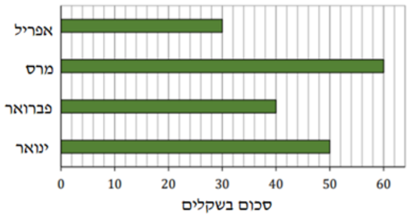
תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
אחוזים (מצבים סטטיים)	**חשיבה כמותית ולוגית.** **הכללה והפשטה** **מידול מתמטי** **מעבר בין ייצוגים שונים** **הַקְשָׁרָה למציאות** המושג אחוז נלמד כבר בבית הספר היסודי והיה שימוש בו בכיתה ז'. כאן מוצג סבב למידה נוסף שנועד לחזור על הנושא, תוך העמקה. הנושא מקושר לפתרון שאלות מילוליות ואורייניות בהקשרים שונים.	1. ביישוב "מרום" יש 120 תלמידים המתנדבים במקומות שונים בקהילה. בטבלה הבאה מוצגת התפלגות התלמידים המתנדבים במקומות השונים:

מקום ההתנדבות	מספר המתנדבים	אחוז מבין המתנדבים
חברה להגנת הטבע	30	
צער בעלי חיים		15%

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td>אחוז הוא מאית מכמות נתונה.

אחוז מייצג חלק מכמות. לעומתו, לשבר מגוון משמעויות שרק אחת מהן, חלק מכמות, מתאימה למשמעות של אחוז .

בשלב התחלתי, יש להשתמש באחוזים במצבים סטטיים:
חישוב אחוז של כמות חלקית נתונה (החלק היחסי של כמות חלקית) מתוך כמות כוללת נתונה,
חישוב כמות חלקית על פי האחוז שלה מתוך כמות כוללת נתונה,
מציאת כמות כוללת על פי כמות חלקית והאחוז שלה מתוך כמות כוללת.</td><td>
<table>
<tr><td>עזרה לקשישים</td><td></td><td>10%</td></tr>
<tr><td>מד"א</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>מוסדות ציבוריים</td><td>48</td><td></td></tr>
</table>
מלאו את המשבצות הריקות בטבלה. פרטו את חישוביכם.

2. הסקייטבורד עולה 225 ₪ . התרשים מציג את הסכומים שמאיה חסכה בינואר, פברואר, מרץ ואפריל כדי לקנות את הסקייטבורד.


א. איזה אחוז מהסכום הנדרש, מאיה חסכה בשני חודשים ינואר ובפברואר.

ב. מהו אחוז עלות הסקייטבורד שמאיה הספיקה לחסוך בארבעה חודשים?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td>יש לפתח יכולת אומדן בשימוש באחוזים שגרתיים כגון 10% של כמות, 20%, 25%, 50%, 100% או 200%, ומכפלות שלמות שלהם.

שימוש בפרופורציה המבטאת את הקשר בין ארבעת הגדלים:

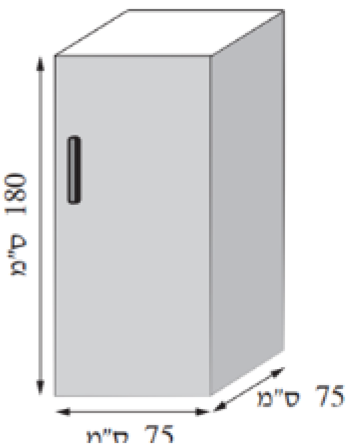
$\frac{\text{מספר האחוזים}}{100}=\frac{\text{ערך האחוז}}{\text{הכמות}}$

יש לפתור שאלות מילוליות ואורייניות המשלבות ייצוגים שונים של מידע ואחוזים בהקשרים שונים.</td><td>4. בכנס 200 משתתפים. 48% מהמשתתפים הצביעו בעד החלטה.
בעד ההחלטה הצביעו (ענו ללא חישוב) :
א. רוב המשתתפים ב. קרוב לחצי מהמשתתפים
ג. 48 אנשים ד. לא ניתן לדעת

5.לפניכם טבלה המציגה את מספר התלמידים בשני בתי ספר ואת אחוז התלמידים בנבחרת הכדורסל בכל אחד מהם.

<table>
<tr><th>בית הספר</th><th>סה"כ תלמידים</th><th>אחוז התלמידים בנבחרת הכדורסל</th><th>מספר התלמידים בנבחרת הכדורסל</th></tr>
<tr><td>קשת</td><td>120</td><td>15%</td><td></td></tr>
<tr><td>פסגה</td><td></td><td>10%</td><td>20</td></tr>
</table>

א. השלימו בטבלה את מספר התלמידים במשבצות הריקות.</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
		ב. בבית ספר ציפורי יש 400 תלמידים. 5% מהם בנבחרת הכדורסל. האם בבית ספר ציפורי מספר התלמידים בנבחרת כדורסל קטן ממספר התלמידים בכל אחד מבתי הספר שמופיעים בטבלה? נמקו את תשובתכם. 6.בשכבת כיתה ח בבית הספר "ארזים" יש שתי כיתות: ח1 ו- ח2. בכיתה ח1 יש 28 תלמידים ובכיתה ח2 יש 30 תלמידים. ידוע כי 25% מהתלמידים בכיתה ח1 ו- 20% מהתלמידים בכיתה ח2 מנגנים בכלי נגינה. באיזו כיתה מספר התלמידים המנגנים בכלי נגינה גדול יותר? 7. מקרר של נעמי הוא בצורת תיבה שבסיסה ריבוע. נתון כי גובה המקרר הוא 180 ס"מ ואורך צלע הביס הוא 75 ס"מ (ראו סרטוט). א. חשבו את נפח המקרר. במקרר זה הגובה בין שני מדפים סמוכים המוצבים זה מעל זה הוא 15% מגובה המקרר. ב. חשבו את הגובה שבין שני מדפים סמוכים במקרר. 

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>יישומים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
8. על חטיף אנרגיה רשום הערך התזונתי המתאים לחטיף שמשקלו 100 גרם.
משקל החטיף הוא 30 גרם.
א. השלימו את טבלת הסימון התזונתי הבאה:
<table>
<tr><th></th><th>ערך תזונתי בגרמים לחטיף שמשקלו 100 גרם (נמדד בגרמים)</th><th>ערך תזונתי בגרמים לחטיף שמשקלו 30 גרם (נמדד בגרמים)</th></tr>
<tr><td>חלבון</td><td>19</td><td></td></tr>
<tr><td>פחמימות</td><td>29</td><td></td></tr>
<tr><td>שומן בלתי רווי</td><td></td><td>6</td></tr>
<tr><td>שומן רווי</td><td></td><td>2.1</td></tr>
<tr><td>סיבים תזונתיים</td><td>11</td><td></td></tr>
</table>
ב. מהו היחס בין משקל החלבונים לפחמימות בחטיף זה?
ג. היחס המומלץ בין שומן רווי לבלתי רווי הוא 1:5. האם החטיף עומד בדרישה? אם לא – איזה רכיב על היצרן להוסיף / להפחית על מנת שהחטיף יעמוד בדרישה?
ד. מה האחוז שמהווים הסיבים התזונתיים מכלל הרכיבים?
</td></tr>
</table>

יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
9. נועם מוריד עדכון חדש למשחק המחשב שלו. על המסך מופיע פס התקדמות המראה כמה מתוך הקובץ כבר ירד למחשב. נועם יודע שנפח הקובץ נמדד ביחידות של **מגה-בייט (MB)** . לאחר מספר דקות של המתנה, נועם הסתכל על המסך וראה את הנתונים הבאים: פס ההתקדמות מראה כי 35% מההורדה הסתיימו. מתחת לפס נכתב כי עד כה ירדו למחשב **1,400 MB** . א. מהו הנפח הכולל של קובץ העדכון (ב- MB) כאשר ההורדה תגיע ל-100%? הציגו את דרך החישוב שלכם. ב. מהירות האינטרנט שלו נמדדת ב**מגה-בייט לשנייה (MB/s)** . לאחר שנועם חישב את נפח הקובץ המלא, הוא רצה לדעת מתי ההורדה תסתיים. ידוע כי מהירות ההורדה הממוצעת של האינטרנט של נועם היא 20 MB לשנייה. המחשב צריך להוריד את **יתרת הקובץ** (החלק שטרם ירד). בעוד כמה שניות (מהרגע שנועם הסתכל על המסך) תסתיים הורדת הקובץ במלואה? ג. נועם רצה לבדוק את הקשר בין זמן ההורדה לאחוזים. (1) חשבו את **זמן ההורדה הכולל** (מתחילת ההורדה 0% עד לסיומה 100%) כאשר מהירות ההורדה קבועה ושווה ל- 20 MB לשנייה. (2) איזה אחוז מהווה **זמן ההורדה שעבר עד כה** מתוך **זמן ההורדה הכולל**? (3) השוו בין התוצאה שקיבלתם בסעיף ג(2) לבין אחוז הקובץ שירד 35% . מה ניתן להסיק על הקשר בין אחוז הכמות לאחוז הזמן כאשר המהירות קבועה?		

משימות מסכמת

1. דיסק און קי

2. איזה בנק לבחור פקדון

3. ייצור שבבים ממשטחי סיליקון

3. יצוא (אחוזים וייצוגים שונים)

4. **דו"ח שנתי מחשבון הבנק**

בכל סוף שנה, הבנק שולח ללקוחות סיכום של הפעולות בחשבון החיסכון שלהם. הסיכום כולל את הריבית שהצטברה (הכסף שהלקוח הרוויח) ואת העמלות שהבנק גבה (התשלום עבור ניהול החשבון). כדי לדעת אם החיסכון היה משתלם, יש לחשב את שני הערכים.

מושגים חשובים:

- **הפקדה שנתית (קרן):** סכום הכסף המקורי שהיה בחשבון בתחילת השנה (השלם - 100%).
- **ריבית שנתית:** אחוז מהקרן שהבנק מוסיף כרווח ללקוח.
- **עמלת ניהול שנתית:** אחוז מהקרן שהבנק מנכה (לוקח) מהלקוח עבור השירות.
- **מאזן שנתי:** הרווח הסופי (ריבית פחות עמלות).

השאלה: האם החיסכון של יובל ודנה משתלם?

יובל ודנה חסכו כסף בבנק "הצמיחה". לשניהם יש תוכנית חיסכון עם אותם תנאים:

- **ריבית שנתית (רווח):** 4.5% מהסכום המופקד.
- **עמלת ניהול (הוצאה):** 0.5% מהסכום המופקד.

