

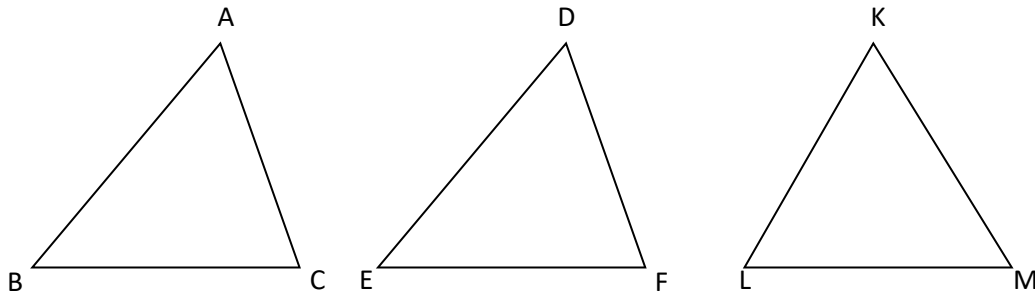
משולשים חופפים, תיכון במשולש ומשולש שווה שוקיים (14 שעות)

שתי צורות נקראות חופפות אם אפשר להניח אחת מהן על האחרת כך שתכסה אותה בדיוק (לשם כך ניתן להזיז, לסובב ולהפוך את הצורות).

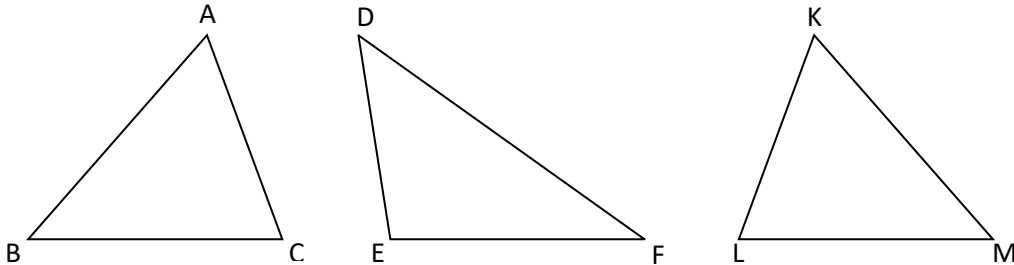
בפרק זה נתמקד במשולשים חופפים.

למידה

1. היעזרו בהעתקת המשולשים DEF ו-KLM על נייר שקוף ובדקו איזה מהמשולשים חופף למשולש ABC.

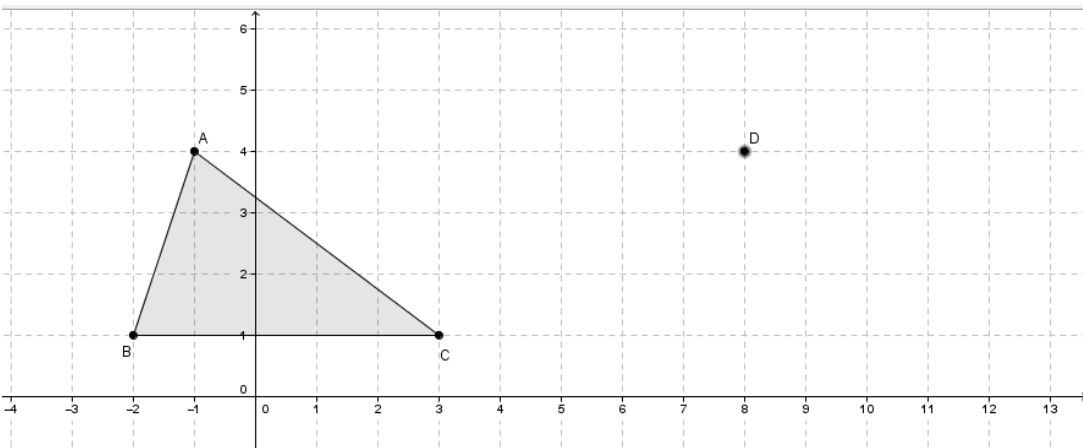


2. היעזרו בהעתקת המשולשים DEF ו-KLM על נייר שקוף ובדקו איזה מהמשולשים חופף למשולש ABC.



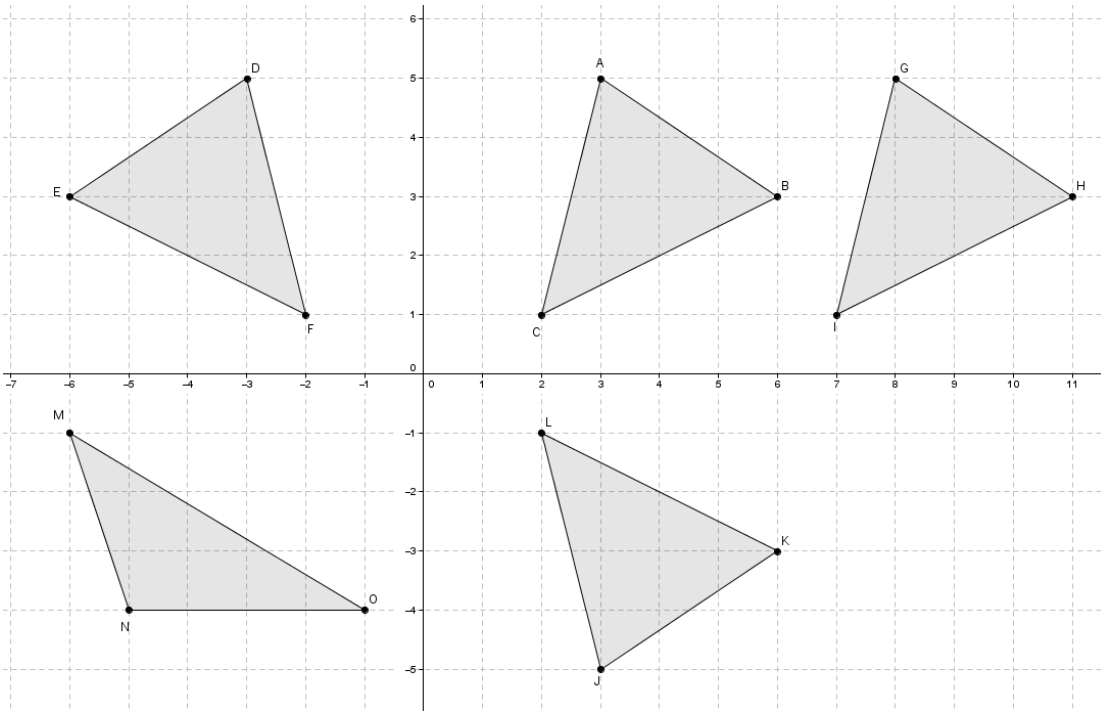
3. א. שרטטו במערכת הצירים משולש חופף למשולש ABC כך שאחד הקודקודים שלו הוא הנקודה D.

ב. כמה משולשים כאלה אפשר לשרטט?



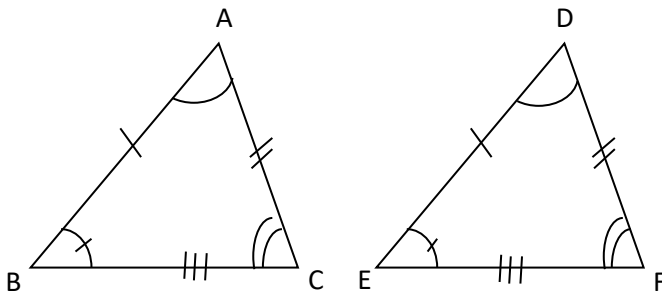
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

4. במערכת הצירים שלפניכם משורטטים משולשים, אילו משולשים חופפים למשולש $\triangle ABC$?



אם המשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle DEF$ חופפים, אז הכתיבה המקובלת לסימון החפיפה היא $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

במשולשים חופפים כל הצלעות שוות זו לזו וכל הזוויות שוות זו לזו.



- $AB = DE$
- $AC = DF$
- $BC = EF$
- $\sphericalangle A = \sphericalangle D$
- $\sphericalangle B = \sphericalangle E$
- $\sphericalangle C = \sphericalangle F$

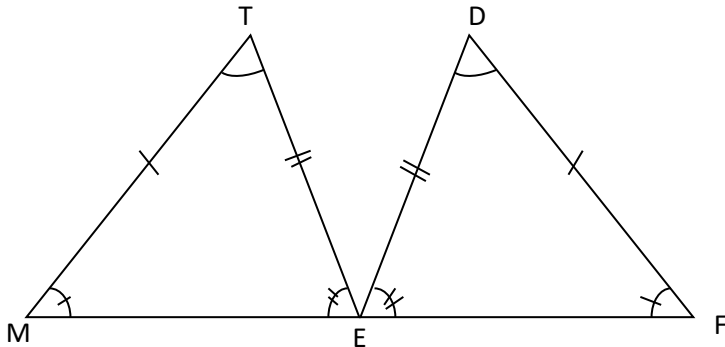
וגם להיפך, אם בשני משולשים כל הצלעות שוות זו לזו וכל הזוויות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים.

נהוג ונוח לרשום את המשולשים עם התאמת קודקודים (לא הכרחי).

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגול

1. E אמצע הקטע MF. לפי הסימונים על השרטוט נמקו מדוע המשולשים שבציור חופפים זה לזה ורשמו את החפיפה בכתב מתמטי.



דוגמאות לפתרון התרגילים

פתרון:

(נתון) $ME = EF$ (E אמצע הקטע MF)

$TM = DF$, $TE = DE$ (נתון)

(נתון) $\sphericalangle TEM = \sphericalangle DEF$, $\sphericalangle M = \sphericalangle F$, $\sphericalangle T = \sphericalangle D$

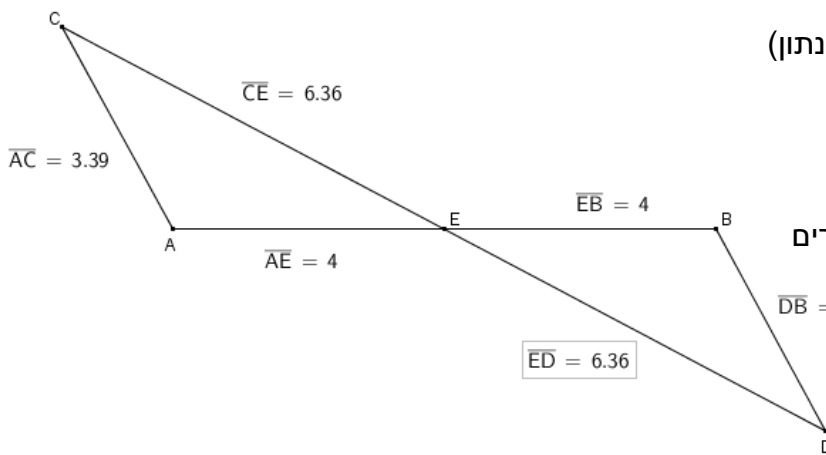
↓

$\triangle TME \cong \triangle DFE$

2. AB ו-CD קטעים הנחתכים בנקודה E כך שנוצרים משולשים שהאורכים של הצלעות שלהם רשומים על גבי השרטוט.

בנוסף נתון: $AC \parallel BD$.

נמקו מדוע המשולשים שבציור חופפים זה לזה ורשמו את החפיפה בכתב מתמטי.



פתרון:

(נתון) $CE = ED$, $AC = BD$, $AE = EB$

$AC \parallel BD$ (נתון)

↓

$\sphericalangle C = \sphericalangle D$, $\sphericalangle A = \sphericalangle B$

(זוויות מתחלפות שוות בין ישרים

מקבילים)

$\sphericalangle CEA = \sphericalangle BED$

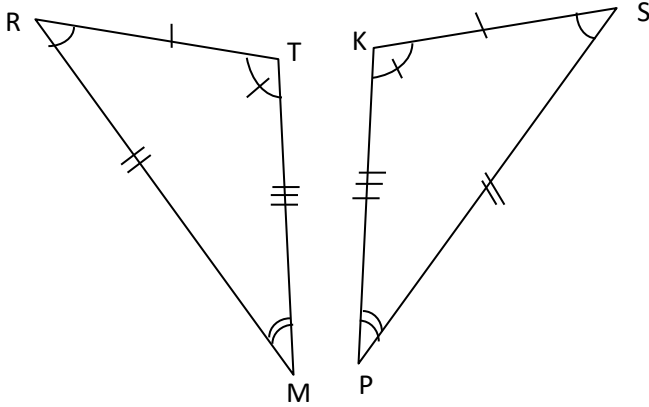
(זוויות קודקודיות שוות זו לזו)

↓

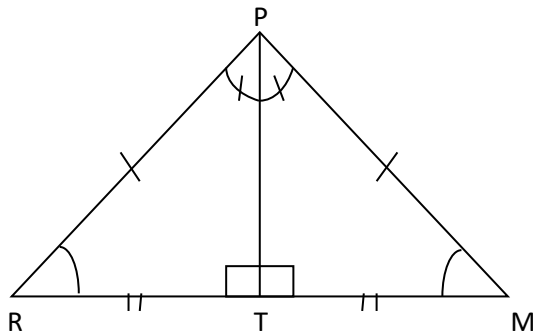
$\triangle ACE \cong \triangle BDE$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

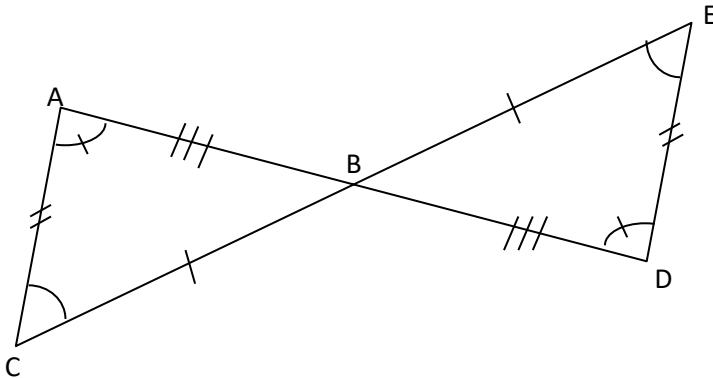
3. לפי הסימונים על השרטוט נמקו מדוע המשולשים שבציור חופפים זה לזה ורשמו את החפיפה בכתב מתמטי.



4. לפי הסימונים על השרטוט נמקו מדוע המשולשים שבציור חופפים זה לזה ורשמו את החפיפה בכתב מתמטי.