נתוני החיסכון:

1. **יובל** הפקיד בתחילת השנה **8,000ש"ח**.

א. חשבו כמה שקלים יובל יקבל כריבית בסוף השנה.

ב. חשבו כמה שקלים הבנק יגבה מיובל כעמלת ניהול.

ג. מהו הרווח הנקי (ריבית פחות עמלה) של יובל בשקלים?

2. **דנה** קיבלה את הסיכום השנתי שלה, אך הדף היה מוכתם בדיו. היה ניתן לקרוא רק נתון אחד :**סכום עמלת הניהול שדנה שילמה היה 60 ש"ח.**

א. מה היה סכום הכסף (הקרן) שדנה הפקידה בתחילת השנה? (רמז: השתמשו באחוז העמלה הנתון בתנאי הבנק).

ב. כמה כסף דנה קיבלה כריבית עבור השנה הזו?

3. בנק מתחרה הציע ליובל לעבור אליו. התנאים בבנק החדש הם :**אין עמלות כלל** ,אך הריבית השנתית נמוכה יותר ועומדת על **3.8%** .

באיזה בנק כדאי ליובל להישאר? הסבירו: האם תמיד עדיף מסלול "ללא עמלות" גם אם הריבית נמוכה יותר?

בנק "הצמיחה" מציע ללקוחות מסלול מיוחד שנקרא **"מסלול פלטינום** ."במסלול זה, התנאים הם:

- **ריבית שנתית**: 4.5% (זהה למסלול הרגיל).
- **עמלת ניהול :**במקום לשלם 0.5% מהסכום, משלמים **סכום קבוע של 200 ש"ח לשנה**, ללא קשר לגובה ההפקדה.

4. אם דנה מפקידה **30,000ש"ח**, כמה עמלה היא תשלם במסלול הרגיל? האם כדאי לדנה לעבור ל"מסלול פלטינום"?

5. א. מצאו מהו סכום ההפקדה שבו העמלה במסלול הרגיל (0.5%) שווה בדיוק לעמלה במסלול הפלטינום (200 ש"ח).

ב. עבור אילו לקוחות כדאי לבחור בעמלה קבועה (200 ש"ח) ועבור אילו לקוחות כדאי להישאר בעמלה של אחוזים (0.5%) ?

ג. השלימו את המשפט:

"ככל שסכום ההפקדה **גדול יותר**, כך המסלול עם העמלה ה________ (הקבועה / באחוזים) הופך למשתלם יותר". נמקו מדוע.

6. לקוח הפקיד **100,000ש"ח** במסלול הפלטינום.

א. חשבו את הרווח הנקי שלו בסוף השנה (ריבית פחות עמלה קבועה).

ב. מהו אחוז הרווח הנקי הממשי שלו מתוך ה-100,000 ש"ח? האם הוא גבוה או נמוך מ-4%?

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
אחוזים (מצבים דינמיים)	**חשיבה כמותית ולוגית.** **הכללה והפשטה** **מידול מתמטי** **מעבר בין ייצוגים שונים**	1. כרטיס קולנוע התייקר מ- 35 שקלים ל- 38.50 שקלים. א. בכמה אחוזים התייקר כרטיס הקולנוע? ב. כעבור שנה, הורידו את מחיר הכרטיס בחזרה ל- 35 שקלים. בכמה אחוזים הוזל הכרטיס?

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
	הַקְשָׁרָה למציאות שימוש באחוזים במצבים דינמיים, כגון הקטנה/הגדלה, הוזלה/התייקרות וכדומה. יש לפתח תובנה חשבונית לשימוש באחוזים באמצעות הכפל. לדוגמא, הגדלה ב- 25% שקולה לכפל פי 1.25 או הקטנה ב- 25% שקולה לכפל פי 0.75. יש להתייחס לחוק החילוף בשני תהליכים עוקבים כגון: הוזלה כפולה, התייקרות כפולה, או הוזלה והתייקרות. יש לשלב בקרה עצמית לגבי סבירות הפתרון המתקבל בעקבות השינויים שמתבטאים בעזרת אחוזים.	2. נתון מלבן שאורך צלעותיו 20 ס"מ ו- 40 ס"מ. הגדילו צלע אחת של המלבן ב- 10% והקטינו את הצלע האחרת ב- 10%. מבלי לפתור, שערו: האם היקף המלבן החדש גדול, קטן, או שווה להיקף המלבן המקורי? בדקו את השערתכם על ידי חישוב. 3. סכום שלושה מספרים הוא 360. א. המספר הראשון גדול ב- 20% מהמספר השני. המספר השלישי קטן ב- 20% מהמספר השני. מצאו את המספרים. ב. המספר הראשון גדול ב- 30% מהמספר השני. המספר השלישי קטן ב- 30% מהמספר השני. מצאו את המספרים. 4. נורית רוצה לקנות אגוזים.

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
	יש לפתור שאלות מילוליות ואורייניות המשלבות אחוזים.	א. באיור מוצג המחיר המקורי של האגוזים ומחיר המבצע שפורסם ב"סופר גיל". לפי מחיר המבצע, כמה תשלם נורית על 1.2 ק"ג אגוזים ב"סופר גיל"? ב. נורית ראתה שיש מבצעים בשני מרכולים אחרים, כפי שמוצג באיורים. 

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
		  לפי מחירי המבצע, באיזה מרכול מבין **שלושת** המרכולים תשלם נורית את המחיר **הנמוך** ביותר על 1.2 ק"ג אגוזים? סופר גיל, סופר רון או סופר שמחה?

יישומים ודוגמאות	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
5. בחנות מכשירי כתיבה חלק מכלי הכתיבה הם מתוצרת הארץ, וחלקם מיובאים מחו"ל. לקראת פתיחת שנת הלימודים פרסמה החנות את המודעה הבאה - לקוחות יקרים, לקראת פתיחת שנת הלימודים תינתן **הנחה** של 15% על מכשירי הכתיבה **מתוצרת הארץ**. עקב שינויים בעלויות השינוע (הובלה) כל מכשירי הכתיבה **המיובאים יתייקרו** ב-15%. א. גיא רוצה לקנות מכשירי כתיבה **מתוצרת הארץ**. מחירם של מכשירי הכתיבה לפני פתיחת שנת הלימודים היה 300 שקלים. כמה ישלם גיא עבור הקנייה לפי הפרסום במודעה? ב. מיטל רוצה לקנות מכשירי כתיבה **מיובאים**. מחירם של מכשירי הכתיבה לפני פתיחת שנת הלימודים היה 300 שקלים. כמה תשלם מיטל עבור הקנייה לפי הפרסום במודעה?		

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
		6. לפניכם ארבע הצעות שונות למכירות בסוף עונה שהוצעו על ידי מוכרים שונים עבור רכישת מוצרים באותו המחיר: א. קנה שני מוצרים במחיר של מוצר אחד ב. קנה מוצר אחד וקבל הנחה של 25% על המוצר השני ג. קנה שני מוצרים וקבל 50% הנחה על אחד המוצרים ד. קנה שלושה מוצרים במחיר של שניים לפי איזו הצעה מבין ארבע ההצעות המחיר של מוצר בודד הוא הגדול ביותר? הציגו את דרך הפתרון. 7. נתון ריבוע. אם נגדיל שתי צלעות נגדיות שלו ב 15% נקבל מלבן שהיקפו גדול ב- 6 ס"מ מהיקף הריבוע. מה אורך צלע הריבוע? מה שטח הריבוע? מה שטח המלבן המוגדל? 8. מסכום הכסף שהיה לי בארנק הוצאתי 17% על ספרים ו- 18% על ארוחה. הוצאתי על הארוחה 5 שקלים יותר מאשר על הספרים. כמה כסף היה לי בארנק?

תוכן מתמטי	פתוח מיומנויות והערות דידקטיות	יישומים ודוגמאות
		9. א. בכמה אחוזים התייקר מוצר, אם את המחיר לאחר ההתייקרות אפשר לחשב על ידי הכפלת המחיר (שלפני ההתייקרות) ב- 1.2? ב. בכמה אחוזים הוזל מוצר, אם את המחיר לאחר ההוזלה אפשר לחשב על ידי הכפלת המחיר (שלפני ההתייקרות) ב- 0.9? 10. לקראת סוף חופשת הקיץ מזוודות נמכרות בהנחה של 30%. המחיר הסופי של מזוודה כולל מע"מ של 17%. בחישוב המחיר ניתן לחשב תחילה את ההנחה ואז להוסיף את המע"מ או הפוך (להוסיף את המע"מ ואז להפחית את ההנחה). נציג הלקוחות ונציג רשות המיסים דנו ביניהם: **נציג הלקוחות אמר:** אני חושב שכדאי קודם לחשב את המחיר בתוספת מע"מ ואז את המחיר המוזל. באופן זה ההנחה תחול על מספר גדול יותר והמחיר הסופי יהיה נמוך יותר, לטובת הקונים. **נציג רשות המיסים אמר:** אני חושב שכדאי קודם לחשב את המחיר המוזל ואז להוסיף מע"מ. באופן זה, סכום המע"מ לא יושפע מההנחה והמדינה תרוויח. מי לדעתכם צודק? חישבו על נימוקים טובים שישכנעו את חברי הכיתה שחושבים אחרת..

משימות מסכמות

1. אוריינות בקטנה רוכשים אביזרים בעולם המוזיקה. שאלון לתלמיד.

2. אוריינות בקטנה ריכוז תרופות

3. מטבעות

התבקשתם לעצב סדרת מטבעות. כל המטבעות צריכים להיות עגולים ובצבע כסף, אבל בקטרים שונים .

חוקרים מצאו שסדרת הטבעות אידיאלית מקיימת את הדרישות הבאות:

- הקטרים של המטבעות צריכים להיות לפחות 15 מ"מ ולכל היותר 45 מ"מ.

- בהינתן מטבע, קוטר המטבע הבא אחריו חייב להיות גדול יותר ב- 30% לפחות.

- מכונת ההטבעה יכולה לייצר רק מטבעות שהקטרים שלהם הם מספרים שלמים של מילימטרים (כלומר, הקוטר יכול להיות למשל 17 מ"מ אבל לא 17.3 מ"מ).

התבקשתם לתכנן סדרה של מטבעות בהתאם לדרישות שפורטו למעלה. קוטר המטבע הראשון צריך להיות 51 מ"מ, והסדרה צריכה לכלול מטבעות רבים ככל האפשר .

מהם הקטרים של סדרת המטבעות שלכם?

תחום מספרי – כיתות ז׳ וח׳

עקרונות תוכנית הלימודים

1. רציונל ומטרות התחום המספרי

התחום המספרי מהווה את הבסיס לכלל הלמידה המתמטית. בלימוד התחום, התלמידים מרחיבים את עולם המספרים המוכר ומפתחים חשיבה כמותית, יכולת אומדן, ומיומנויות חישוב בסיסיות ומתקדמות. המעבר ממספרים טבעיים ושברים למספרים שלמים ומכוונים, ולאחר מכן לשימוש בחזקות ושורשים, ביחסים, אחוזים, מהווה ציר מרכזי בהתפתחות החשיבה המתמטית.

מטרות התחום:

- פיתוח חשיבה כמותית ולוגית, כולל יכולת אומדן וסבירות תוצאה
- הרחבת עולם המספרים: ממספרים חיוביים למספרים מכוונים, שורשים, יחסים ואחוזים
- יכולת מעבר חופשי בין ייצוגים שונים: מילולי, מספרי, גרפי וסמלי
- הבנת קשרים בין מספרים ויישום פעולות בהקשרים מציאותיים מגוונים
- פיתוח מיומנויות פתרון בעיות אורייניות המשלבות תחום מספרי עם הקשרי חיים
- פיתוח חשיבה מספרית גמישה, יצירתית ומבוססת הבנה.

2. עקרונות מנחים בתחום המספרי

מהקונקרטי למופשט – בניה מדורגת של מושגים

הלמידה תתחיל ממצבים מוחשיים ומוכרים ותתקדם בהדרגה להפשטה. התלמידים יחוו את התועלת בהרחבת עולם המספרים דרך הקשרים מחיי היומיום: טמפרטורה, גובה, רווח והפסד. הטמעת ייצוגים חדשים תיעשה באמצעות המחשות, דוגמאות ממחישות ודיון במשמעות.

קישוריות ומעבר בין ייצוגים

יכולת התרגום בין ייצוגים שונים היא יסודית לאוריינות מתמטית. התלמידים יתרגלו מעבר דו-כיווני בין תיאור מילולי, מספר על ציר, ביטוי אלגברי, טבלה וגרף. הקשרים בין הייצוגים יובהרו באופן מפורש.

הכללה והפשטה

התלמידים יעברו ממקרים פרטיים לכלליים – מחוקים ספציפיים לחוקי חשבון בתחום מספרי מכוונים; מיחס ליחס ישר. זיהוי דפוסים והכללתם הם הבסיס לחשיבה מתמטית.

ספירליות ורצף למידה

התכנים יוצגו ברצף ספירלי; כל שכבת גיל מוסיפה עומק ומורכבות. למשל: מספרים חיוביים ← מספרים מכוונים ← יחסים ואחוזים. כל שלב מתבסס על הקודם ומכין את הבא.

אוריינות והקשרה בין תחום מספרי למציאות

התחום המספרי יילמד בהקשרים מגוונים: אישי, כלכלי, מדעי, ניהולי, טכנולוגי, חברתי ותופעות פיזיקליות. הבנת הקשר בין המודל המתמטי למצב המציאותי חיונית, כולל בחינת סבירות פתרונות והתאמתם להקשר.

3. מיומנויות כלליות חוצות נושאים

כל נושא בתחום המספרי מפתח מיומנויות כלליות אלו:

- חשיבה ביקורתית: הערכת סבירות, זיהוי טעויות חישוב, ניתוח קשרים בין ייצוגים
- גמישות ויצירתיות: פתרון בדרכים שונות, יצירת בעיות חדשות, זיהוי דפוסים
- הנמקה והסבר: הסבר מילולי של תהליכים, הצדקת פעולות, ביסוס מסקנות
- ויסות עצמי ורפלקציה: בקרה עצמית על תהליך הפתרון, בדיקת התאמה, למידה מטעויות

4. מאזן בין מיומנויות אלגוריתמיות למיומנויות אסטרטגיות

לימודי התחום המספרי יפתחו מיומנויות אלגוריתמיות – כגון חישוב עם מספרים מכוונים, חישוב שורשים ועבודה עם יחסים ואחוזים – שהן בסיס הכרחי ללימודים עתידיים. אך אין להסתפק בהן; יש לשלב מיומנויות מורכבות יותר:

- תרגום בין שפה יומיומית לשפה מתמטית
- שימוש בכלים דיגיטליים לסרטוט גרפים ובציר מספרים
- דגש על הסבר דרך החשיבה ולא רק על מתן תשובות נכונות
- בעיות פתוחות, רב-שלביות ומורכבות מהעולם האמיתי

5. נקודות מפתח לתחום המספרי

5.1 כיתה ז' – בניית יסודות החשיבה המספרית

- מערכת צירים: רביע ראשון, הרחבה לכל הרביעים
- מספרים מכוונים: שליליים, נגדיים, סדר על ציר המספרים
- פעולות עם מספרים מכוונים: חיבור, חיסור, כפל, חילוק
- חזקות ושורש ריבועי: בסיס להמשך

5.2 כיתה ח' – הרחבה ועיבוד מתקדם

- יחסים ופרופורציה: קשרים כמותיים, קנה מידה
- אחוזים: מצבים סטטיים ודינמיים, יסוד כפלי

נושאים מרכזיים

כיתה ז'

- מערכת צירים ברביע ראשון
- הכרת המספרים השליליים
- מספרים נגדיים
- חיבור וחיסור של מספרים מכוונים
- מערכת צירים (הרחבה לכל הרביעים)
- כפל או חילוק של מספרים מכוונים
- חזקות עם מעריך טבעי ובסיס החזקה שהוא מספר מכוון
- שורש ריבועי של מספר חיובי (כאשר שורש הוא מספר שלם או רציונלי)
- שורש ריבועי של מספר חיובי (כאשר השורש אינו מספר שלם או רציונלי)
- אומדן של שורש ריבועי

כיתה ח'

- יחס בין מספרים, חלוקה ביחס נתון
- פרופורציה
- קנה מידה
- אחוזים (מצבים סטטיים)
- אחוזים (מצבים דינמיים)