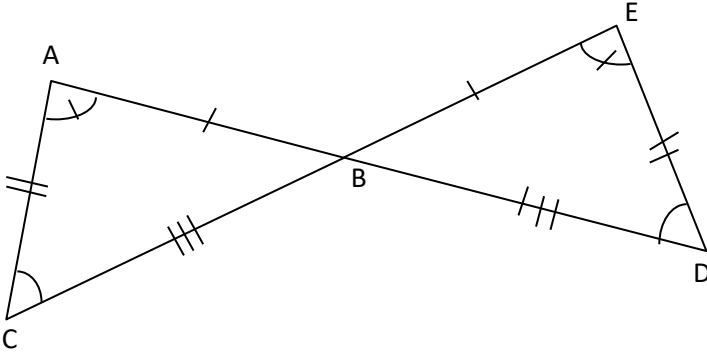


5. AD ו-FC קטעים ישרים הנחתכים בנקודה B. לפי הסימונים על השרטוט נמקו מדוע המשולשים שבציור חופפים זה לזה ורשמו את החפיפה בכתב מתמטי.

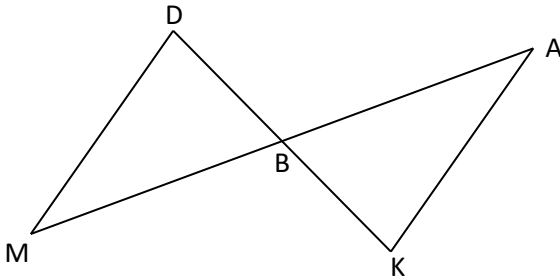


משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

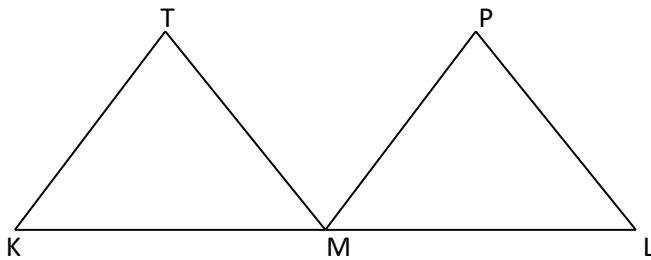
6. AD ו-EC קטעים ישרים הנחתכים בנקודה B. לפי הסימונים על השרטוט נמקו מדוע המשולשים שבציור חופפים זה לזה ורשמו את החפיפה בכתב מתמטי. שימו לב להבדל בין תרגיל 5 לתרגיל 6.



7. AM ו- DK הם קטעים ישרים הנחתכים בנקודה B. $AK = MD$, DK אמצע B, AM אמצע B, $DM \parallel AK$ סמנו את הנתונים על גבי השרטוט נמקו מדוע המשולשים שבציור חופפים זה לזה ורשמו את החפיפה בכתב מתמטי.



8. KM קו ישר
 M אמצע KL
 $TK = PM$
 $TM = PL$
 $\sphericalangle T = \sphericalangle P$

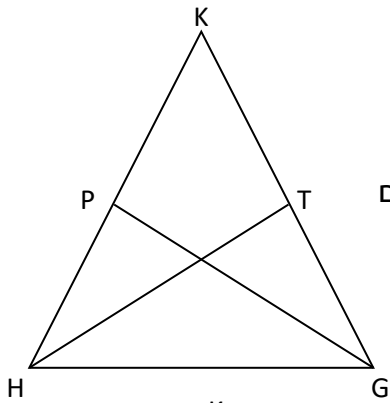


$TM \parallel PL$, $TK \parallel PM$

סמנו את הנתונים על גבי השרטוט נמקו מדוע המשולשים שבציור חופפים זה לזה ורשמו את החפיפה בכתב מתמטי.

בנק נימוקים: צלע משותפת, זוויות קודקודיות שוות זו לזו, זוויות משותפת, זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים, זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים, קטע משותף.

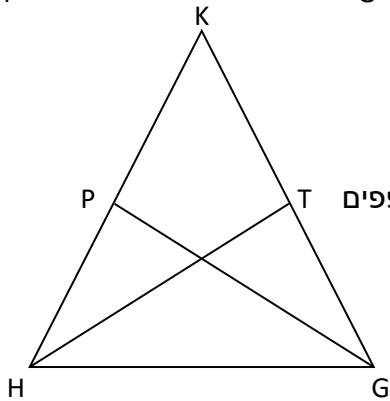
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה



9. נתון משולש KHG. $PG = TH$, $PH = TG$.

$$\sphericalangle H = \sphericalangle G$$

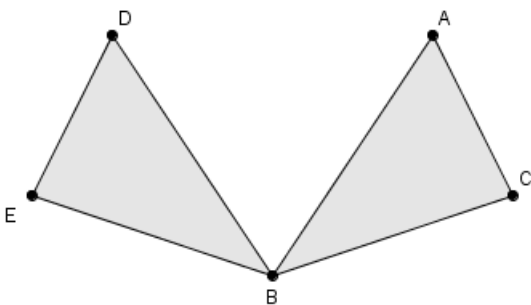
HT, GP הם חוצי הזוויות H, ו-G בהתאמה.
 סמנו את הנתונים בשרטוט, קבעו מיהם המשולשים החופפים
 נמקו מדוע המשולשים שקבעתם חופפים זה לזה
 ורשמו את החפיפה בכתיב מתמטי.



10. נתון משולש KHG. $KH = KG$, $PG = TH$, $KP = KT$.

$$\sphericalangle KPG = \sphericalangle KTH$$

סמנו את הנתונים בשרטוט קבעו מיהם המשולשים החופפים
 נמקו מדוע המשולשים שקבעתם חופפים זה לזה
 ורשמו את החפיפה בכתיב מתמטי.

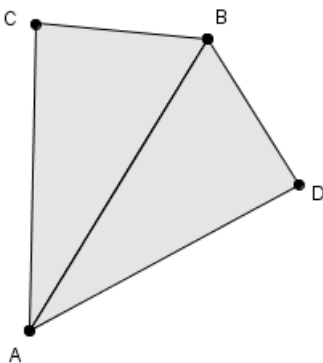


11. נתון: $\triangle ABC \cong \triangle DBE$ בהתאמה.

- רשמו שלושה זוגות של זוויות שוות זו לזו.
- רשמו שלושה זוגות של צלעות שוות זו לזו.

12. נתון: $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ בהתאמה.

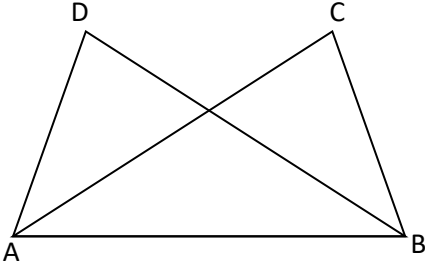
- רשמו שלושה זוגות של זוויות שוות זו לזו.
- רשמו שני זוגות של צלעות שוות זו לזו – שימו לב, הצלע AB היא צלע משותפת לשני המשולשים.



משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

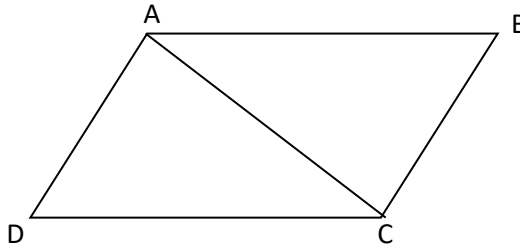
13. נתון: $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ בהתאמה.

- א. רשמו שלושה זוגות של זוויות שוות זו לזו.
 ב. רשמו שני זוגות של צלעות שוות זו לזו – שימו לב, הצלע AB היא צלע משותפת לשני המשולשים.



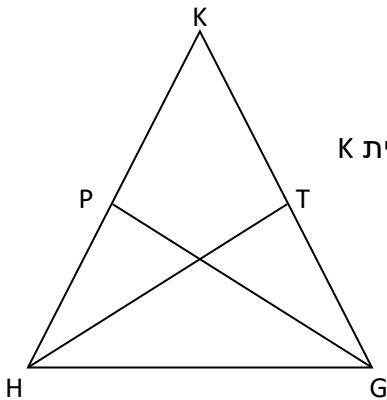
14. נתון: $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ בהתאמה.

- א. רשמו שלושה זוגות של זוויות שוות זו לזו.
 ב. רשמו שני זוגות של צלעות שוות זו לזו – שימו לב, הצלע AC היא צלע משותפת לשני המשולשים.



15. נתון: $\triangle KPG \cong \triangle KTH$ בהתאמה.

- א. רשמו שלושה זוגות של צלעות שוות זו לזו.
 ב. רשמו שני זוגות של זוויות שוות זו לזו – שימו לב, זווית K היא זווית משותפת לשני המשולשים.

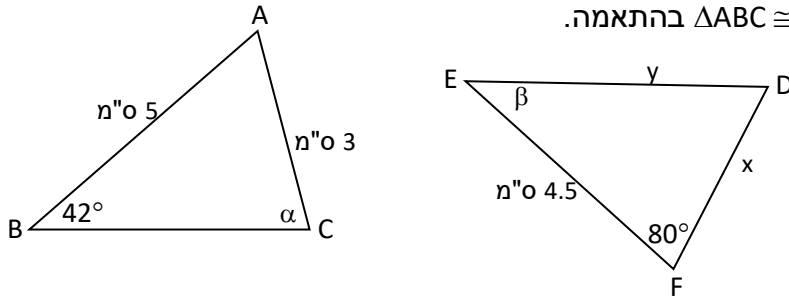


משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

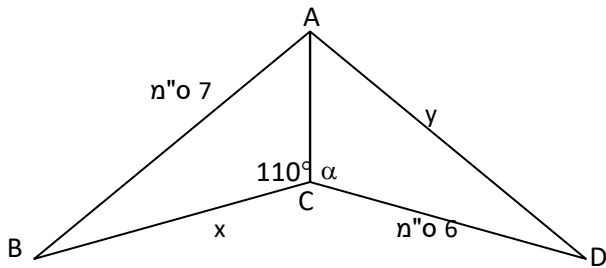
16. בסעיפים הבאים מצאו את הערכים של הצלעות ו/או הזוויות המסומנות

(β, α, y, x) על סמך החפיפה:

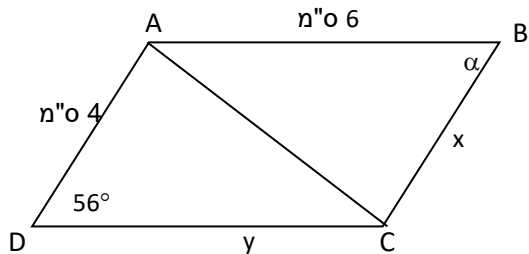
א. נתון: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ בהתאמה.



ב. נתון: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ בהתאמה.



ג. נתון: $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ בהתאמה.



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

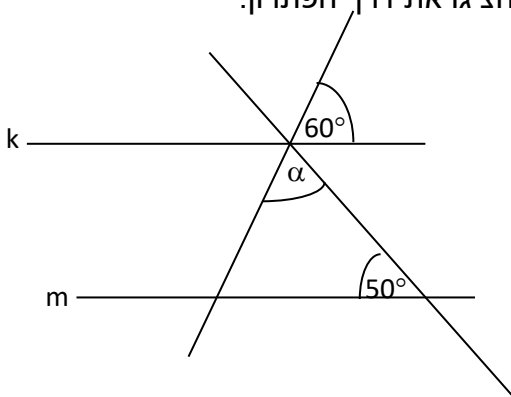
נחזור ונזכור....

17. נתון: $AB = 5$ ס"מ, $BC = 3$ ס"מ, איזה מהאורכים הבאים יכול להתאים לצלע AC כדי שיתקבל משולש ABC? נמקו.
א. 7 ס"מ ב. 8 ס"מ ג. 8.5 ס"מ ד. 9 ס"מ

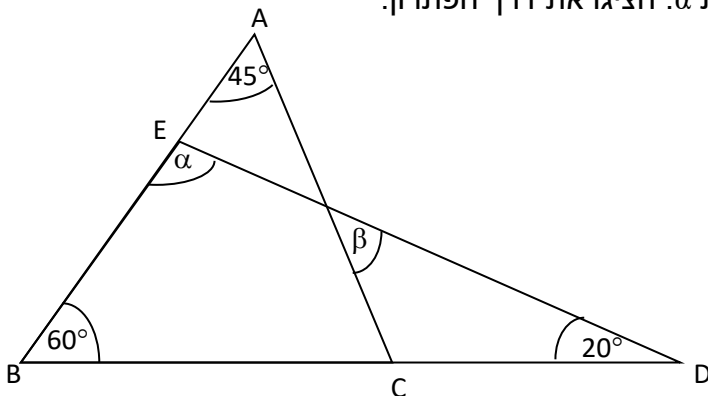
18. נתונות הזוויות: $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$. איזה גודל מהגדלים הבאים יכול להתאים להיות הגודל של $\angle BAC$ כדי שיתקבל משולש ABC? נמקו.
א. 80° ב. 70° ג. 60° ד. 50°

19. במשולש ישר זווית אחת הזוויות החדות בת 20° . מה גודלה של הזווית החדה הנוספת?

20. נתון: $m \parallel k$. חשבו את הגודל של זווית α . הציגו את דרך הפתרון.



21. לפניכם צורה המורכבת מארבעה קטעים ישרים: ED, BD, AC, AB. חשבו את הגודל של זווית α . הציגו את דרך הפתרון.