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
מערכת צירים ברביע ראשון ייצוג צורות גיאומטריות על מערכת צירים חישוב אורכי קטעים על מערכת צירים חישוב שטחי מצולעים מוכרים הנמצאים על מערכת צירים	**מושגים וכללים:** מערכת צירים היא שני צירי מספרים שמאונכים זה לזה. בהתבסס על הנלמד ביסודי, מתייחסים רק לחלק של המישור שבו שני שיעורי הנקודות אי שליליים. התאמה בין זוג מספרים אי שליליים לבין נקודה. את הציר האופקי נכנה ציר x ואת הציר האנכי נכנה ציר y, ללא תלות בגדלים ששני צירים אלה מייצגים. מערכת צירים משמשת גם לסימון נקודות כדי לייצג צורות גאומטריות באמצעים מספריים. כשמשתמשים במערכת צירים לצורך ייצוג צורות גאומטריות, חשוב ששני הצירים יהיו לפי אותו קנה מידה. ניתן להיעזר בפעולת החיסור כדי לחשב אורכי קטעים המקבילים לאחד הצירים. **מיומנויות:** סימון נקודות על מערכת הצירים כאשר שיעוריהן נתונים מציאת שיעורים של נקודות נתונות על מערכת הצירים בשרטוט קריאת גרף נקודות במערכת הצירים: שיעורי הנקודות ומשמעותם המעשית הצגת צורות גאומטריות על מערכת הצירים חישוב אורכי קטעים המקבילים לצירים בעזרת פעולת חיסור חישוב שטחי מצולעים מוכרים הנמצאים על מערכת הצירים פתרון שאלות אורייניות הכוללות מערכת צירים בהקשרים שונים	יש להשתמש במונחים הרלוונטיים: ציר x, ציר y, שיעורי נקודה. יש להדגים תופעות באמצעות גרף נקודות במערכת הצירים. יש לקשר בין מערכת צירים לבין עצמים גאומטריים שנלמדו עד כה. יש לכלול שאלות אורייניות בהקשרים שונים: חיי היום-יום, מדעי, כלכלי ובדומה.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
הכרת המספרים השליליים הצגת המספרים החיוביים, השליליים והאפס על ציר המספרים סדר על ציר המספרים	**מושגים וכללים:** מספרים שליליים הם קבוצת מספרים המרחיבה את עולם המספרים המוכר (המספרים החיוביים ואפס). כוללים: שלמים, שברים פשוטים ומספרים עשרוניים. המספרים השליליים ממוקמים על ציר המספרים האופקי משמאל לאפס (חץ הציר בכיוון ימין) .על ציר אנכי – מתחת לאפס. מיקום המספרים על הציר משקף את יחס הסדר ביניהם: כל מספר שלילי קטן מכל מספר חיובי; מספר הנמצא משמאל למספר אחר על הציר האופקי קטן ממנו. ככל שמספר שלילי רחוק יותר מאפס, הוא קטן יותר. **מיומנויות:** זיהוי מספרים שליליים: שלמים, שברים פשוטים ומספרים עשרוניים הצגת מספרים שליליים, חיוביים ואפס על ציר המספרים השוואה בין מספרים וקביעת יחס הסדר ביניהם זיהוי שני השלמים הקרובים ביותר לשבר שלילי או חיובי סידור מספרים על ציר המספרים בדיוק או בקירוב הדגשת הסדר בין שלמים, בין שלם לשבר ובין שברים פשוטים בעלי אותו מכנה	יש לצאת מהקשרים מחיי היומיום המוכרים לתלמידים: קומות מעל ומתחת לקומת קרקע, טמפרטורה (מעלות מעל ומתחת לאפס), גובה מעל ומתחת לפני הים. לאחר מכן יש להציג את המספרים המכוונים על ציר המספרים. מטעמים דידקטיים, כדאי להקיף את המספרים השליליים בסוגריים. בשלבים מאוחרים משמיטים את הסוגריים.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
מספרים נגדיים	**מושגים וכללים:** מספרים נגדיים הם מספרים הנמצאים באותו מרחק מאפס, אחד מצד אחד ואחד מהצד השני של אפס. מספר נגדי מסומן בסימן מינוס: הנגדי ל 5-הוא (5–); הנגדי ל (5–)- הוא (5–)– = 5. **מספרים שלמים:** המספרים הטבעיים ,האפס והמספרים השליליים (נגדיים למספרים טבעיים). **מספרים מכוונים:** המספרים החיוביים והשליליים. מספר מכוון הוא מספר שלו גודל וכיוון. 0 נגדי לעצמו והוא היחיד בעל תכונה זו. **הסימן – (מינוס) מייצג שתי פעולות שונות :** (1) פעולת החיסור בין שני מספרים ; (2)פעולת הנגדי. ערך מוחלט של מספר מבטא את מרחקו של המספר מאפס. את הערך המוחלט מסמנים ב | | למספרים נגדיים יש אותו ערך מוחלט. ערך מוחלט של מספר כלשהו הוא תמיד אי שלילי. **מיומנויות:** זיהוי המספר הנגדי לכל מספר וסימונו הצגת מספרים נגדיים על ציר המספרים הבחנה בין שימושי סימן המינוס: חיסור ונגדי סיווג מספרים כשלמים, חיוביים, שליליים, מכוונים חישוב ערך מוחלט של מספר	מספרים נגדיים יוצגו לפני לימוד פעולת החיבור. יש להבחין בין שני שימושי סימן המינוס ולטפל בהם במפורש.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
חיבור וחיסור של מספרים מכוונים	**מושגים וכללים:** חוקי החיבור המורחבים למספרים מכוונים: חוק חילוף, חוק קיבוץ, נייטרליות של אפס ביחס לחיבור, סכום של מספרים נגדיים שווה אפס. **קיצורים ברישום:** ניתן להוריד סוגריים ולכתוב מספר חיובי ללא + ; מספר שלילי בתחילת ביטוי ניתן לכתוב ללא סוגריים. **מיומנויות:** חיבור וחיסור מספרים מכוונים היעזרות במודל תנועות על ציר המספרים לחיבור וחיסור היעזרות במודל רווח והפסד לחיבור וחיסור פתרון תרגילים בהם חסר אחד מהמחוברים השלמת תרגילים תחת אילוצים נתונים חישוב אורכי קטעים על ציר המספרים תוך שימוש בחיבור וחיסור פתרון שאלות מילוליות ואורייניות הכוללות חיבור וחיסור של מספרים מכוונים אמידת התוצאה לפני הפתרון איתור טעויות חישוב על סמך תכונות המספרים והפעולות פתרון משימות עם יותר מפתרון אחד ומשימות ללא פתרון	יש להיעזר במודלים: תנועות על ציר המספרים, רווח והפסד. יש לבסס את חוקי החיבור המורחבים ולתרגל את הקיצורים ברישום. יש לשלב: שאלות מילוליות ואורייניות, אומדן התוצאה, מציאת טעויות, משימות עם יותר מפתרון אחד, ומשימות ללא פתרון. יש להתייחס לקשר בין פעולות החיבור והחיסור לחישוב אורכי קטעים על ציר המספרים.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
מערכת צירים (הרחבה לכל הרביעים)	**מושגים וכללים:** מערכת צירים שלמה: שני צירי מספרים מאונכים זה לזה, הכוללים אפס, מספרים חיוביים ושליליים. ארבעת הרביעים של מערכת הצירים – מיקומם ומאפייניהם. מערכת צירים משמשת לייצוג עצמים גאומטריים באמצעים מספריים; חשוב ששני הצירים יהיו לפי אותו קנה מידה. **מיומנויות:** סימון נקודות במערכת הצירים השלמה כאשר שיעוריהן נתונים מציאת שיעורים של נקודות נתונות בשרטוט זיהוי הרביע שבו נמצאת כל נקודה הצגת עצמים גאומטריים באמצעות נקודות במערכת הצירים קריאת גרף נקודות ופירוש משמעות המידע שיעורי הנקודות פתרון שאלות אורייניות בהקשרים שונים תוך שימוש במערכת הצירים השלמה	יש להרחיב את ההיכרות עם מערכת הצירים לאחר לימוד ציר המספרים עם מספרים שליליים. יש להדגים תופעות באמצעות גרף נקודות: שיעורי הנקודות ומשמעות מעשית. יש לכלול שאלות אורייניות בהקשרים שונים: חיי היום-יום, מדעי, כלכלי.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
כפל או חילוק של מספרים מכוונים	**מושגים וכללים:** חוקי הכפל המורחבים למספרים מכוונים: חוק חילוף, חוק קיבוץ, אי-חילוק באפס (חילוק באפס אינו מוגדר), נייטרליות של 1 ביחס לכפל. **מספרים הופכיים:** לכל מספר שונה מאפס קיים מספר הופכי כך שמכפלתם שווה ל1- . **חוק הפילוג:** מקשר בין פעולת הכפל (והחילוק) לבין פעולת החיבור (והחיסור). כללי החילוק נגזרים מהכללים המקבילים בכפל. סדר פעולות החשבון חל על מספרים מכוונים גם בתרגילים עם יותר מפעולה אחת. **מיומנויות:** היעזרות במודל תנועה על ציר המספרים לכפל מספר חיובי במספר שלילי שימוש בחוק החילוף לכפל מספר שלילי במספר חיובי שימוש בחוק הפילוג לכפל מספר שלילי במספר שלילי כפל וחילוק מספרים מכוונים בהתאם לכללי הסימנים יישום סדר פעולות החשבון בתרגילים עם יותר מפעולה אחת פתרון שאלות מילוליות ואורייניות הכוללות כפל וחילוק של מספרים מכוונים אמידת התוצאה לפני הפתרון ואיתור טעויות חישוב	לימוד הכפל ייעזר במודלים: תנועה על ציר המספרים, חוק החילוף, חוק הפילוג – כל מקרה בנפרד. יש לבסס את חוקי הכפל המורחבים ולהדגיש את חוק הפילוג. יש לשלב: שאלות מילוליות ואורייניות, אומדן התוצאה, מציאת טעויות חישוב.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
חזקות עם מעריך טבעי ובסיס החזקה שהוא מספר מכוון	**מושגים וכללים:** **חזקה:** כתיב מקוצר של כפל חוזר. מונחים: בסיס חזקה ,מעריך חזקה. לפי מוסכמות סדר פעולות החשבון ,פעולת החזקה קודמת לפעולות אחרות. בתחילת הלימוד מתמקדים בחזקות עם בסיס חיובי; קישור להעלאה בריבוע ← מציאת שטח ריבוע. **סימן התוצאה:** חזקה עם בסיס שלילי ומעריך זוגי – חיובית ;ומעריך אי-זוגי – שלילית. **הבחנה חיונית:** $(-3)^2 = (-3)(-3) = 9$, אך $-3^2 = -(3\cdot3) = -9$ **מיומנויות:** חישוב חזקות עם מעריך טבעי ובסיס חיובי חישוב חזקות עם מעריך טבעי ובסיס שלילי קישור בין פעולת הריבוע לבין מציאת שטח ריבוע קביעת סימן תוצאת חזקה עם בסיס שלילי לפי זוגיות המעריך הבחנה בין $(-3)^2$ לבין -3^2 וחישוב כל אחד נכון יישום מוסכמות סדר פעולות החשבון בתרגילים הכוללים חזקות	יש להדגיש את ההבדל בין $(-3)^2$ לבין -3^2 ולתרגל שניהם. יש לקשר את הריבוע למציאת שטח ריבוע. יש לבסס את סימן התוצאה לפי זוגיות המעריך.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
שורש ריבועי של מספר אי-שלילי (כאשר שורש הוא מספר שלם או רציונלי)	**מושגים וכללים:** **שורש ריבועי:** שורש ריבועי של המספר a הוא b אם $b^2 = a$. לכל מספר חיובי יש שני שורשים ריבועיים: חיובי ושלילי. לדוגמה: ל 16- יש שני שורשים ריבועיים: 4 ו -(–4). **הסימן √ :** מציין את השורש הריבועי אי-שלילי בלבד. **שתי משמעויות לשורש ריבועי:** א. פעולת מציאת השורש; ב. ייצוג המספר (למשל $\sqrt{9} = 3$. נדרשת הכרת השורשים הריבועיים של מספרים ריבועיים שלמים עד 144, וכן של חזקות זוגיות של 10 (כגון 10,000 ו- 1,000,000) **מיומנויות:** הגדרת שורש ריבועי והסבר משמעותו חישוב שורשים ריבועיים של מספרים שלמים ריבועיים עד 144 חישוב שורשים ריבועיים של חזקות זוגיות של 10 חישוב שורשים ריבועיים של שברים פשוטים קישור בין שורש ריבועי לבין מציאת צלע ריבוע על פי שטחו הבחנה בין שני השורשים הריבועיים (חיובי ושלילי) לבין הסימן	בשלב התחלתי יתורגלו רק חישובי שורשים ריבועיים שהם מספרים טבעיים ושורשים של שברים פשוטים. יש לקשר את הפעולה למציאת צלע ריבוע על פי שטחו.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד, איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
שורש ריבועי של מספר חיובי (כאשר השורש אינו מספר שלם או רציונלי) אומדן של שורש ריבועי	**מושגים וכללים:** **מספר רציונאלי:** מספר שניתן לכתבו כמנה של שני שלמים. הייצוג העשרוני שלו סופי או אינסופי מחזורי (למשל: ...0.333 = ⅓). **מספר אי-רציונאלי:** מספר שאי-אפשר לכתבו כמנה של שני שלמים. יש לו ייצוג עשרוני אינסופי לא מחזורי בלבד (למשל: √2). הצורך לחשב שורש ריבועי שאינו שלם מתעורר בעת חישוב אורך צלע לפי שטח ריבוע או לפי משפט פיתגורס. **מיומנויות:** זיהוי שורש ריבועי שאינו שלם ואינו רציונאלי אמידת שורש ריבועי לפחות ברמת דיוק של שלם הסבר ההבדל בין מספרים רציונאליים לאי-רציונאליים זיהוי דוגמאות למספרים אי-רציונאליים שימוש בשורש ריבועי בהקשר של משפט פיתגורס ושטחי ריבועים	מומלץ ללמד נושא זה לפני או תוך כדי הלימוד של משפט פיתגורס. יש להסביר שמספרים רציונאליים יכולים להיות בעלי ייצוג עשרוני אינסופי מחזורי, אך למספרים אי-רציונאליים יש ייצוגים אינסופיים לא מחזוריים בלבד.