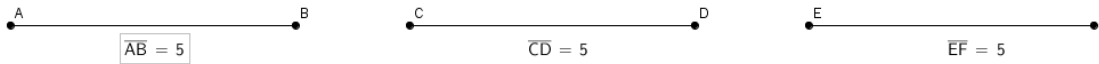
- ב. מה גודלה של זווית β ?
- I. 20°
 - II. 45°
 - III. 55°
 - IV. 60°

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

למידה

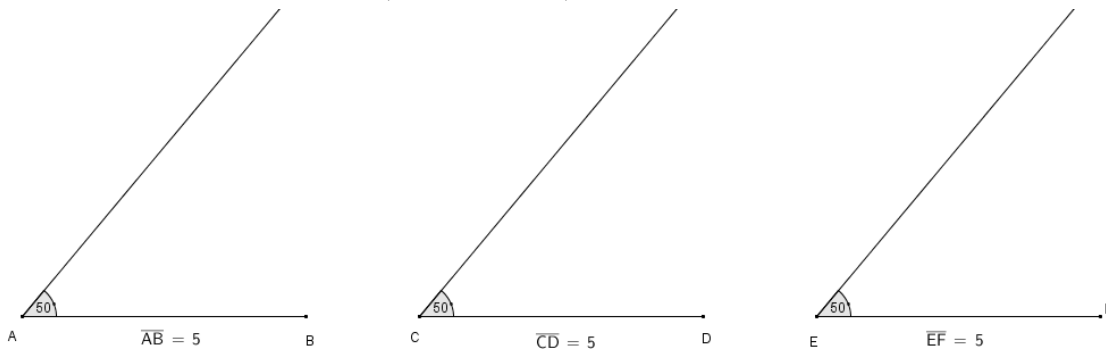
האם אפשר להסתפק בפחות נתונים כדי להוכיח שהמשולשים חופפים?

1. שרטטו שלושה משולשים שאינם חופפים זה לזה כשאת הצלעות של כל משולש היא בת 5 ס"מ: משולש ABK, משולש CDM, משולש EFL



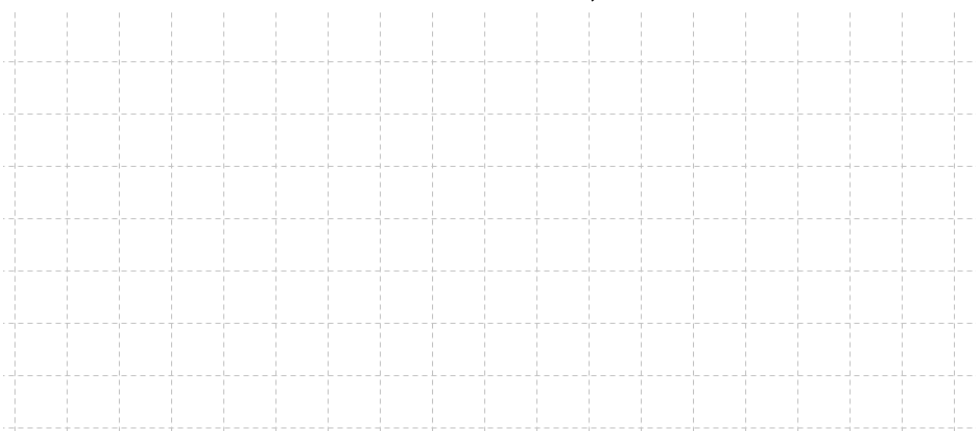
מסקנה: שוויון של נתון אחד - צלע אחת לא מבטיח שיתקבלו משולשים חופפים.

2. שרטטו שלושה משולשים שאינם חופפים זה לזה כשאת הצלעות של כל משולש היא בת 5 ס"מ ואחת הזוויות בת 50° : משולש ABK, משולש CDM, משולש EFL.



מסקנה: שוויון של שני נתונים - צלע אחת וזווית אחת לא מבטיח שיתקבלו משולשים חופפים.

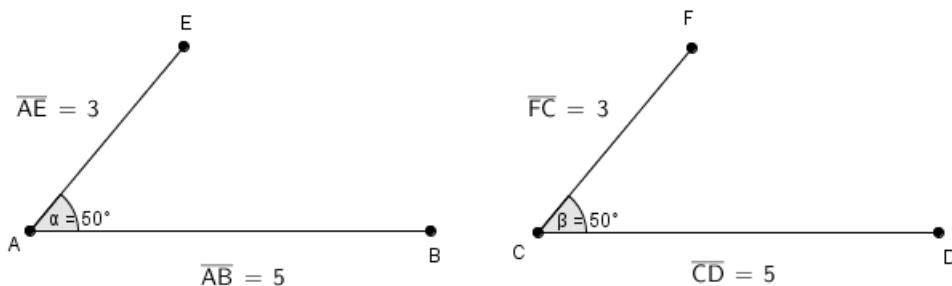
3. היעזרו במד זווית. שרטטו שלושה משולשים שאינם חופפים זה לזה כשכל משולש שלוש זוויות: זווית אחת בת 50° , זווית שנייה בת 60° וזווית שלישית בת 70° .



מסקנה: שוויון של שלושה נתונים שהם שלוש זוויות לא מבטיח שיתקבלו משולשים חופפים.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

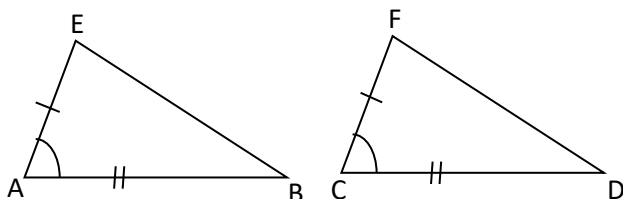
4. שרטטו משולשים AEB ו-CFD כשבכל משולש צלע אחת בת 5 ס"מ, צלע אחרת בת 3 ס"מ והזווית ביניהן בת 50° :



העתיקו על נייר שקוף את אחד המשולשים והניחו על המשולש השני.
מה תוכלו לומר על שני המשולשים?

שלושה נתונים – שתי צלעות והזווית ביניהן - מבטיחים לקבל משולש יחיד ולכן שני המשולשים שהתקבלו – חופפים זה לזה.

חפיפה על פי צלע-זווית-צלע (צז"צ): אם שתי צלעות במשולש אחד שוות לשתי צלעות במשולש אחר, וגם הזוויות הכלואות בין הצלעות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים.



בכתיב מתמטי:

(נתון) $AE = CF$

(נתון) $AB = CD$

(נתון) $\sphericalangle A = \sphericalangle C$

↓

$\triangle AEB \cong \triangle CFD$ על פי צז"צ.

המסקנות מהחפיפה: $\sphericalangle B = \sphericalangle D$, $\sphericalangle E = \sphericalangle F$, $EB = FD$

במשולשים חופפים מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ומול זוויות שוות מונחות צלעות שוות.

<https://sites.google.com/site/mathamakimtavor/zelizavitzela>

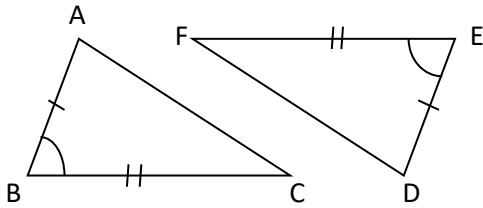
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגול

1. לפניכם זוגות של משולשים חופפים.
חלק מהנתונים מסומנים בשרטוטים וחלקם נתונים בכתב מתמטי.
רשמו:

- שלושה נתונים שמאפשרים להראות חפיפת משולשים לפי משפט החפיפה צ"צ
- את המשולשים החופפים לפי התאמת הקודקודים
- רשמו את כל הזוגות הנוספים של צלעות שוות וזוויות שוות.

דוגמה



א. נתון:

$$DE = AB$$

$$EF = BC$$

$$\sphericalangle E = \sphericalangle B$$

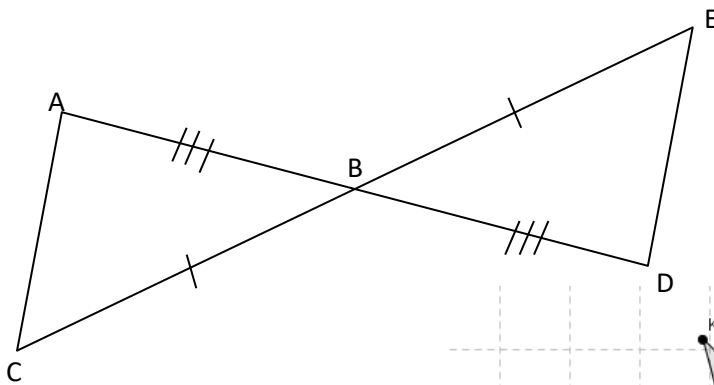
↓

$$(\text{עפ"י צ"צ}) \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

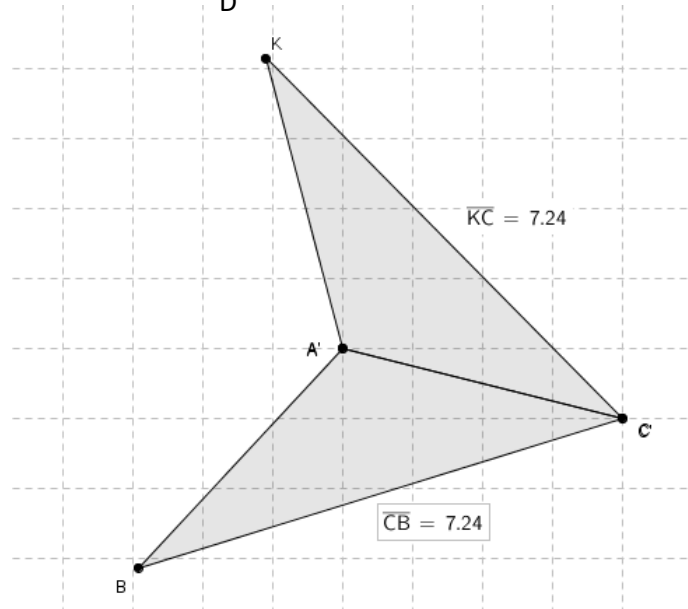
↓

$$FD = AC, \sphericalangle D = \sphericalangle A, \sphericalangle C = \sphericalangle F \text{ (מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ולהיפך)}$$

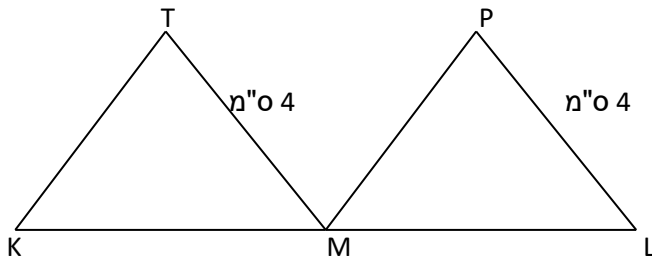
ב. נתון: AD ו-CE קטעים של קווים ישרים הנחתכים בנקודה B.



ג. נתון AC חוצה זווית KCB



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

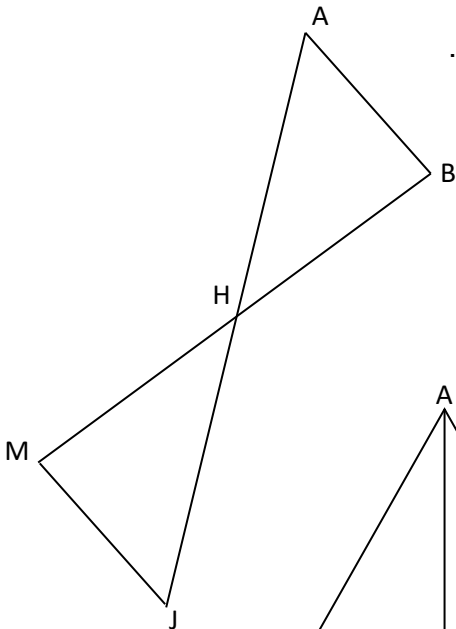


ד. נתון: M אמצע KL
 $TM \parallel PL$

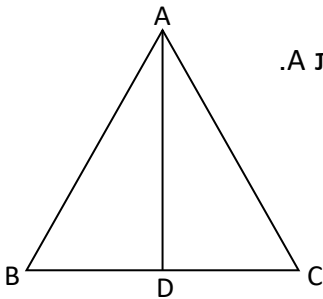
2. לפניכם זוגות של משולשים חופפים.
חלק מהנתונים מסומנים בשרטוטים וחלקם נתונים בכתב מתמטי.
רשמו:

- שלושה נתונים המאפשרים להראות חפיפת משולשים לפי משפט החפיפה צ"צ.
- את המשולשים החופפים לפי התאמת הקודקודים
- רשמו את כל הזוגות הנוספים של צלעות שוות וזוויות שוות.

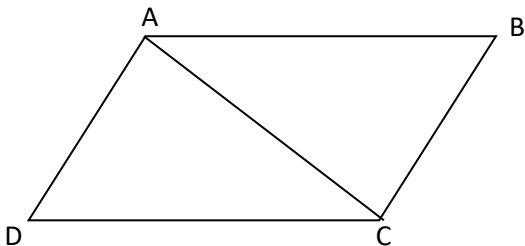
א. נתון: AJ ו-MB קטעים הנחתכים בנקודה H.
הנקודה H היא אמצע הקטע AJ ואמצע
הקטע MB



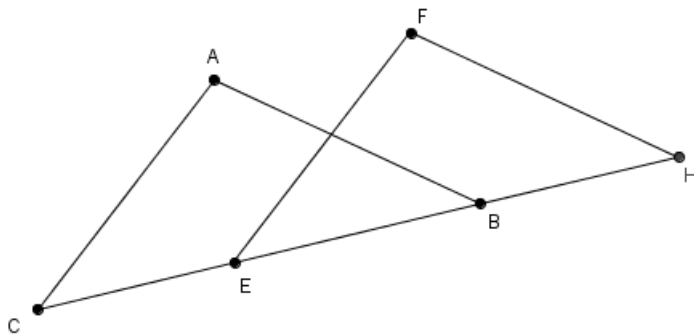
ב. נתון: במשולש ABC, $AB = AC$, AD חוצה זווית A.



ג. נתון: $AB = CD$, $AB \parallel CD$



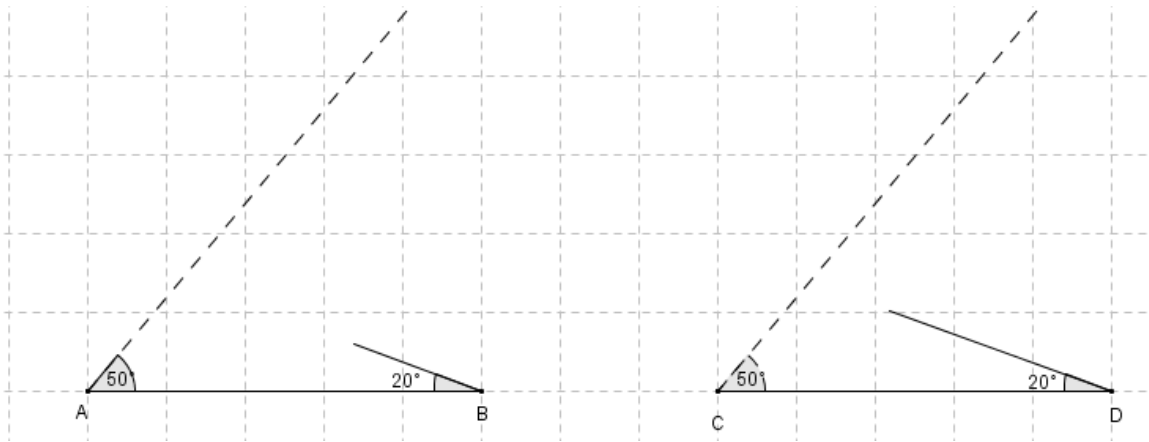
ד. נתון: $CE = BH$, $AC = FE$, $AC \parallel EF$



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

שרטטו משולשים AEB ו-CFD כשבכל משולש זווית אחת בת 50° , זווית שנייה בת 20° והצלע ביניהן בת 5 ס"מ:

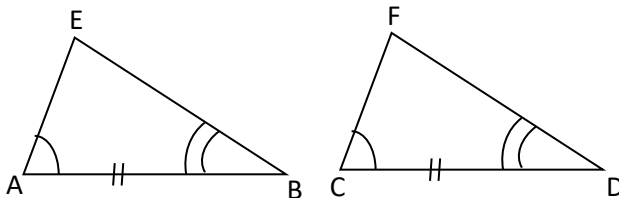
למידה



העתיקו על נייר שקוף את אחד המשולשים והניחו על המשולש השני. מה תוכלו לומר על שני המשולשים?

שלושה נתונים – שתי זוויות והצלע ביניהן - מבטיחים לקבל משולש יחיד ולכן שני המשולשים שהתקבלו – חופפים זה לזה.

חפיפה על פי זווית-צלע-זווית (ז"צ"ז): אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש אחר, וגם הצלעות הכלואות בין שתי הזוויות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים.



בכתיב מתמטי:

$$AB = CD \text{ (נתון)}$$

$$\sphericalangle A = \sphericalangle C \text{ (נתון)}$$

$$\sphericalangle B = \sphericalangle D \text{ (נתון)}$$

↓

$\triangle AEB \cong \triangle CFD$ על פי ז"צ"ז.

המסקנות מהחפיפה $\sphericalangle E = \sphericalangle F$, $EB = FD$, $AE = CF$

במשולשים חופפים מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ומול זוויות שוות מונחות צלעות שוות.

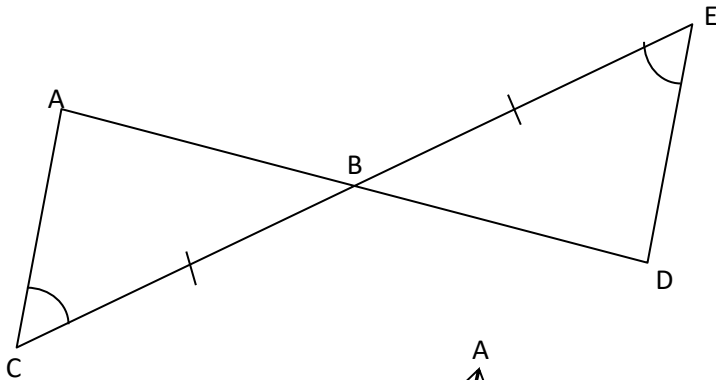
<https://sites.google.com/site/mathamakimtavor/zavitzelazavit>

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

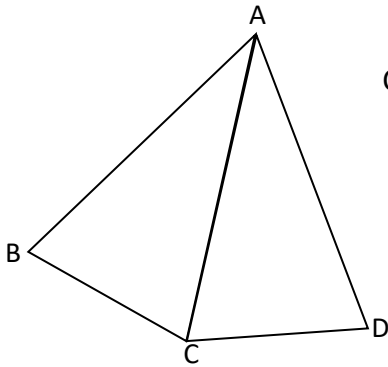
תרגול

3. לפניכם זוגות של משולשים חופפים. חלק מהנתונים מסומנים בשרטוטים וחלקם נתונים בכתב מתמטי. רשמו:

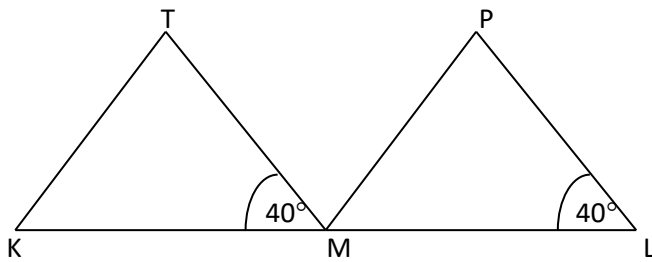
- שלושה נתונים המאפשרים להראות חפיפת משולשים לפי משפט החפיפה צ"צ.
- את המשולשים החופפים לפי התאמת הקודקודים
- רשמו את כל הזוגות הנוספים של צלעות שוות וזוויות שוות.



א. נתון: AD - CE
קטעים הנחתכים בנקודה B.



ב. נתון: AC חוצה זווית A וגם חוצה זווית C

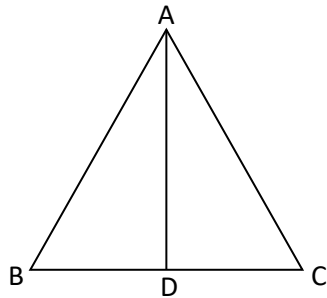


ג. נתון: M אמצע הקטע KL
 $\square TKM = \sphericalangle PML$

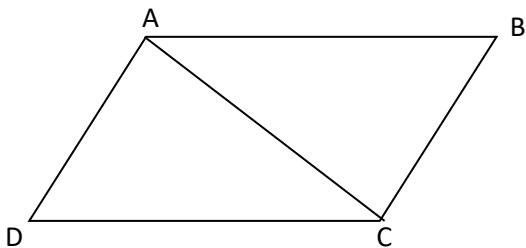
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

4. לפניכם זוגות של משולשים חופפים.
 חלק מהנתונים מסומנים בשרטוטים וחלקם נתונים בכתב מתמטי.
 רשמו:

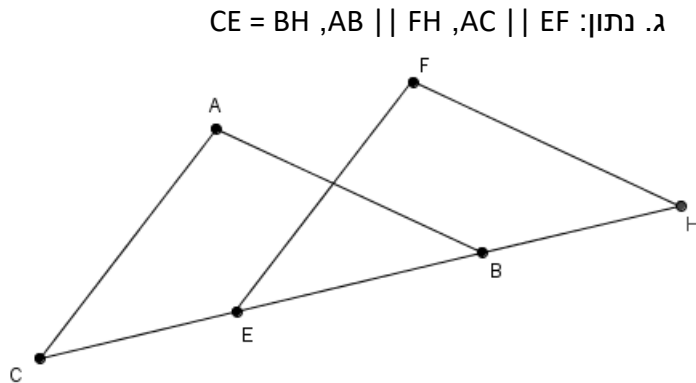
- שלושה נתונים המאפשרים להראות חפיפת משולשים לפי משפט החפיפה זצ"ז.
- את המשולשים החופפים לפי התאמת הקודקודים
- רשמו את כל הזוגות הנוספים של צלעות שוות וזוויות שוות.



א. נתון: $AD \perp BC$, AD חוצה זווית A.



ב. נתון: $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$

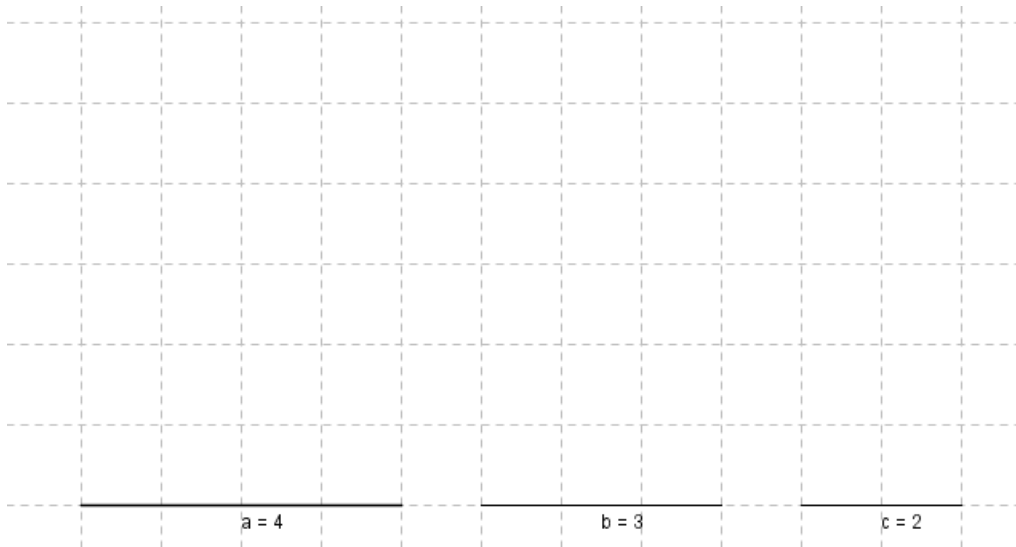


ג. נתון: $CE = BH$, $AB \parallel FH$, $AC \parallel EF$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

למידה

נתונים אורכים של שלוש צלעות של משולש: a, b, c .
 שרטטו שני משולשים ABC ו-DEF כשצלעות כל אחד מהמשולשים הן הצלעות הנתונות:



העתיקו על נייר שקוף את אחד המשולשים והניחו על המשולש השני.
 מה תוכלו לומר על שני המשולשים?

שלושה נתונים – **שלוש צלעות** - מבטיחים לקבל משולש יחיד ולכן שני המשולשים שהתקבלו – חופפים זה לזה.

חפיפה על פי צלע-צלע-צלע (צצ"צ): אם שלוש צלעות במשולש אחד שוות לשלוש צלעות במשולש אחר, אז המשולשים חופפים.

בכתיב מתמטי:
 (נתון) $AB = DE$
 (נתון) $AC = DF$
 (נתון) $BC = EF$
 \Downarrow
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ על פי צצ"צ.

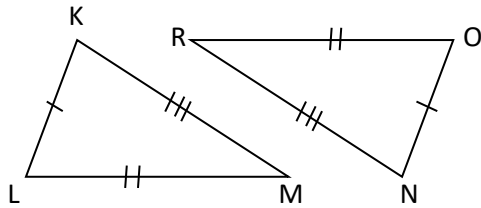
המסקנות מהחפיפה $\sphericalangle B = \sphericalangle D$, $\sphericalangle A = \sphericalangle C$, $\sphericalangle E = \sphericalangle F$
במשולשים חופפים מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות.

<https://sites.google.com/site/mathamakimtavor/zelazelazela>

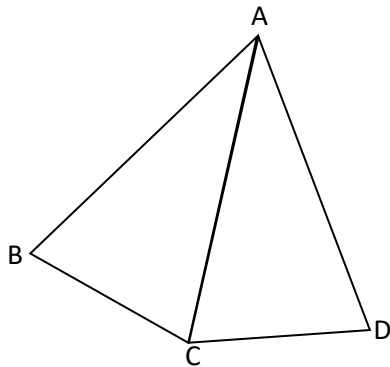
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגול

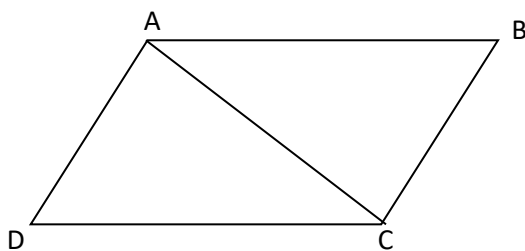
5. לפניכם זוגות של משולשים חופפים. חלק מהנתונים מסומנים בשרטוטים וחלקם נתונים בכתוב מתמטי. רשמו:
 - שלושה נתונים המאפשרים להראות חפיפת משולשים לפי משפט החפיפה צ"צ
 - את המשולשים החופפים לפי התאמת הקודקודים



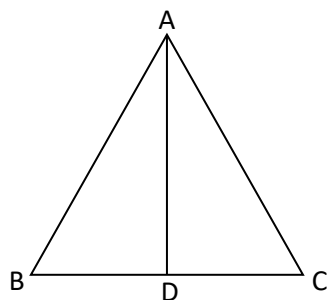
א.



ב. נתון: $BC = CD, AD = AB$



ג. נתון: $BC = AD, DC = AB$



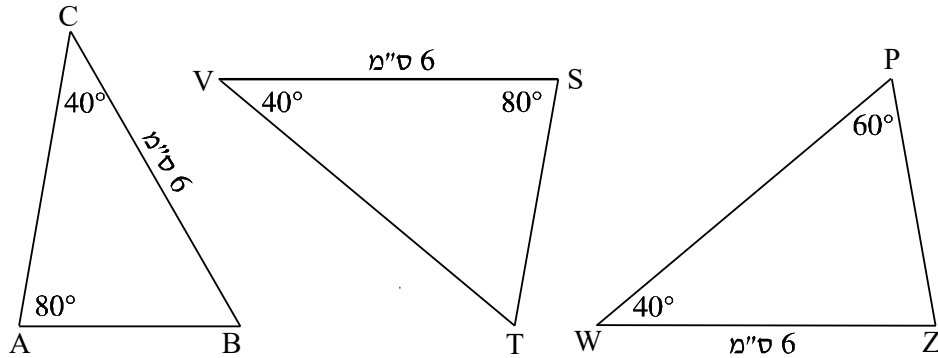
ד. D אמצע BC, $AC = AB$

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגילים משולבים

תרגול

1. רק שניים מבין שלושת המשולשים שלפניכם חופפים.



א. שני המשולשים החופפים הם: Δ _____ ו- Δ _____.

ב. מהו משפט החפיפה שעל-פיו שני המשולשים שרשמתם בסעיף א' חופפים?

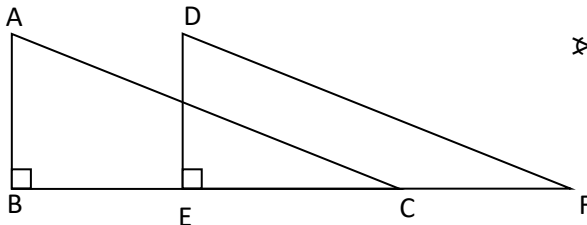
₁ צלע, צלע, צלע

₂ צלע, זווית, צלע

₃ זווית, צלע, זווית

2. המשולשים ABC ו- DEF הם משולשים חופפים בהתאמה.