כיתה ח' – תחום מספרי

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד ,איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
יחס בין מספרים חלוקה ביחס נתון	**מושגים וכללים:** **יחס:** המנה של שני מספרים (גדלים או כמויות) חיוביים, המשמש להשוואה – פי כמה גדול/קטן אחד מהשני. יחס נקרא משמאל לימין. לדוגמה: את היחס 3:4 קוראים משמאל לימין: 'שלוש לארבע'. אם היחס בין קבוצה א' לקבוצה ב' הוא 5:2, אז היחס בין ב' לא' הוא 2:5. יחס בין שתי תת-קבוצות שיחד הן הקבוצה כולה ,קובע את היחס בין כל אחת מהן לקבוצה הכוללת. **צמצום והרחבה:** אינם משנים את היחס. הוספה/הפחתה של אותו מספר בשתי הקבוצות בן משנה את היחס (למעט כאשר היחס הוא 1:1). **יחס בין גדלים מאותו סוג:** אין לו יחידות מידה ואינו משתנה עם שינוי יחידות המידה. **יחס בין גדלים מסוגים שונים:** יש לו יחידות מידה (למשל: מחיר ליחידה ,מהירות). **חלוקה ביחס:** אפשרית לכמויות בדידות ורציפות (אורכי קטעים ,היקפים ,שטחים וכד'). ניתן לפצל קבוצה לשלוש תת-קבוצות ויותר. לדוגמה, חלוקה ביחס 5:3:4 פירושה: היחס בין א' לב 'הוא 5:3, בין א' לג' – 5:4, בין ב' לג' – 3:4 . **מיומנויות:** קריאה וכתיבת יחס בין שני מספרים צמצום והרחבת יחס חישוב מספר נעלם מתוך ידיעת היחס ואחד המספרים חילוק כמות לשתי קבוצות ביחס נתון – באמצעים חשבוניים ואלגבריים חילוק כמות לשלוש קבוצות ויותר ביחס נתון פתרון שאלות מילוליות ואורייניות הכוללות יחסים בהקשרים שונים הבחנה בין יחס בין גדלים מאותו סוג לבין יחס בין גדלים מסוגים שונים	יש להבחין בין יחס פנימי בין קבוצות הומוגניות לבין יחס בין גדלים מסוגים שונים. יש להדגיש: הוספה/הפחתה של אותו מספר משנה את היחס (ולא כפל/חילוק). יש לתרגל הן בהקשרים גיאומטריים (אורכי קטעים, שטחים) והן בהקשרים יישומיים. יש להציג פתרון חשבוני ואלגברי לחלוקה ביחס.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד ,איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
פרופורציה	**מושגים וכללים:** **פרופורציה:** שוויון בין יחסים. משמשת בחישובי אחוזים, שיפוע ישר, תהליכים עם קצב שינוי קבוע, דמיון משולשים. אם $a/b = c/d$ אז $ad = bc$. **מציאת x החסר:** בפרופורציות מהסוג $x/a = b/c$ או $a/x = b/c$. **יחס ישר:** שני גדלים משתנים שהיחס ביניהם קבוע. כשגודל א' שווה לגודל ב' כפול מספר קבוע, מתקיים יחס ישר. כאשר קיים יחס ישר בין שני גדלים, כל שני זוגות ערכים שלהם מקיימים פרופורציה. **מיומנויות:** זיהוי פרופורציה ווידוא נכונותה מציאת מספר חסר בפרופורציה המרת פרופורציה בפרופורציה שקולה זיהוי יחס ישר בין שני גדלים משתנים פתרון שאלות מילוליות ואורייניות הכוללות פרופורציה: תנועה במהירות קבועה, קנייה ומכירה, תערובת, מדידות גאומטריות	יש להציג פרופורציה במספר מקרים: חישובי אחוזים, שיפוע, קצב שינוי קבוע. יש לתרגל שאלות בהקשרים מעשיים שונים: תנועה, קנייה, תערובת, גאומטריה. יש ללמד המרה בין פרופורציות שקולות.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד ,איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
קנה מידה	**מושגים וכללים:** **קנה מידה:** יחס בין גודל בשרטוט/דגם לבין גודל במציאות. **כתיבת קנה מידה:** כיחס שאחד המספרים בו הוא 1. בהקטנה 1 – מצד שמאל ; בהגדלה 1 – מצד ימין. שני האגפים נמדדים באותה יחידת מידה. לדוגמה: אם כל 2 ס"מ במפה מייצגים ק"מ אחד במציאות ,קנה המידה הוא 1:50,000. **מיומנויות:** מציאת קנה מידה על פי מידות נתונות בשרטוט ובמציאות מציאת גודל במציאות על פי קנה המידה והגודל הנמדד בשרטוט מציאת גודל בשרטוט על פי קנה המידה והגודל הנתון במציאות פתרון תרגילים הכוללים המרות של יחידות אורך פתרון שאלות מילוליות ואורייניות הכוללות קנה מידה	התרגילים יכללו המרות של יחידות אורך. יש לכתוב קנה מידה תוך שמירה על אותה יחידת מידה בשני האגפים.
אחוזים (מצבים סטטיים)	**מושגים וכללים:** **אחוז:** מאית מכמות נתונה; מייצג חלק מכמות. לעומתו, לשבר מגוון משמעויות – רק אחת מהן (חלק מכמות) מתאימה למשמעות של אחוז. **מצבים סטטיים:** החלק היחסי של כמות מתוך כמות כוללת. שימוש בפרופורציה המבטאת את הקשר בין ארבעת הגדלים: כמות חלקית, כמות כוללת, אחוז,100 . **מיומנויות:** חישוב אחוז מכמות נתונה חישוב כמות כוללת כאשר ידוע החלק והאחוז חישוב מהו האחוז שמספר מהווה מתוך הכולל אמידת אחוזים שגרתיים 200% ,100% ,50% ,25% ,20% ,10% : ומכפלות שלמות שלהם שימוש בפרופורציה לפתרון שאלות אחוזים פתרון שאלות מילוליות ואורייניות המשלבות אחוזים בהקשרים שונים	נושא זה מוצג כסבב למידה נוסף על הנלמד ביסודי ובכיתה ז', תוך העמקה. יש לפתח יכולת אומדן באחוזים שגרתיים. הנושא מקושר לפתרון שאלות מילוליות ואורייניות בהקשרים שונים.

נושאים מרכזיים	ידע: מושגים, הגדרות וכללים מיומנויות (מה התלמיד צריך לדעת לעשות)	הנחיות דידקטיות (איך לבנות חומרי לימוד ,איך ללמד)
עקרונות ומיומנויות חוצי-נושאים: מידול מתמטי, מעבר בין ייצוגים, הַקְשָׁרָה למציאות, חשיבה כמותית ולוגית, חשיבה ביקורתית, אוריינות מתמטית		
אחוזים (מצבים דינמיים)	**מושגים וכללים:** **מצבים דינמיים:** הקטנה/הגדלה, הוזלה/התייקרות. **יסוד כפלי:** הגדלה ב-25% שקולה לכפל פי 1.25 ; הקטנה ב-25% שקולה לכפל פי 0.75 . **שני תהליכים עוקבים:** על סמך היסוד הכפלי מתקיים חוק החילוף בשני תהליכים עוקבים (הוזלה כפולה ,התייקרות כפולה ,הוזלה והתייקרות). **מיומנויות:** חישוב הגדלה/הקטנה של כמות באחוז נתון חישוב הגודל המקורי כאשר ידוע הגודל לאחר שינוי ואחוז השינוי ביטוי הגדלה/הקטנה באחוז כפעולת כפל (יסוד כפלי) חישוב תוצאת שני שינויים עוקבים באחוזים הסבר מדוע הגדלה והקטנה באותו אחוז עוקבים לא מחזירים לנקודת המוצא פתרון שאלות מילוליות ואורייניות המשלבות אחוזים בהקשרים שונים בדיקת סבירות הפתרון המתקבל	יש לפתח תובנה חשבונית לשימוש באחוזים באמצעות הדגשת היסוד הכפלי. יש לבסס את חוק החילוף בשני תהליכים עוקבים. יש לשלב בקרה עצמית לגבי סבירות הפתרון. יש לפתור שאלות מילוליות ואורייניות המשלבות אחוזים.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

משימות אוריינות לביצוע - שכבה ז תשפ"ו

מורים יקרים,

לפניכם קובץ ובו רשימת משימות אוריינות לביצוע, לפי חודשים.

חלק מהמשימות הן על נייר, וחלקן מקוונות (במרחב הלמידה ב- moodle).

המשימות מוגדרות לשלבי הוראה שונים: פתיחה והבניית ידע, תרגול, סיכום.

אנו ממליצים להעביר בכיתה את כל המשימות.

שימו לב:

יתבצע מעקב שוטף על ביצוע המשימות, כחלק מהתהליך הלימודי וההערכה הבית ספרית.

משימות החובה במודל ממורקרות.

הקישורים המפנים למשימות המקוונות במסמך זה, מפנים למרחב למידה ב- moodle, שהוא לצפייה שלכם בלבד.
כדי להעביר את המשימה לתלמידים ולעקוב אחר ביצועי התלמידים, יש לפתוח מרחב למידה כיתתי ולשלוח לתלמידים קישור למשימות ממרחב הלמידה שלכם.

במרחב הפדגוגי מתמטיקה חט"ב תוכלו למצוא מועדי הדרכה וסרטוני הדרכה לשימוש ב- moodle .

חודש	מספר שעות ההוראה	פירוט הנושא	חומרי למידה		
			המלצות לפתיחת שיעור	**תרגול**	**סיכום**
חובה לביצוע עד 31/10/2025 **4 משימות מתוך 8 משימות ספטמבר-אוקטובר**					
ספטמבר **15 שעות**	9	חוקיות במבנים של צורות, בסדרות מספרים (כולל בניית ביטויים אלגבריים)	מגדלור משקאות בקיוסק בית הספר משימה במודל: מספר משבצות בריבוע	משבצות בלוח משחק כוסות חד פעמיות רמה בסיסית	מחברים שולחן לשולחן תבנית של משולשים
		הצבה בביטויים אלגבריים, חישוב ערך הביטוי	תשלום לועד הבית	נוסעים במונית	ביטויים אלגבריים - הצבות וחישובים
		הבנת הזווית הישרה באמצעות מלבן, ניצבות, ישרים מקבילים	פעילות במודל: מרובע שהוא מלבן		

6

		תכונות המלבן (צלעות נגדיות, צלעות סמוכות, זוויות, אלכסונים שווים ונחצים)	מגלים את תכונות אלכסוני המלבן	הולכים על מגרש מלבני פאנלים סולאריים לחלל	
		חישובי שטח והיקף של מלבן		פרחים, עצים ומה שביניהם	חלון חדש בסלון
		הסימנים המתמטיים של הקבלה וניצבות			
	4	שוויון בין ביטויים אלגבריים, כינוס איברים דומים	**משימה שניתן לפתור בדרכים שונות, ולהגיע לשוויון בין ביטויים אלגבריים** גינת השושנים של המלך מתיא	מסביב לבריכה הקישור לצפייה למורה בלבד! יש לגרור את המשימה ממשבצת העדכונים למרחב הלמידה הכיתתי	
אוקטובר 10 שעות	4	תיבה: שטח פנים, נפח, פריסה	**יישומון במודל שבעזרתו מורה יכול להדגים בכיתה איך מחשבים נפח של תיבה** יישומון	צובעים קופסאות קרטון הקישור לצפייה למורה בלבד! קישור לתלמידים יעודכן בהמשך. אקווריום [מאוד]	עוברים דירה עוברים דירה - א [רמה רגילה] עוברים דירה - ב [רמה מתקדמת] הקישור לצפייה למורה בלבד! קישור לתלמידים יעודכן בהמשך.