נתון: $\sphericalangle F = 20^\circ$, $AB \perp BC$, $DE \perp EF$



א. איזו מבין הזוויות הבאות שווה לזווית F?

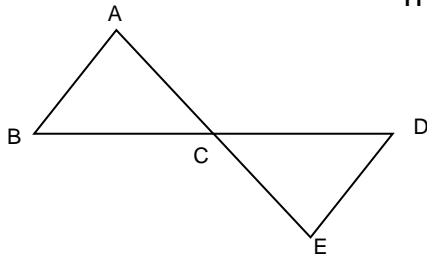
(1) $\sphericalangle A$ (2) $\sphericalangle D$ (3) $\sphericalangle ACF$ (4) $\sphericalangle ACB$

ב. חשבו את גודל זווית A.

כתבו את המשפט שעליו הסתמכתם.

ג. חשבו את גודל הזווית $\sphericalangle ACF$. נמקו.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



3. משולשים ABC ו-EDC חופפים זה לזה.

נתון: $AB \parallel DE$, $BC = CD$

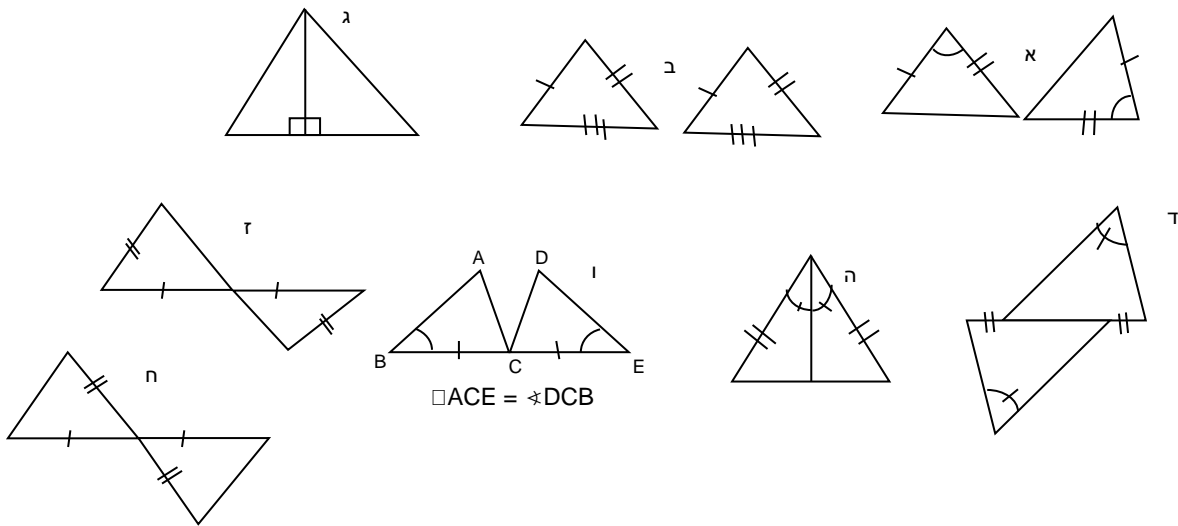
א. איזו צלע במשולש EDC שווה לצלע AC?

ב. האם זווית A שווה לזווית E או לזווית D? נמקו.

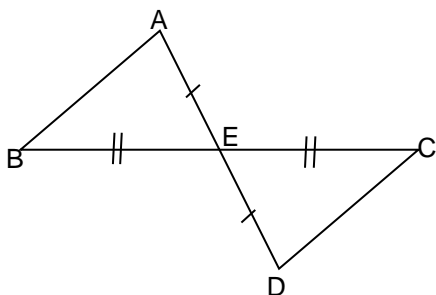
4. נתונים זוגות של משולשים. קבעו באילו מהזוגות המשולשים חופפים ולפי איזה משפט

(צלעות וזוויות שוות מסומנים באיור). אם המשולשים אינם חופפים יש להביא דוגמה

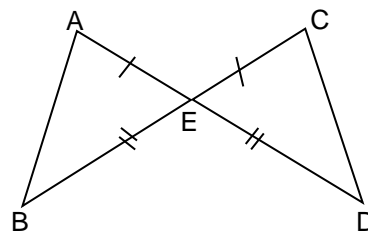
נגדית עם מידות קונקרטיות (באמצעות סרגל ומד זווית):



5. AD ו-BC קטעים נחתכים. באיזה מהשרטוטים אפשר להסיק כי $\sphericalangle B = \sphericalangle D$? נמקו.



נתון: $BE = CE$, $AE = DE$

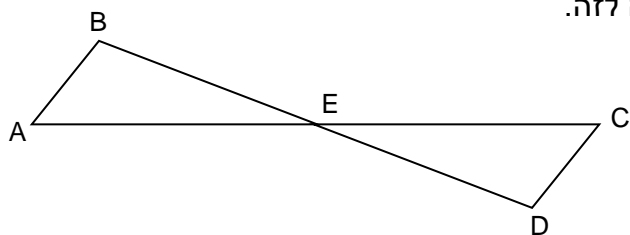


נתון: $BE = DE$, $AE = CE$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

6. באיור הבא נתון כי: AC ו-BD קטעים נחתכים, $DC \parallel AB$, ו- $AB = DC$.

נמקו מדוע המשולשים ABE ו-CDE חופפים זה לזה.



השלימו ונמקו:

AE = _____

BE = _____

7. לפניכם שני משולשים ABC ו-ECD.

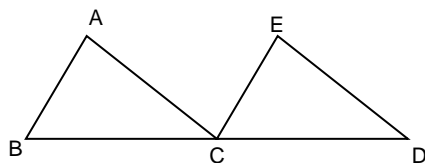
נתון: $AB \parallel EC$, $ED \parallel AC$, C אמצע הקטע BD.

קבעו אם המשולשים חופפים ואם כן,

ציינו לפי איזה משפט ולפי אילו נימוקים.

אם המשולשים חופפים השלימו: $AB = \underline{\hspace{2cm}}$, $AC = \underline{\hspace{2cm}}$

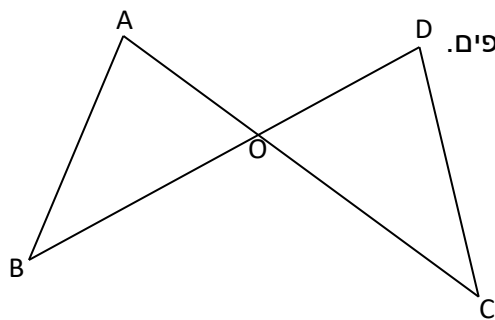
נמקו את קביעתכם.



8. בשרטוט שלפניכם שני הקטעים AC ו-BD נחתכים בנקודה O.

נתון: $BO = OC$, $AO = OD$

א. כתבו לפי איזה משפט חפיפה המשולשים AOB ו-DOC חופפים.

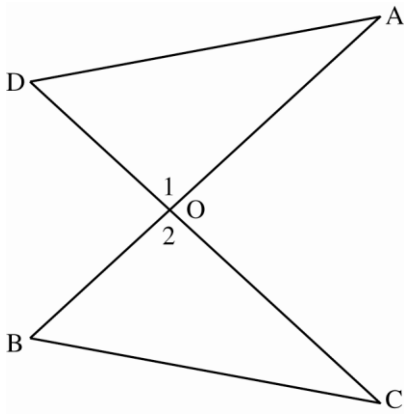


ב. סמנו ב- ליד כל טענה אם היא

בהכרח נכונה או לא בהכרח נכונה.

הטענה	בהכרח נכונה	לא בהכרח נכונה
1. $DC = AB$	<input type="checkbox"/> ₁	<input type="checkbox"/> ₂
2. $\sphericalangle C = \sphericalangle A$	<input type="checkbox"/> ₁	<input type="checkbox"/> ₂
3. $BD = AC$	<input type="checkbox"/> ₁	<input type="checkbox"/> ₂

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



9. הקטעים AB ו-CD נחתכים בנקודה O.

נתון: $\angle A = \angle C$

א. לפניכם הוכחה לכך ש- $\angle B = \angle D$.
השלימו את הנימוקים החסרים בהוכחה.

נתון $\angle A = \angle C$
כי $\angle O_1 = \angle O_2$

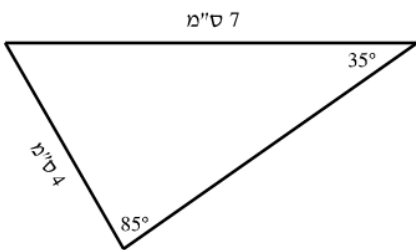
↓

כי $\angle B = \angle D$

ב. נתון גם: $AD = BC$

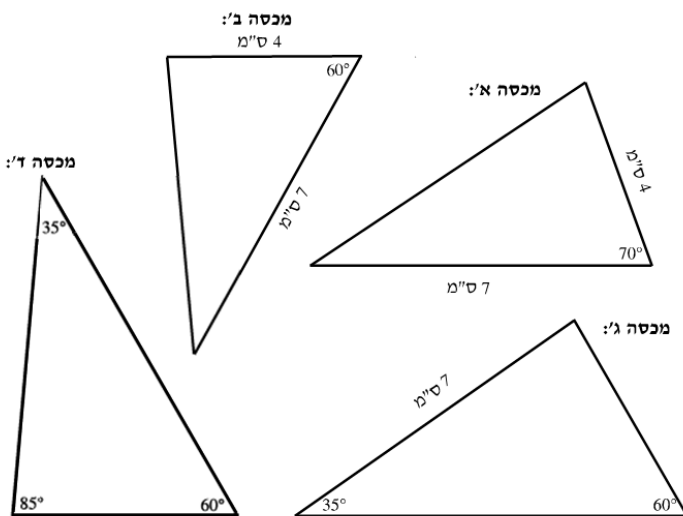
השלימו:

המשולשים AOD ו- COB חופפים לפי משפט החפיפה: _____



10. לפניכם בסיס משולש של קופסת סוכריות:

בשרטוטים הבאים מתוארים מכסים לקופסאות של סוכריות.
איזה מבין המכסים חופף בוודאות לבסיס הקופסה?
בחרו את המכסה המתאים לפי הנתון בסרטוטים, ורשמו:
באיזה משפט חפיפה נעזרתם כדי לבחור בו.



תשובה: המכסה המתאים הוא _____.

משפט החפיפה הוא _____.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

זווית חיצונית למשולש

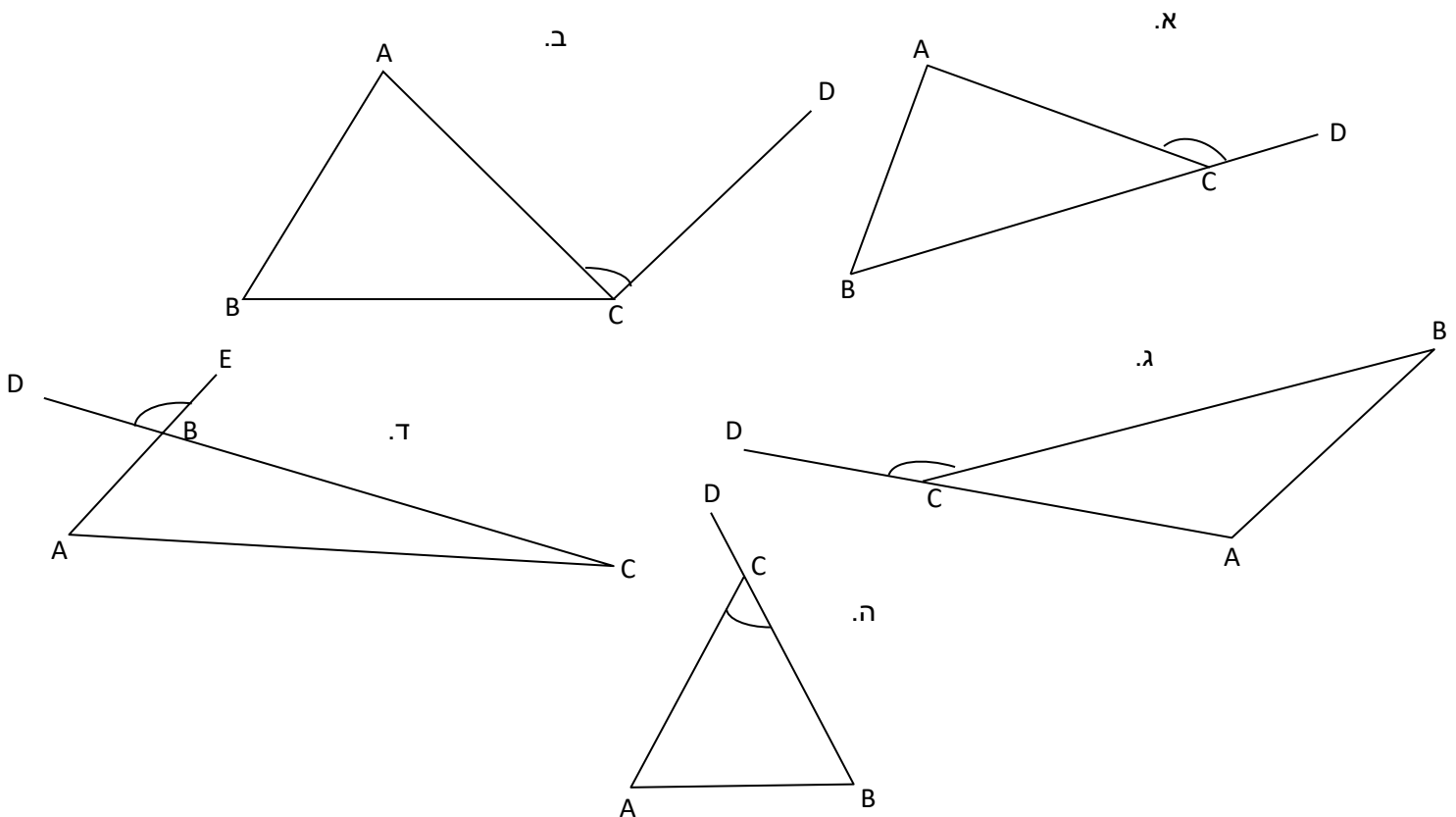
למידה

במשולשים א, ג, ד, ה הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC.

במשולש ד הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB.

בכל אחד מהמשולשים מסומנת זווית.