	2	חוקי פעולות החשבון: חוק החילוף וחוק הקיבוץ איברים ניטרליים אי חילוק באפס, מספרים הופכיים (כולל ביטויים אלגבריים)	**משימות קצרות המדגימות את השימוש בחוקי פעולות**	מגרשים לבנייה	מודדים טמפרטורה

משימת הערכה לתלמידי שכבה ז

בחודש אוקטובר 2025 תשלח משימת הערכה ארצית ראשונה.
המשימה כתובה ברוח אורייני והיא מותאמת לנושאים שיילמדו בחודש ספטמבר, לפי פריסת ההוראה.
מטרת המשימה היא מיפוי, כדי לאפשר מענה מתאים (פרטני או קבוצתי) להמשך הלמידה.
המשימה היא משימה מקוונת והיא תשלח למרחב הלמידה במערכת ה- moodle.
מועד השליחה הוא 23.10.25 (מיד לאחר חג סוכות).
חובה לביצוע עד 9/11/2025 .
חשוב להעביר את המשימה לאחר תרגול והתנסות במשימות המחייבות של חודש ספטמבר, המופיעות בפריסת ההוראה.

משימת ההערכה מופיעה במשבצת העדכונים

חובה לביצוע עד 30/11/2025 :
זורקים אבן מצוק - חובה
ובנוסף, 3 משימות נוספות לבחירה מתוך משימות החובה המסומנות
(4 משימות בסך הכול)

נובמבר 20 שעות	5	הבנת משמעות פתרון המשוואה (ללא מספרים מכוונים)	משוואות בצורות קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: אלגברה / פתרון משוואות / משמעות הפתרון של משוואה / משוואות בצורות II במרחב הלמידה יש משימה נוספת לתרגול: משוואות בצורות I		משמעות הפתרון של משוואה קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: אלגברה / פתרון משוואות / משמעות הפתרון של משוואה / משמעות הפתרון של משוואה
		פיתוח אינטואיציה לפתרון משוואות פשוטות מהצורה $ax + b = c$, כאשר אחד הפרמטרים b או c מתאפס		מאזנים את המאזניים קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: אלגברה / פתרון משוואות / משמעות הפתרון של משוואה / מאזנים את המאזניים	
		פתרון משוואות ללא מספרים מכוונים		הקוד ללוקר של עידו (סטורילַיין) המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה	
	6	גובה במשולש	**משימה הכוללת יישומון במודל שבעזרתה תלמיד יכול להבין את המושג "גובה במשולש"** גובה במשולש		

			קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: גיאומטריה / משולשים - גובה במשולש - גובה במשולש בסיסי		
		שטח משולש (חד זוויות, ישר זווית, קהה זווית)		הפיצרייה של טוני (סטוריליין) קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה	
		שטחי מצולעים כסכום של שטחים של משולשים ומלבנים			מי לכלך את אולם הספורט? (סטוריליין) קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה
	6	חוק הפילוג	**משימה ללמידה עצמאית** ממכפלה לסכום או הפרש - חוק הפילוג קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: אלגברה / פעולות החשבון וחוקיהן / חוקי פעולות החשבון / ✍ ממכפלה לסכום או הפרש - חוק הפילוג		

		סדר פעולות חשבון		התאמת תרגיל עם סוגריים לשאלה מילולית קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: פעולות החשבון וחוקיהן / פעולות חשבון וסוגריים / התאמת תרגיל עם סוגריים לשאלה מילולית	
		סדר פעולות חשבון כולל שימוש בחזקה ושורש ריבועי (שורש ריבועי של מספרים שלמים בלבד)	**משימה ללמידה עצמאית** הכרות עם פעולת החזקה קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: פעולות החשבון וחוקיהן / פעולות החשבון וחוקיהן חזקות ושורשים / ✍ הכרות עם פעולת החזקה		זורקים אבן מצוק המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה למורים שפתחו מרחב אחרי 12.11, מיקום המשימה במרחב הכיתתי: אלגברה / ביטויים אלגבריים / הצבה בביטוי אלגברי - מספרים חיוביים / זורקים אבן מצוק
חובה לביצוע עד 31/12/2025 : **הקינות המנצח + ריצוף מרפסת - חובה** **ובנוסף, משימה 1 נוספת לבחירה מתוך משימות החובה הממורקרות בתכלת** **(סך: 3 משימות לפחות)**					
דצמבר **17 שעות**	5	שאלות מילוליות / שאלות אוריינות המשלבות חישוב	התאימו את המשוואה קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד!	טריאתלון - שאלות תנועה (סטורילייין)	

		היקפים, שטחים ותנועה	מיקום המשימה במרחב הכיתתי: אלגברה / שאלות מילוליות / שאלות מילוליות כלליות / התאימו את המשוואה		
	2	שטח של מצולעים		משימת מאור: ריצוף - שטח משטח מרוצף רמה בסיסית רמה מצומצמת	ריצוף מרפסת המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה יש למקם את המשימה במרחב הכיתתי: גאומטריה / מרובעים / ריצוף מרפסת
	6	שימוש והצגה של מספרים שליליים בחיי היומיום	הרחבת עולם המספרים קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / הכרות עם המספרים המכוונים / ✍ הרחבת עולם המספרים	מספרים מכוונים בחיי היומיום קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / הכרות עם המספרים המכוונים / מספרים מכוונים בחיי היומיום	
		סדר על ציר המספרים	מיקום נקודה על ציר המספרים קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / ציר המספרים / ציר המספרים /		

			מיקום נקודה על ציר המספרים		
		מספרים נגדיים וערך מוחלט	משימות לחקר ולמידה עצמית: הערך המוחלט של מספר קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / ציר המספרים / ערך מוחלט ומספר נגדי / ✍ הערך המוחלט של מספר מספרים נגדיים קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / ציר המספרים / ערך מוחלט ומספר נגדי / ✍ מספרים נגדיים		מינוס, פלוס: משימה מסכמת המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה יש למקם את המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / ציר המספרים / סיכום - המספרים המכוונים / מינוס, פלוס: משימה מסכמת
		חיבור וחיסור של מספרים מכוונים	חיבור מספרים מכוונים - על ציר המספרים קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / פעולות חשבון / חיבור מספרים	תשבץ חיבור וחיסור קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / פעולות חשבון / חיבור וחיסור מספרים מכוונים / תשבץ חיבור וחיסור	הקינות המנצח - מספרים מכוונים (סטוריליין) המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה יש למקם את המשימה במרחב הכיתתי:

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

			מכוונים / חיבור מספרים מכוונים - על ציר המספרים מזיזים נקודה לקביעת סימן התוצאה קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / פעולות חשבון / חיבור מספרים מכוונים / מזיזים נקודה לקביעת סימן התוצאה	נכתוב מספרים קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / פעולות חשבון / חיבור מספרים מכוונים / נכתוב מספרים	מספרים מכוונים / ציר המספרים / סיכום - המספרים המכוונים / הקינוח המנצח - מספרים מכוונים כותבים תרגילים קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / פעולות חשבון / חיבור וחיסור מספרים מכוונים / כותבים תרגילים
משימת הערכה ינואר לביצוע עד תאריך: **30.01.26** **חובה לביצוע עד 08/02/2026 :** **1. מדידת זוויות** **2. הצבה בביטוי אלגברי - מספרים מכוונים**					
	9	חיבור וחיסור ללא סוגריים, כפל וחילוק מספרים מכוונים. לשלב הצבה של מספרים שליליים בביטויים אלגבריים מסוגים שונים		מחברים מספרים לפי מסלול קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / פעולות חשבון / חיבור וחיסור מספרים	סימן התוצאה בכפל וחילוק קישור זה הוא לצפייה למורה בלבד! מיקום המשימה במרחב הכיתתי: מספרים מכוונים / פעולות חשבון / כפל וחילוק מספרים

				מכוונים / מחברים מספרים לפי מסלול	מכוונים / סימן התוצאה בכפל וחילוק - יותר משני מספרים
ינואר **20 שעות**	3	כתיבה וסימון של זוויות בדרכים שונות		מדידת זוויות - משימה לחודש ינואר המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה מיקום המשימה במרחב הכיתתי: גיאומטריה / זוויות /סימון, סכום והפרש זוויות, חוצה-זווית / מדידת זוויות - משימה לחודש ינואר	מזגן על קיר הכיתה - זוויות וסוגי זוויות (סטורילייין) המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה מיקום המשימה במרחב הכיתתי: גיאומטריה / זוויות /סימון, סכום והפרש זוויות, חוצה-זווית / מזגן על קיר הכיתה - זוויות וסוגי זוויות
		מדידת זווית וסוגי זוויות			
	5	הצבת מספרים, כולל מספרים שליליים, בביטויים אלגבריים (כולל חזקות, ולאחר פישוט וכינוס איברים)			הצבה בביטויים אלגבריים - מספרים מכוונים - משימה לחודש ינואר המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה מיקום המשימה במרחב הכיתתי: אלגברה / ביטויים אלגבריים / הצבה בביטוי אלגברי - מספרים מכוונים / ☑ הצבה בביטוי אלגברי - מספרים מכוונים - משימה לחודש ינואר
	3	תרגול והשלמות של משימות מחודשים קודמים			