סמנו את המשולשים שבהם הזווית המסומנת היא זווית צמודה לזווית פנימית של המשולש.



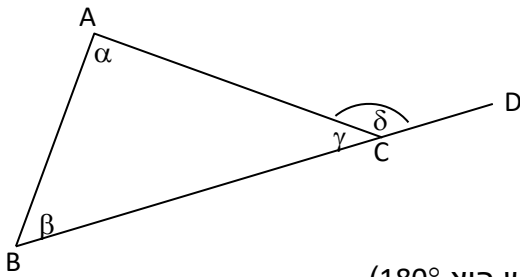
זווית נקראת **זווית חיצונית למשולש** אם היא צמודה לזווית פנימית של המשולש.

זווית חיצונית למשולש משלימה ל 180° את הזווית הפנימית הצמודה לה.

טענה: זווית חיצונית למשולש משלימה ל 180° את הזווית הפנימית הצמודה לה ולכן שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

הוכחת הטענה:



נתון משולש ABC.

הנקודה D על המשך הצלע BC.

δ זווית חיצונית למשולש ABC

צ"ל: $\alpha + \beta = \delta$

הוכחה: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (סכום זוויות במשולש הוא 180°)

⇓

$$\alpha + \beta = 180^\circ - \gamma$$

(סכומן של זוויות צמודות הוא 180°) $\delta + \gamma = 180^\circ$

$$\delta = 180^\circ - \gamma$$

⇓

$\alpha + \beta = \delta$ (טרנזיטיביות) מ.ש.ל.

דיון:

- כמה זוויות חיצוניות יש למשולש?
- לאיזה משולש יש זווית חיצונית אחת ישרה?
- לאיזה משולש יש זווית חיצונית אחת חדה?
- לאיזה משולש יש שלוש זוויות חיצוניות קהה?

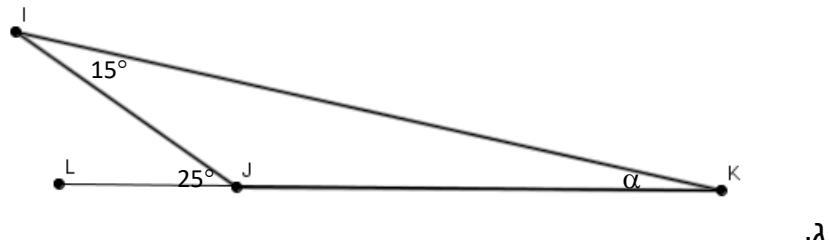
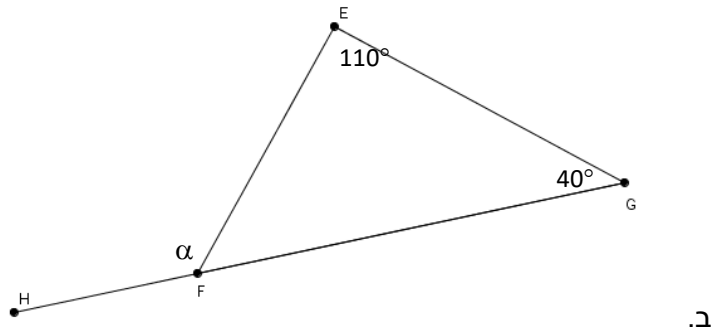
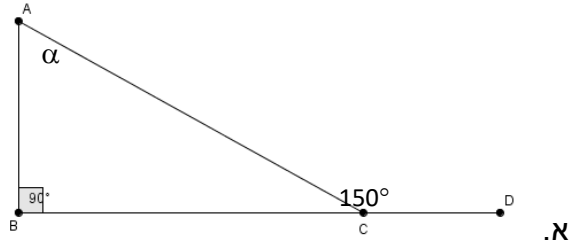
טענה: זווית חיצונית למשולש שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה ולכן גדולה מכל אחת מהזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

נמקו מדוע הטענה נכונה.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגול

1. חשבו את הגודל של α בכל אחד מהמשולשים הנתונים:



2. נתון משולש ABC. הנקודה D נמצאת על המשך BC.

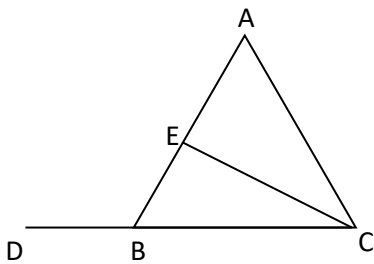
הנקודה E על הצלע AB.

השלימו:

□DBA היא זווית חיצונית למשולש _____

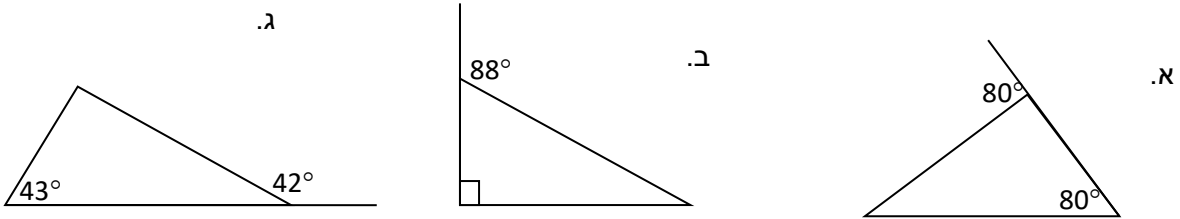
□AEC היא זווית חיצונית למשולש _____

□BEC היא זווית חיצונית למשולש _____



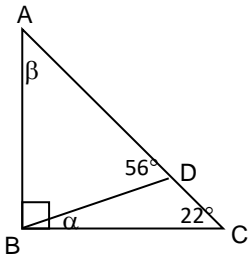
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

3. נמקו מדוע הנתונים בכל אחד מהשרטוטים הבאים הם בלתי אפשריים:



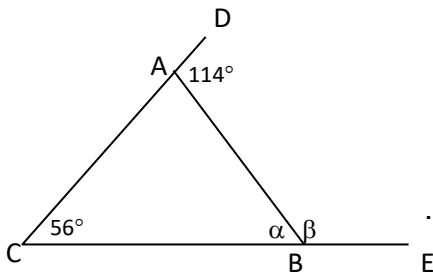
4. נתון משולש ישר זווית ABC. D נקודה על הצלע AC.

- א. חשבו את גודל הזוויות α , β על פי הנתונים בשרטוט.
 ב. נמקו כל שלב בחישוב.



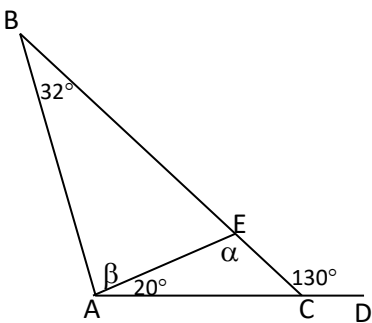
5. נתון משולש ABC. D נקודה על המשך הצלע AC.

- E נקודה על המשך הצלע CB.
 א. חשבו את גודל הזוויות α , β על פי הנתונים בשרטוט.
 ב. נמקו כל שלב בחישוב.



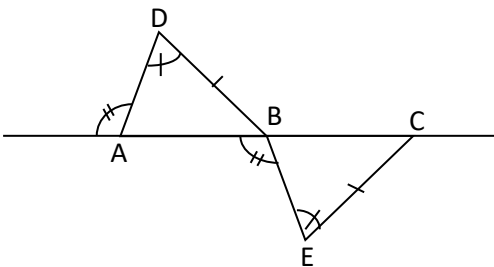
6. נתון משולש ABC. D נקודה על המשך הצלע AC.

- E נקודה על הצלע CB.
 א. חשבו את גודל הזוויות α , β על פי הנתונים בשרטוט.
 ב. נמקו כל שלב בחישוב.



7. על הישר AC בנו שני משולשים: BEC, ABD.

- נמקו באמצעות הנתונים בשרטוט מדוע המשולשים הנתונים חופפים.



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

למידה

תיכון למשולש

בכיתה ז' הכרנו שני קווים שעוברים בתוך משולש:
חוצה זווית במשולש, גובה במשולש.

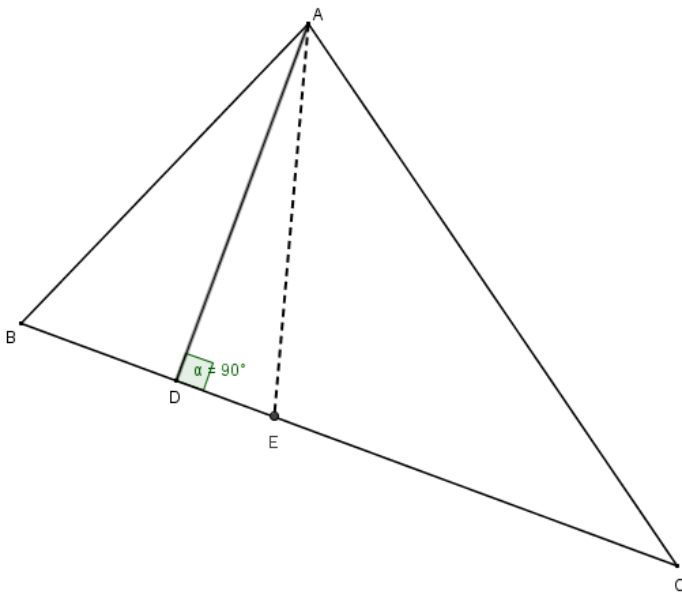
חוצה זווית הוא קטע שיוצא מקדקוד המשולש וחוצה את הזווית לשני חלקים שווים.
גובה הוא קטע שקצה אחד שלו בקדקוד והקצה האחר על הצלע שמולו או על המשכה והוא מאונך לצלע זאת.

אם במשולש ABC נתון: $AD \perp BC$

אז AD הוא גובה המשולש.

אם במשולש ABC נתון: $\sphericalangle BAE = \sphericalangle CAE$

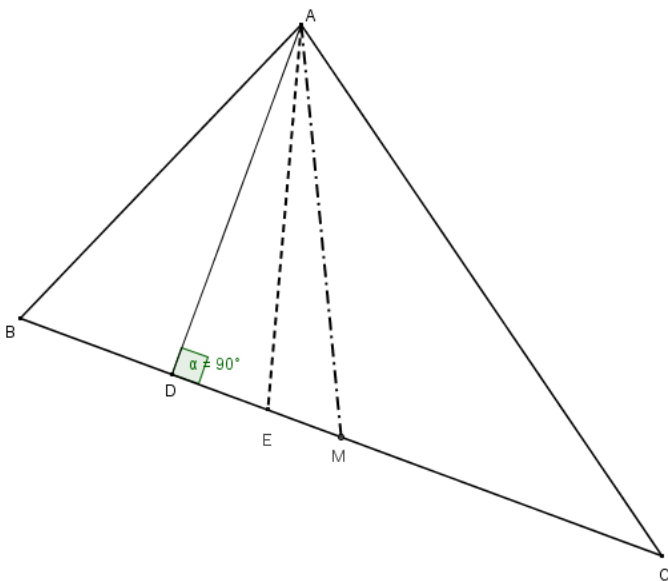
אז AE הוא חוצה הזווית A של המשולש.



תיכון במשולש הוא הקטע המחבר קדקוד במשולש עם **אמצע** הצלע שמולו.

אם הנקודה M היא אמצע הצלע BC אז

הקטע AM הוא **תיכון לצלע** BC במשולש ABC.

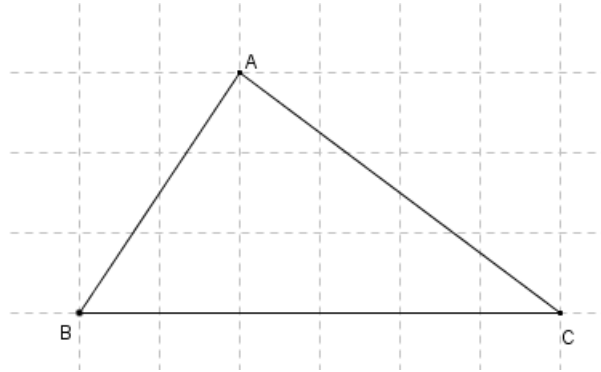


דיון: כמה תיכונים יש למשולש?

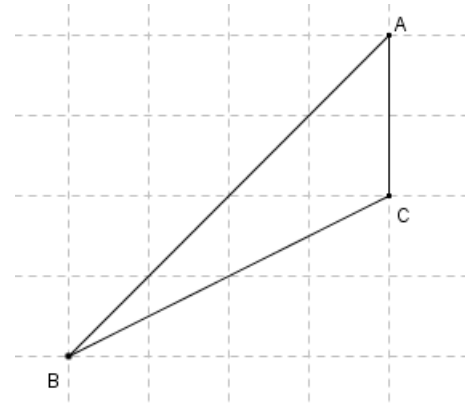
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגול

1. היעזרו בסריג כדי לשרטט את התיכון לצלע BC במשולש ABC.

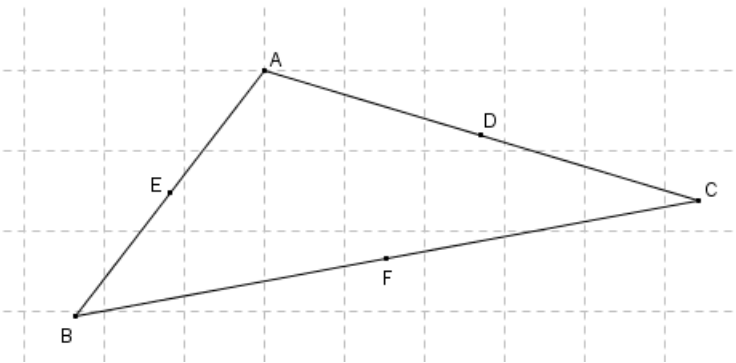


2. היעזרו בסריג כדי לשרטט את התיכונים לצלעות AC ו-AB במשולש ABC.

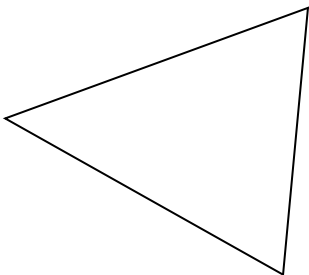


3. הנקודות D, E, F הן אמצעי הצלעות AC, AB, BC בהתאמה.

שרטטו את התיכונים למשולש.