		משימת הערכה ינואר			
חובה לביצוע עד 06/03/2026 : **1. תשלום לוועד הבית (משימת מאור)** **2. נעזרים במשוואות לחישוב גדלים של זווית**					
פברואר **20 שעות**	8	פתרון משוואות מהצורה: ax + b = cx + d כולל מספרים מכוונים ושברים פשוטים			
		פתרון משוואות מהצורה: $\frac{x+2}{4} = 6$ כולל מספרים מכוונים ושברים פשוטים		תשלום לוועד הבית (משימת מאור) המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה מיקום המשימה במרחב הכיתתי: אלגברה / פתרון משוואות / משוואות - מספרים חיוביים / תשלום לוועד הבית - תוכנית מאור	
	7	זוויות צמודות וזוויות קודקודיות	זיהוי זוויות צמודות וקודקודיות		
		חוצה זווית			נעזרים במשוואות לחישוב גדלים של זווית המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה מיקום המשימה במרחב הכיתתי:

					גאומטריה / זוויות / סימון, סכום והפרש זוויות, חוצה-זווית / נעזרים במשוואות לחישוב גדלים של זוויות
	3	הכרת מערכת הצירים			
		סימון וקריאה של נקודות במישור		מבוך במערכת צירים	סימון וקריאה של נקודות במערכת צירים

עדכונים לחודשים מרץ-אפריל

- **דוגמאות למבחן מפמ"ר יפורסמו בהמשך.**
- **משימת הערכה מרץ ניתנת לביצוע באחד האופנים הבאים (לפי שיקול דעת הצוות המקצועי בבית הספר): שיעור סינכרוני בזום, משימה לשיעור אסינכרוני, במהלך שיעור בכיתה, משימה לחופשה.**

חובה לביצוע עד 30/04/2026 :

1. **מתחם מחנה קיץ**
2. **העכבישה המהנדסת - זוויות צמודות וקודקודיות (סטורילייין)**
3. **משימת הערכה מרץ**

מרץ **12 שעות**	8	שאלות מילוליות מסוגים שונים בשילוב משוואות קוויות			
	4	המשך מערכת צירים: חישובי קטעים המקבילים לצירים,		שלוש נקודות חלק א (מאור) קישור למדריך למורה	מתחם מחנה קיץ

		חישובי שטחים והיקפים של צורות.				
		זוויות (חזרה)				העכבישה המהנדסת - זוויות צמודות וקודקודיות (סטורילייין) המשימה נמצאת במשבצת העדכונים במרחב הלמידה מיקום המשימה במרחב הכיתתי: גאומטריה / זוויות / זוויות צמודות וקודקודיות / העכבישה המהנדסת - זוויות צמודות וקודקודיות
אפריל **15 שעות**	5	קריאת גרפים: להדגים תופעות המיוצגות באמצעות גרף במערכת צירים. המרת ייצוגים מגרף לטבלה. לשלב שאלות מחיי היומיום				
	5	זוויות מתחלפות ומתאימות בין ישרים מקבילים.				
	4	שטח עיגול				
		היקף מעגל				

מאי 20 שעות	2	חישובי שטחים והיקפים של צורות מורכבות			יום הולדת 4 - שטחים וביטויים אלגבריים קישור למשימה יעודכן בימים הקרובים
	2	מיון משולשים לפי צלעות וזוויות (משולש שווה שוקיים, משולש שווה צלעות)			
		משפט "סכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית"			
	5	מנסרה היכרות עם הגוף			תעלומת הקופסה המשולשת (סטורילייין)
		מנסרה-חישוב שטח פנים			
		מנסרה-חישוב נפח			
		מנסרה-פריסה			

מדינת ישראל
משרד החינוך
מינהל חדשנות וטכנולוגיה
אגף א' STEM
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

עדכון תכנית הלימודים בחט"ב - רצף הוראה מומלץ לכיתה ז'

תחום 1	היקף הוראה 3 ש"ש	תחום 2	היקף הוראה 2 ש"ש
מספרי (כל הנושאים)	12 שבועות (סה"כ 36 שעות)	גאומטרי (זוויות, צורות חופפות במישור, שטחים א', קובייה, תיבה)	17 שבועות (סה"כ 34 שעות)
אלגברי (משתנים וביטויים אלגבריים)	5 שבועות (סה"כ 15 שעות)		
אי ודאות (כל הנושאים)	5 שבועות (סה"כ 15 שעות)	אלגברי (המשך משתנים וביטויים אלגבריים)	5 שבועות (סה"כ 10 שעות)
אלגברי (משוואות ופתרונן, נקודות על גרף ברביע I)	8 שבועות (סה"כ 24 שעות)	גאומטרי (משפט פיתגורס, המשך חישוב היקפים, שטחים ב', מנסרה משולשת)	8 שבועות (סה"כ 16 שעות)

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

פריסת הוראה כיתה ז - תשפ"ו

הערות:

1. מרחב פדגוגי - מתמטיקה חט"ב האתר המרכזי בו תמצאו תוכניות ופריסות הוראה ,
חומרי למידה בנושאים שונים בתכנית הלימודים,
מקבצי שאלות בנושאים שונים במרחב הפדגוגי, אוסף של מאגרי שאלות ומבחני מפמ"ר ועוד.
2. מומלץ לעיין בתוכנית הלימודים המפורטת כדי ללמוד על הדגשים ולראות דוגמאות מומלצות לתרגול.
3. אתר מודל מתמטיקה חט"ב
4. דגשים וחומרי למידה בחטיבת הביניים בעקבות תכנית הלימודים החדשה בחטיבה העליונה ניתן למצוא במרחב הפדגוגי.
5. משימות אוריינות:

   תכנית מאור- אוסף משימות לתלמידים בנושאים שונים בכיתות ז-ט ומדריך למורה.

   משימות אוריינות לביצוע – משימות STEM במסגרת תוכנית "ישראל ריאלית" תשפ"ו.
6. מומלץ להיעזר בקובץ גיאומטריה, מספריים וקיפולי נייר

   (המחשת התכונות על ידי נגזרות מנייר וקיפולי נייר).

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

פריסת הוראה לחודש ספטמבר 2025

חודש	תחום לימודי	מספר שעות הוראה	הנושא	פירוט הנושא	הערות
ספטמבר **15 שעות** **מסמך משימות אוריינות לביצוע**	אלגברי	9	משתנים וביטויים אלגבריים, והכללה של תופעות מספריות	חוקיות במבנים של צורות, בסדרות מספרים	תלמיד מתקשה יכול בשלב זה לתאר חוקיות באמצעות מילים בלבד. חשוב להכיר חוקיות של מכפלה: $2n, 3p$ להבדיל מביטויים כמו: $2n+1$. הצבות של מספרים אי שליליים בביטויים קצרים מומלץ ללמד את הנושא במספרים טבעיים בלבד ורק לאחר מכן לשלב שברים פשוטים (חצי, רבע). לשמור על סימן הכפל בין מקדם למשתנה בשלב זה. להדגיש: $2x = 2 \cdot x$
	גאומטרי	6	מלבן, תיבה, ניצבות והקבלה	זווית ישרה, מושגים ותכונות של מלבן, חישובי שטח והיקף של מלבן. הסימנים המתמטיים של הקבלה וניצבות.	יש ללמוד להכין זווית ישרה באמצעות קיפול נייר. הבנה של זווית ישרה באמצעות מלבן וניצבות. מושגים במלבן ותכונות המלבן: צלעות נגדיות, צלעות סמוכות, זוויות, אלכסונים שווים ונחצים.

פריסת הוראה לחודש אוקטובר 2025

חודש	תחום לימודי	מספר שעות הוראה	הנושא	פירוט הנושא	הערות
אוקטובר **20 שעות** **מסמך משימות אוריינות לביצוע**	אלגברי	4	משתנים וביטויים אלגבריים והכללה של תופעות מספריות	שוויון בין ביטויים אלגבריים, כינוס איברים דומים	-כינוס איברים דומים: $x + x = 2x$ $2x + 1 \neq 3x$ לשים דגש למשמעות של איברים דומים כמו $x^2 + 2x^2 + 3x = 3x^2 + 3x$ $\frac{x}{4} = \frac{1}{4}x$ להדגיש כינוס איברים מהסוג $2x + \frac{x}{4} = 2\frac{1}{4}x$
	גאומטרי	2	מלבן, תיבה, ניצבות והקבלה	תיבה: שטח פנים, נפח, פריסה	יש להשתמש באמצעי המחשה כמו קופסאות לתיבות וקוביות.
	מספרי	2	פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים	חוקי פעולות החשבון: חוק החילוף וחוק הקיבוץ, איברים ניטרליים, אי חילוק באפס, מספרים הופכיים.	להדגים חוקי חשבון גם עם שימוש באלגברה: $x + 5 = 5 + x$ $2 \cdot x = x \cdot 2$ $x = 1 \cdot x$ $a + 0 = 0 + a$ עיסוק במספרים אי שליליים בלבד. יש לשלב התחלה של שאלות מילוליות עם ביטויים חשבוניים בלבד.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

פריסת הוראה לחודש נובמבר 2025

חודש	תחום לימודי	מספר שעות הוראה	הנושא	פירוט הנושא	הערות
נובמבר **20 שעות** **מסמך משימות אוריינות לביצוע**	אלגברי	**5**	פתרון משוואות פשוטות	פתרון משוואות ללא מספרים מכוונים	להתחיל את הנושא משאלה מילולית הממחישה את הצורך בפתרון משוואות. פיתוח אינטואיציה לפתרון משוואות פשוטות מהצורה $ax + b = c$. משמעות פתרון המשוואה. יש לשלב בנושא גם הצבה במשוואה לבדיקת הפתרון ולאימות. למשל: איזה מהמספרים הבאים 1,2,3 הוא פתרון המשוואה $x^2 = x + 2$?
	גאומטרי	**2**	סוגי משולשים	מיון משולשים, משולש ישר זווית ושטחו	מיון משולשים: קהה זווית, חד זוויות, ישר זווית (שיום הצלעות ניצב ויתר), שווה שוקיים (שיום הצלעות בסיס ושוק). שטח משולש ישר זווית (כמחצית משטח מלבן), אפשר לשלב שטחים עם ביטויים אלגבריים ושטחים מורכבים (של משולש ישר זווית ומלבן)
	גאומטרי	**4**	שטחים	גובה במשולש, שטח משולש, שטח של מצולעים	גבהים במשולשים שונים יישומון גובה במשולש יישומון 3 גבהים במשולש יש להתייחס לגבהים לפי סוגי משולשים שונים (חד זוויות, ישר זווית, קהה זווית). חישוב שטחי מצולעים כסכום או הפרש של שטחים של משולשים ומלבנים. לשלב שאלות אוריינות.
	מספרי	6	פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים	חוק הפילוג, סדר פעולות החשבון כולל שימוש בחזקה ושורש ריבועי (שורש ריבועי מספרים שלמים בלבד)	חוק הפילוג: שימוש במספרים ובאלגברה. עיסוק במספרים אי שליליים בלבד. יש להקפיד על תרגילים קצרים ומשמעותיים ללא ריבוי סוגריים.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