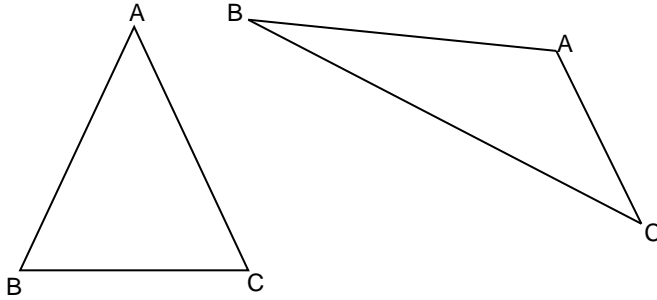


4. מדדו את צלעות המשולש שלפניכם ושרטטו את שלושת התיכונים שלו:



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

5. שרטטו בעזרת סרגל ומד זווית את הקטעים הבאים במשולשים שלפניכם:



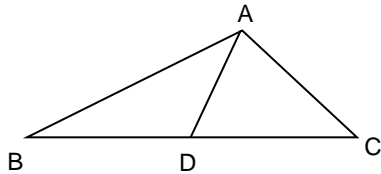
AD גובה לצלע BC.

AP חוצה זווית A.

AM תיכון לצלע BC.

6. במשולש ABC, AD תיכון לצלע BC.

הצלע AB גדולה מהצלע AC ב-2 ס"מ.

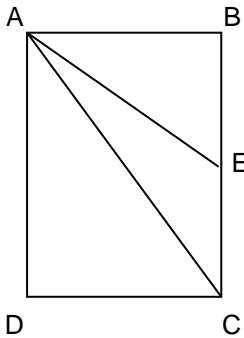


בכמה ס"מ גדול היקף משולש ABD מהיקף משולש ADC? נמקו.

למי משני המשולשים ABD או ADC שטח גדול יותר? נמקו.

מסקנה: תיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח.

7. האם תיכון במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים? נמקו.



8. בשרטוט שלפניכם מלבן ABCD. AC אלכסון במלבן,

ו-AE תיכון במשולש ABC.

א. מה היחס בין שטחי המשולשים ABE ו-ADC?

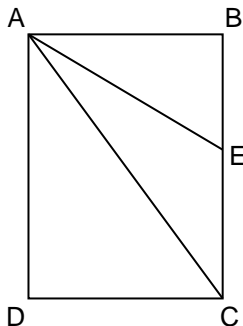
ב. איזה חלק משטח המלבן מהווה משולש AEC?

9. בשרטוט שלפניכם מלבן ABCD. AC אלכסון במלבן,

ו-AE חוצה זווית CAB במשולש ABC.

$$\angle EAC = \alpha$$

הסבירו בשתי דרכים שונות מדוע $\angle AEB = 90^\circ - \alpha$.

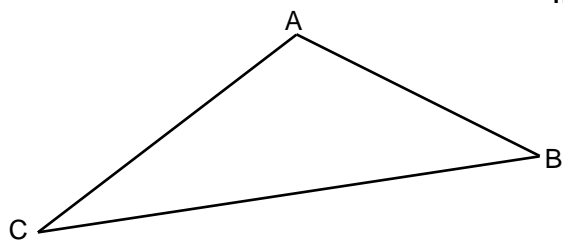


משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

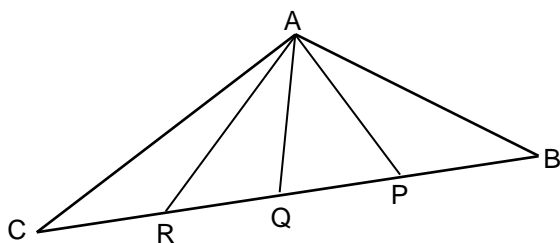
אוריינות

משימה: ירושת קרקע.

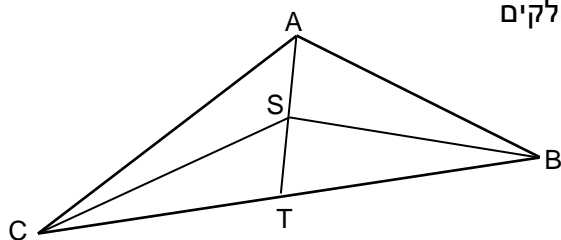
אב הוריש לארבעת בניו חלקת קרקע מישורית שצורתה משולש שקדקודיו הם C, B, A וציווה עליהם לחלקה ביניהם לארבעה שטחים שווים. כל אחד מהבנים הציע דרך מקורית לחלוקת השטח.



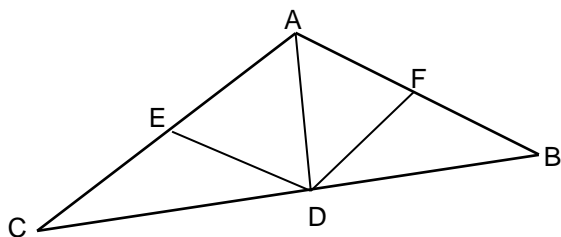
- א. ראובן הציע לחלק את הצלע BC לארבעה קטעים שווים. את נקודות החלוקה, R ו- Q, P מחברים עם הקדקוד A כך שנוצרים ארבעה משולשים בתוך המשולש המקורי (ראה שרטוט). קבעו האם הצעתו של ראובן מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



- ב. שמעון הציע להעביר מהקדקוד A תיכון AT לצלע BC . מהנקודה S שבאמצע התיכון AT מתח שמעון שני קווים לעבר הקדקודים B ו- C (ראו שרטוט). קבעו האם הצעתו של שמעון מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

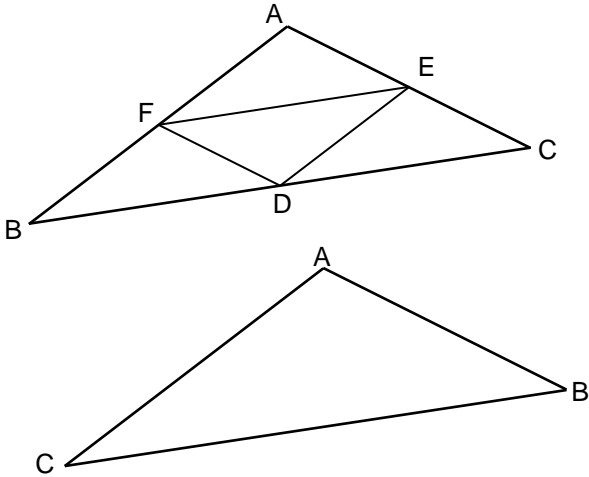


- ג. לוי הציע לשרטט גובה AD לצלע BC , ושני תיכונים DE ו- DF לצלעות AC ו- AB . קבעו האם הצעתו של לוי מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

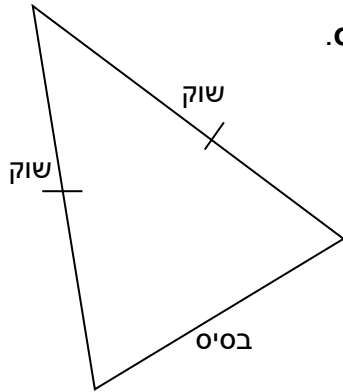
ד*. יהודה הציע לחבר את שלושת אמצעי צלעות המשולש זה עם זה (ראו שרטוט).
קבעו האם הצעתו של יהודה מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את
תשובתכם.



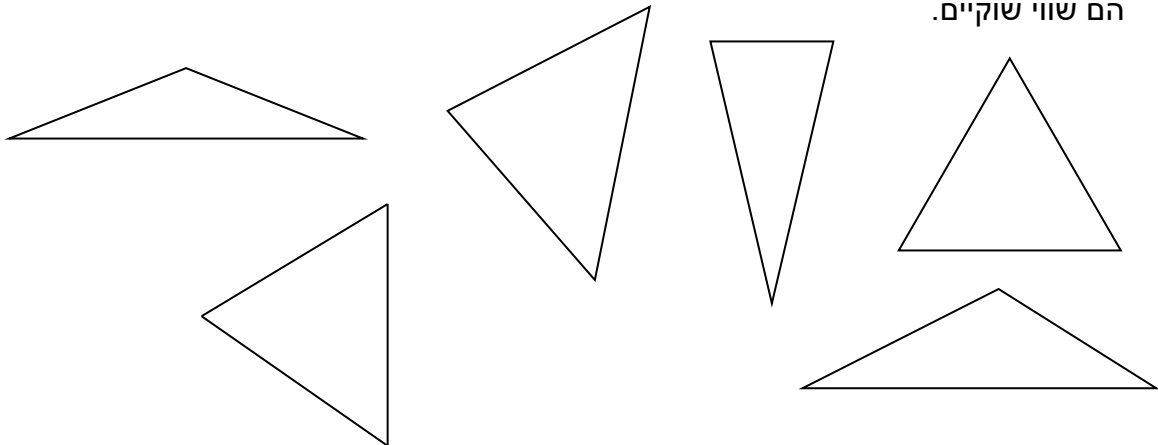
ה. הציעו חלוקה אחרת.

משולש שווה שוקיים

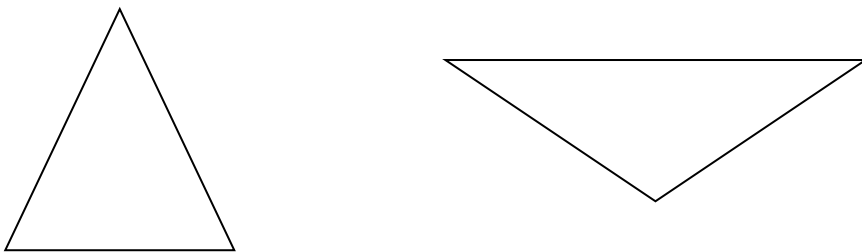
הגדרה: משולש שווה שוקיים – משולש אשר שתיים מצלעותיו שוות זו לזו
הצלעות השוות נקראות **שוקיים**, הצלע השלישית נקראת **בסיס**.



1. לפניכם שישה משולשים. מדדו בעזרת סרגל את אורכי הצלעות וקבעו אילו מהמשולשים הם שווים שוקיים.



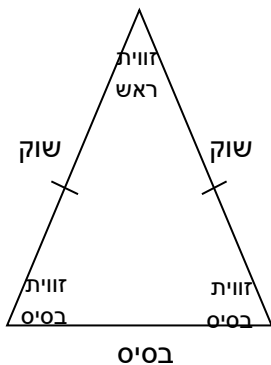
2. לפניכם משולשים שווים שוקיים. מדדו, בעזרת מד זווית, את גודל הזוויות במשולשים הנתונים:



הגדרות: זוויות במשולש שווה שוקיים –

זווית הראש היא הזווית אשר בין השוקיים

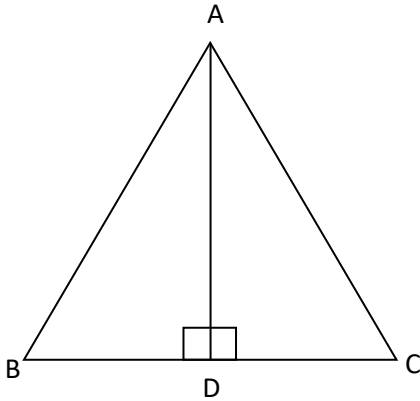
זוויות הבסיס הן הזוויות שבין הבסיס לבין כל אחת מהשוקיים



משרד החינוך

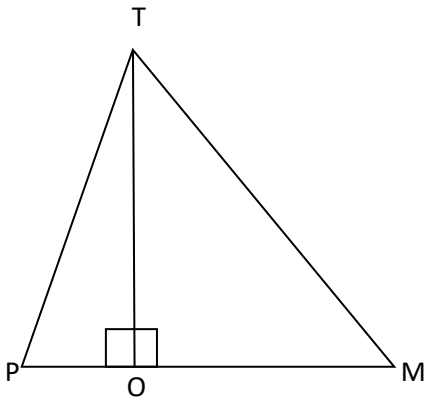
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

3. לפניכם משולש ABC. הגובה AD לצלע BC, משורטט.



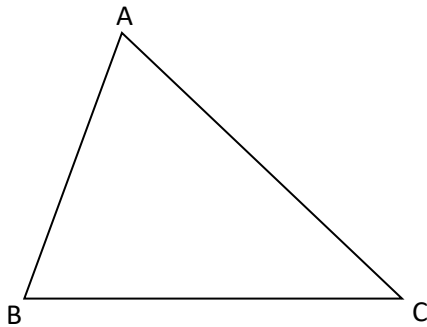
- א. בדקו בעזרת סרגל האם המשולש שווה שוקיים
- ב. מדדו בעזרת מד זווית את גודל הזוויות BAD, CAD
- ג. מדדו בעזרת מד זווית את גודל הזוויות B, C
- ד. מדדו בעזרת סרגל את אורך הקטעים BD, CD

4. לפניכם משולש TPM. הגובה TO לצלע PM, משורטט.



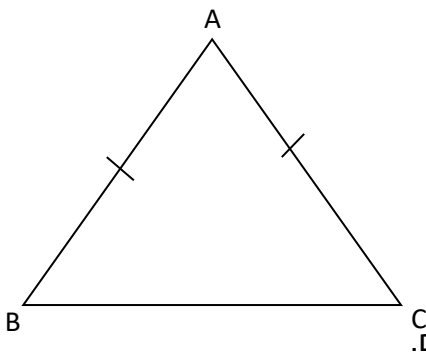
- א. בדקו בעזרת סרגל האם המשולש שווה שוקיים
- ב. מדדו בעזרת מד זווית את גודל הזוויות MTO, PTO
- ג. מדדו בעזרת מד זווית את גודל הזוויות M, P
- ד. מדדו בעזרת סרגל את אורך הקטעים PO, MO

5. נתון משולש ABC



- א. סרטטו את AD, חוצה זווית A.
- ב. בדקו בעזרת סרגל האם AD הוא גם תיכון לצלע BC
- ג. בדקו בעזרת סרגל משולש או מד זווית האם AD הוא גם גובה לצלע BC.

6. נתון משולש שווה שוקיים ABC ($AC = AB$).