פריסת הוראה לחודש דצמבר 2025

חודש	תחום לימודי	מספר שעות הוראה	הנושא	פירוט הנושא	הערות
דצמבר **20 שעות** **מסמך משימות אוריינות לביצוע**	אלגברי	5	שאלות מילוליות פשוטות	שאלות מילוליות במגוון תכנים כולל שאלות לחישוב היקפים ושטחים.	לשלב שאלות אוריינות, לשלב חישובים העוסקים בקשר בין מהירות זמן ודרך
	גאומטרי	2	שטחים	שטח של מצולעים - המשך	ללמד שטחי מצולעים כסכום שטחים של משולשים ומלבנים. לשלב שאלות אוריינות.
	מספרי	6	מספרים שליליים חיוביים ואפס	שימוש והצגה של מספרים שליליים בחיי היומיום, סדר על ציר המספרים, מספרים נגדיים וערך מוחלט, חיבור וחיסור מספרים מכוונים	בשלב זה רצוי להציג מספרים שליליים עם סוגריים. להתייחס גם לשברים ומספרים עשרוניים על ציר המספרים (במידה). להרחיב את חוקי הפעולות גם למספרים מכוונים. כל שני מספרים נגדיים נמצאים במרחקים שווים מהאפס. המספר הנגדי של שלילי הוא חיובי, ולהיפך. להדגיש את הכתיבה של המספר הנגדי: $-a$ הוא מספר נגדי ל- a (a הוא מספר חיובי או שלילי). לא להשתמש בערך מוחלט לביצוע פעולות חשבון.

קובץ משימות לסיכום מחצית שכבה ז

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

פריסת הוראה לחודש ינואר 2026

חודש	תחום לימודי	מספר שעות הוראה	הנושא	פירוט הנושא	הערות
	מספרי	9	מספרים שליליים חיוביים ואפס	פעולות חשבון במספרים מכוונים	חיבור וחיסור מספרים מכוונים, כפל וחילוק מספרים מכוונים, חזקות
ינואר **20 שעות** **מסמך משימות אוריינות לביצוע**	אלגברי	6	ביטויים אלגבריים	הצבת מספרים, כולל מספרים שליליים, בביטויים אלגבריים	הצבה בביטוי אלגברי כולל חזקות (הצבת מספרים מכוונים בבסיס החזקה כאשר מעריך החזקה מספר טבעי). הצבת מספרים לאחר פישוט וכינוס איברים.
	גאומטרי	3	זוויות	כתיבה וסימון של זוויות בדרכים שונות, מדידת זווית	מציאת סכום (או הפרש) של זוויות מתבצע באמצעות סרטוט שתי זוויות בעלות קודקוד ושוק משותפים, לשם קבלת זווית שהיא תוצאת הפעולה

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

פריסת הוראה לחודש פברואר 2026

חודש	תחום לימודי	מספר שעות הוראה	הנושא	פירוט הנושא	הערות
פברואר **20 שעות** **מסמך משימות אוריינות לביצוע**	אלגברי	8	פתרון משוואות	פתרון משוואות כולל מספרים מכוונים ושברים פשוטים	פתרון משוואות מהצורה: $ax + b = cx + d$, $\frac{x+2}{4} = 6$ לשלב משוואות עם שברים ומספרים עשרוניים כמו: $0.3x + 5 = 0.2x + 6$ $\frac{1}{2}x = \frac{1}{3}x + 1$ יש לפתור משוואות מסוג זה על ידי חיבור/חיסור שברים ולא באמצעות מכנה משותף. יש לבדוק את הפתרון שהתקבל באמצעות הצבה.
	גאומטרי	7	זוויות	חוצה זווית, זוויות צמודות וזוויות קודקודיות	
	מספרי	3	מערכת צירים	הכרת מערכת הצירים, סימון וקריאה של נקודות במישור	בסביבת המודל תמצאו יחידת הוראה מלאה בנושא זה.

פריסת הוראה לחודש מרץ 2026

חודש	תחום לימודי	מספר שעות הוראה	הנושא	פירוט הנושא	הערות
מרץ **12 שעות** **מסמך משימות אוריינות לביצוע**	אלגברי	8	שאלות מילוליות	שאלות מילוליות בשילוב משוואות שאלות אוריינות	שאלות בתכנים שונים המתאימות למשוואות מהצורה: $d + cx = b + ax$
	מספרי	4	מערכת צירים	אורכי קטעים המקבילים לצירים, חישוב שטחים והיקפים של צורות	חישוב אורכים רק של קטעים המקבילים לצירים. בסביבת המודל תמצאו יחידת הוראה מלאה בנושא זה.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

פריסת הוראה לחודש אפריל 2026

חודש	תחום לימודי	מספר שעות הוראה	הנושא	פירוט הנושא	הערות
אפריל **15 שעות** **מסמך משימות אוריינות לביצוע**	אלגברי	5	קריאת גרפים	להדגים תופעות המיוצגות באמצעות גרף במערכת צירים. מעבר מייצוג גרפי לייצוג בטבלה.	הגרפים צריכים להיות בהקשר לחיי היומיום
	גאומטרי	5	זוויות	זוויות מתחלפות ומתאימות, זוויות מתחלפות ומתאימות בין ישרים מקבילים, סכום זוויות במשולש.	ללמד רק את המשפט "כאשר נתונים ישרים מקבילים וישר שלישי החותך אותם הזוויות המתחלפות / המתאימות שוות" (ללא משפט הפוך)
	גאומטרי	4	שטחים והיקפים	שטח עיגול והיקף מעגל	מומלץ לעשות את פעילות החקר לגילוי הערך של פאי הנמצאת במרחב הלמידה במודל (במצגת יש קישורים לדפי פעילות) כדאי להדגים בעזרת יישומונים שטח עיגול, היקף מעגל לשלב שאלות אוריינות. בסביבת המודל תמצאו יחידת הוראה מלאה בנושא זה

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

פריסת הוראה לחודש מאי 2026

חודש	תחום לימודי	מספר שעות הוראה	הנושא	פירוט הנושא	הערות
מאי **20 שעות** **מסמך משימות אוריינות לביצוע**	אלגברי	9	שאלות אוריינות אינטגרטיביות		שאלות המשלבות נושאים שונים ותחומים שונים (למשל, אלגברי וגאומטרי) ליישום הנושאים שנלמדו בהקשרים שונים (חיי יומיום, מדעי ועוד).
	גאומטרי	2	שטחים והיקפים של צורות מורכבות	שטחים והיקפים של צורות המורכבות ממרובעים, משולשים ומעגל	
	גאומטרי	2	צלעות במשולש	משפט "סכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית"	יש ללמד נושא זה באמצעות המחשות סרטון המחשה
	גאומטרי	5	מנסרה	היכרות עם הגוף, חישוב שטח פנים, חישוב נפח, פריסה	

פריסת הוראה לחודש יוני 2026

חודש	תחום לימודי	מספר שעות הוראה	פירוט
יוני **14 שעות** **מסמך משימות אוריינות לביצוע**	אלגברי וגאומטרי	14	השלמות של נושאים מחודש מאי, חזרות, השלמות של משימות אוריינות (מודל)

מדינת ישראל
משרד החינוך
מינהל חדשנות וטכנולוגיה
אגף א׳ STEM
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

עדכון תכנית הלימודים בחט"ב - רצף הוראה לכיתה ח'

בשנת הלימודים תשפ"ז

תחום 1	**היקף הוראה 3 ש"ש**	**תחום 2**	**היקף הוראה 2 ש"ש**
עד אמצע ינואר			
מספרי: יחס, פרופורציה, קנה מידה, אחוזים	5 שבועות (סה"כ 15 שעות)	גאומטרי: השלמות, משפט פיתגורס (שילוב עם הנלמד בכיתה ז')	3 שבועות (סה"כ 6 שעות)
		גאומטרי: גליל, חרוט	3 שבועות (סה"כ 6 שעות)
אי ודאות: איסוף וקריאת מידע, שכיחות, שכיחות יחסית	3 שבועות (סה"כ 8 שעות)	גאומטרי: טרנספורמציות, צורות חופפות	3 שבועות (סה"כ 6 שעות)
אלגברי: מבוא לפונקציה, פונקציות בייצוגים שונים	3 שבועות (סה"כ 8 שעות)	אי ודאות: טווח נתונים ומדדי מרכז, שני מקורות מידע	6 שבועות (סה"כ 12 שעות)
אלגברי: גרפים לינאריים, משוואת ישר, פתרון שאלות בעזרת משוואות (כולל אחוזים, תנועה וכו')	6 שבועות (סה"כ 19 שעות)	אי ודאות: אקסטרפולציה, אינטרפולציה	2 שבועות (סה"כ 4 שעות)
מאמצע ינואר			
גיאומטרי: חפיפת משולשים, תיכון, משולש שו"ש, דמיון משולשים	10 שבועות (סה"כ 28 שעות)	אלגברי: המשך שאלות מילוליות, מערכת משוואות (רמה בסיסית)	4 שבועות (סה"כ 8 שעות)
		אי ודאות: הסתברות	3 שבועות (סה"כ 6 שעות)
		אלגברי: אי שוויונות, המשך מערכות משוואות, שאלות מילוליות עם מערכת משוואות	5 שבועות (סה"כ 10 שעות)
גאומטרי: שימוש במשפט פיתגורס במרחב	2 שבועות (סה"כ 6 שעות)		

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

26/3/2025

מורים יקרים,

להלן מסמך המפרט מה נדרש ללמד בכיתה ט' עבור תלמידים המיועדים ללמוד לכל היותר בהקבצת 4 יח"ל בחט"ע.

פירוט הנושאים במסמך זה מתאר את הנושאים והמיומנויות <u>המינימליות</u>, שהמורים נדרשים ללמד בכיתה ט' בשלושה נושאים מרכזיים הנלמדים בכיתה ט': טכניקה אלגברית, פונקציות, גיאומטריה.

את הנושאים סטטיסטיקה והסתברות יש ללמד על פי הפירוט בפריסות הנמצאות בחוזר מפמ"ר תשפ"ה.

קישורים למסמכים: גיאומטריה , פונקציות, טכניקה אלגברית

בברכה

גרגורי שפורין

מפמ"ר מתמטיקה על יסודי