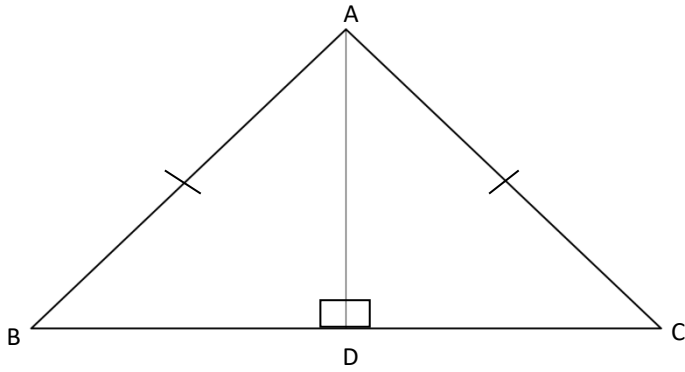


- א. סרטטו את AD, חוצה זווית הראש.
 - ב. בדקו בעזרת סרגל האם AD הוא גם תיכון לצלע BC
 - ג. בדקו בעזרת סרגל משולש או מד זווית האם AD הוא גם גובה לצלע BC.
- היעזרו במשולש שווה השוקיים שבסוף החוברת, גזרו וקפלו את קו הסימטריה של המשולש. סמנו את כל החלקים השווים.

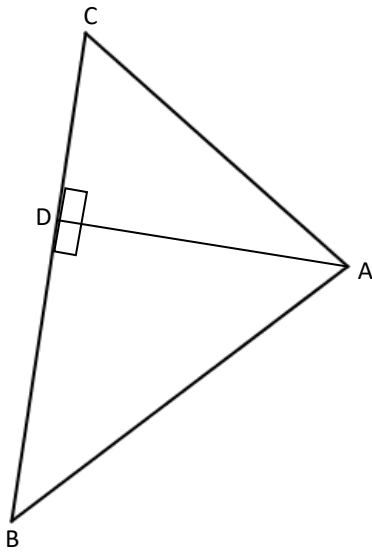
דיון: מה ההבדל בין המשולשים בסעיפים 5, 6?

מה ההבדל בין הקטעים במשולשים מסעיפים 5, 6?

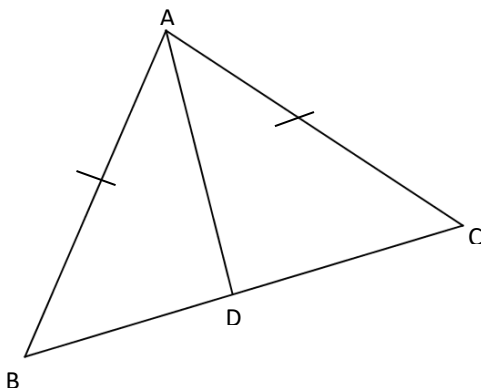
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



7. נתון משולש שווה שוקיים ABC.
AD גובה לבסיס BC.
זוויות B, C שוות זו לזו וגודלן 42° .
מה גודלן של זוויות DAB ו-DAC?
(היעזרו בחישוב ולא במדידה)

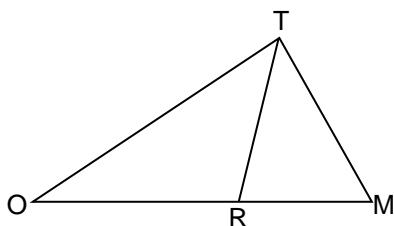


8. נתון משולש ABC.
AD גובה לצלע BC.
 $\angle C = 58^\circ$, $\angle B = 42^\circ$
מה גודלן של זוויות DAB ו-DAC?
(היעזרו בחישוב ולא במדידה)



9. במשולש שווה שוקיים שלפניכם $AC = AB$.
AD חוצה זווית A.
נתון: $\angle A = 80^\circ$
אילו משולשים חופפים זה לזה? ומדוע?
מה חייב להיות גודלה של $\angle ADC$? נמקו.
מה חייב להיות גודלן של זוויות B ו-C? נמקו.

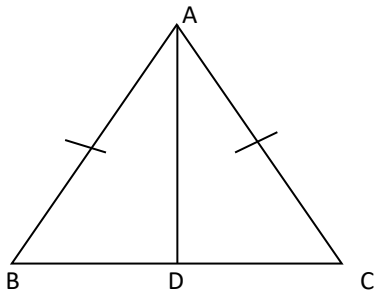
10. נתון משולש TOM. TR חוצה זווית T. מדדו וקבעו האם TR הוא תיכון לצלע MO.



- מדדו וקבעו האם TR הוא גובה לצלע MO.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

11. במשולש שווה שוקיים שלפניכם $AC = AB$ ו- AD חוצה זווית A .



$$\sphericalangle A = \alpha$$

א. אילו משולשים חופפים זה לזה? השלימו את הנימוקים לחפיפה:

_____ כי $AC = AB$

_____ כי $AD = AD$

_____ כי $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2 = \frac{\alpha}{2}$

⇓

_____ עפ"י משפט החפיפה _____

ב. השלימו: $\sphericalangle B = \underline{\hspace{2cm}}$

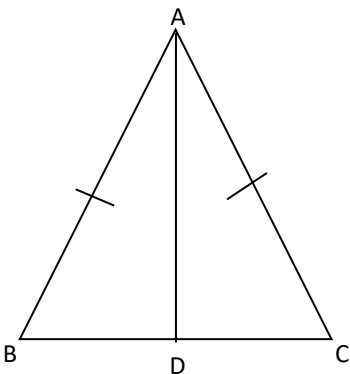
ג. השלימו את המשפט: במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס _____

ד. השלימו: $\sphericalangle BDA = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$, $BD = \underline{\hspace{2cm}}$

ה. השלימו את המשפט: במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש מתלכד עם _____

_____ ועם ה _____

12. במשולש שווה שוקיים שלפניכם $AC = AB$ ו- AD תיכון לצלע BC .



א. אילו משולשים חופפים זה לזה? השלימו את הנימוקים לחפיפה:

_____ כי $AC = AB$

_____ כי $AD = AD$

_____ כי $BD = DC$

⇓

_____ עפ"י משפט החפיפה _____

ב. השלימו:

$\sphericalangle B = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle BAD = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle BDA = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

משפטים שהוכחו:

- במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.

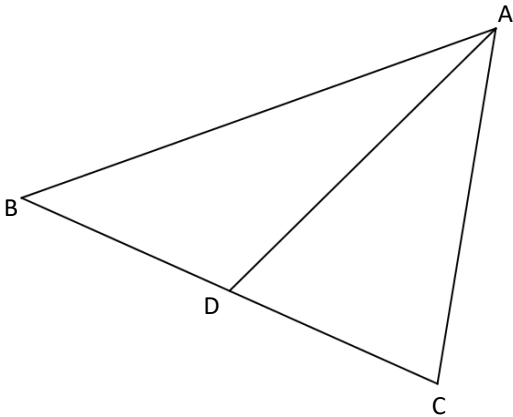
- במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש מתלכד עם הגובה לבסיס ועם

התיכון לבסיס.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

13. במשולש ABC בקטע AD הוא תיכון לצלע BC.

- א. האם המשולשים ABD ו-ACD חופפים? נמקו.
- ב. האם המשולשים ABD ו-ACD שווים שטח? נמקו.
- ג. האם המשולשים ABD ו-ACD שווים היקף? נמקו.



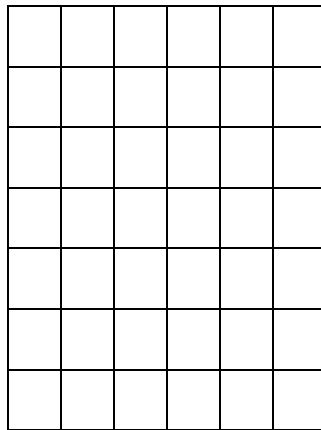
14. לפניכם משולשים שווים שוקיים ABC. הצלעות השוות והזוויות השוות מסומנות. קבעו על

סמך הנתונים בסרטוט ובעזרת חישוב, את גודל הזוויות המסומנות ב α, β, γ

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

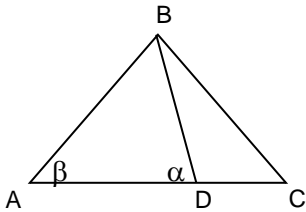
15. הייתכן שזוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים תהיינה שתיים חדות? נמקו.
הייתכן שזוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים תהיינה שתיים ישרות? נמקו.
הייתכן שזוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים תהיינה שתיים קהות? נמקו.
16. איזה משולש מתקבל כאשר זווית הראש במשולש שווה שוקיים היא 60° ?
17. איזה משולש מתקבל כאשר זווית בסיס במשולש שווה שוקיים היא 45° ?
18. האם כל המשולשים שווי השוקיים, ששוקיהם באותו אורך, חופפים זה לזה? נמקו.
19. אורכה של כל צלע בריבועים הקטנים מייצגת 1 ס"מ. שרטטו משולש שווה שוקיים

שאורך בסיסו 4 ס"מ וגובהו 5 ס"מ.



20. א. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. D נקודה על הבסיס AC.

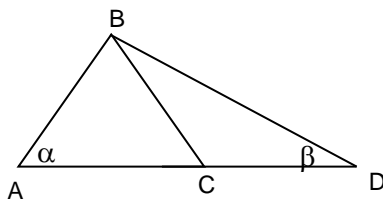
הסבירו מדוע $\alpha > \beta$.



- ב. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.

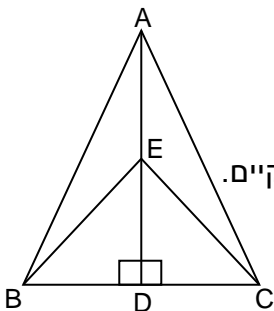
D נקודה על המשך הבסיס AC.

הסבירו מדוע $\alpha > \beta$.

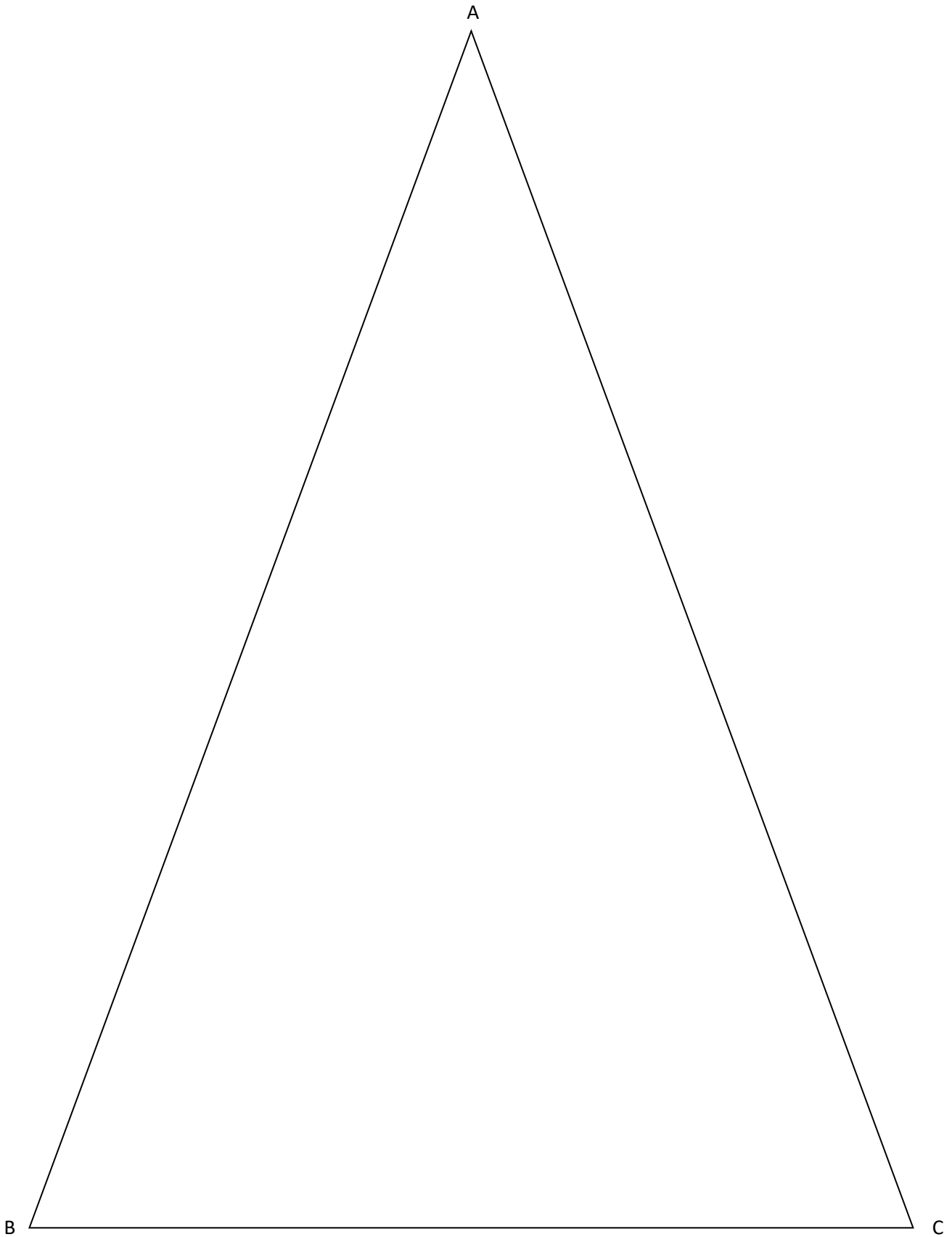


- 21*. משולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$), $AD \perp BC$.

היעזרו בחפיפת משולשים לנמק מדוע משולש BEC הוא משולש שווה שוקיים.



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה
לתרגול אפשר להשתמש גם בספרי הלימוד:

עמודים	מוציא לאור	ספר ניסוי
152 - 108	טכניון ואוניברסיטה עברית	אפשר גם אחרת – כיתה ח' - חלק ב'
297 - 286	מכון וייצמן	מתמטיקה משולבת לכיתה ח' מסלול כחול – חלק ב'
296 - 284	מכון וייצמן	מתמטיקה משולבת לכיתה ח' מסלול ירוק – חלק ב'
418 - 414 ,393 - 382	משבצת	מתמטיקה לכיתה ח'
148 - 103	למדא	עשר בריבוע – חלק ג'
556 - 543 ,509 - 487	אתי עוזרי ויצחק שלו	מתמטיקה לכיתה ח'
,93 - 86 ,85 - 82 169 - 155	האוניברסיטה העברית	קפ"ל – כיתה ח' – חלק ב'
142 - 109	מט"ח	שבילים – מתמטיקה לכיתה ח' - חלק 2