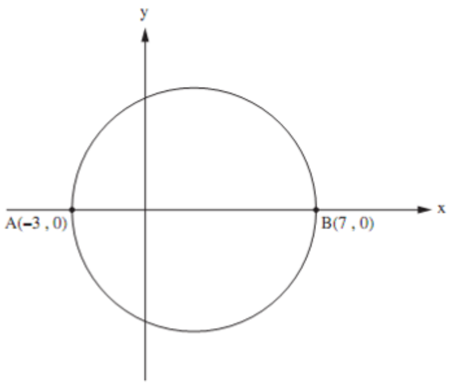
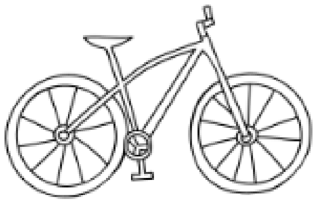
גאומטריה לכיתה ח

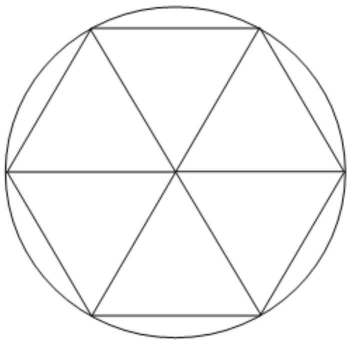
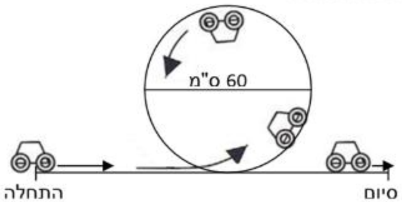
לימודי הגאומטריה בכיתה ח מחולקים לשני פרקים מרכזיים. הפרק הראשון הינו המשך של לימודי כיתה ז, וכולל בתוכו המשך היכרות קדם-היסקית עם ידע גאומטרי במישור ובמרחב. הנושאים המרכזיים הם המעגל, ותוספות ידע אודות קטעים מקבילים ומשולשים. הפרק השני הוא מעבר לחשיבה היסקית ומשמש הטרמה לקראת הגאומטריה שתהיה בכיתה ט. דגש מיוחד יש על שיטות היסק ותיעוד הוכחות בכתב ובעל פה שמוצגים באופן מדורג סביב נושא חפיפת משולשים. התוכנית מתאפיינת בהדרגתיות במעבר לחשיבה היסקית. התוכנית מדגישה הטמעה מאוד מדורגת של הנושא, מתוך כוונה מוצהרת לאפשר לשיעור גבוה של תלמידים, להבין לעומק את תשתית הידע, ולהכיר טוב יותר את השימושים האפשריים בחשיבה היסקית.

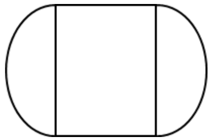
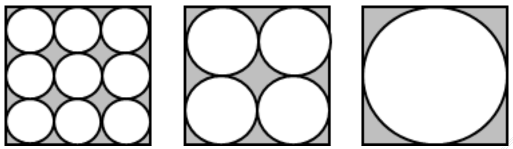
בטבלה שלפנינו מוצגים הנושאים השונים הנמצאים בתחום, והמלצת מספר שעות ההוראה לכל נושא. מובן שההמלצות הללו אינן מותאמות לכל הכיתות אך מהוות בסיס להערכת משך ההוראה של כל נושא.

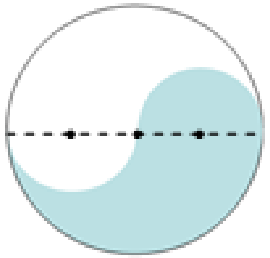
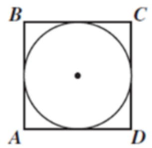
נושא מרכזי	תתי נושאים	המלצה לשעות הוראה
מעגל, גליל וחרוט	המעגל וחלקיו היקף מעגל ושטחו גליל וחרוט	10 שעות
גאומטריה קדם-היסקית	ישרים מקבילים, זוויות מתאימות, מתחלפות וחד צדדיות בין מקבילים סכום זוויות במשולש זווית חיצונית במשולש צלעות המשולש תיכון במשולש	10 שעות
המעבר לחשיבה היסקית חפיפת משולשים	השתלשלות היסקית חפיפת משולשים שימושים בחפיפת משולשים	20 שעות
דמיון	דמיון משולשים דמיון מלבנים	8 שעות

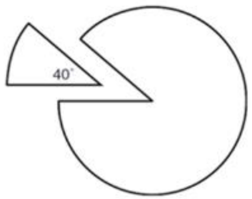
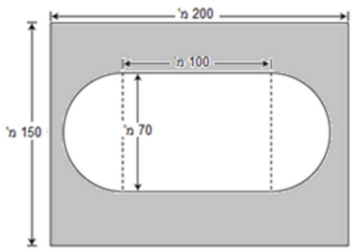
תוכן מתמטי	**פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות**	**דוגמאות, יישומים וקישוריות**
המעגל. הגדרה ומושגים בסיסיים (מרכז מעגל, רדיוס, קוטר, מיתר, זווית מרכזית, גזרה שמתאימה לזווית מרכזית).	הבנת הגדרת מעגל כאוסף של כל הנקודות שנמצאות באותו מרחק מנקודה קבועה. עבודה עם מחוגה לסרטוט מעגל והעתקת מרחקים. הבנה ש-"פתיחת המחוגה" מייצגת רדיוס קבוע. המחוגה אינה רק כלי ציור, אלא מקשרת בין הפעולה הפיזית (שימוש במחוגה) לבין הרעיון המתמטי (מרחק קבוע) . שילוב עם מערכת הצירים כאשר מרכז המעגל בראשית הצירים. הדגשה: • כל קוטר הוא מיתר, אך לא כל מיתר הוא קוטר. • אורך רדיוס הוא אורך חצי קוטר. • מרכז המעגל נמצא תמיד באמצע כל קוטר. • קוטר הוא המיתר הארוך ביותר במעגל.	1. חוט נעץ ועיפרון. זיהוי נקודות בתוך המעגל ומחוץ לו בהתאם לאורך החוט הנדרש במערכת צירים. 2. נתון מעגל שמרכזו בראשית הצירים, והרדיוס שלו 5 (כלומר: המרחק של כל הנקודות על המעגל ממרכזו הוא 5). קבעו מי מהנקודות הבאות נמצאת על המעגל, ומי נמצאת בתוכו: A(5,0) B(3,4) C(3,3) D(4,3) E(0,4) F(-3,4) G(-4,3) H(-5,0). 3. לפניכם מערכת צירים שבה מסורטט מעגל. AB הוא קוטר המעגל.  א. מהו האורך של **רדיוס** המעגל ביחידות אורך?

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	מעגלים בעלי רדיוס שווה – חופפים. סימטריה של מעגל: סימטריה סיבובית ביחס למרכז מעגל, שיקוף ביחס לקוטר. חישובים מספריים ואלגבריים. שילוב דוגמאות שיש בהן הקשר מעשי.	ב. מהם השיעורים של מרכז המעגל?
היקף של מעגל (אורך המעגל).	מספר π כיחס הקבוע בין היקף מעגל לבין קוטרו (שגודלו 3.14 בקירוב) . המשמעות של שימוש באות π, שונה מהמשמעות של אותיות באלגברה, והיא נועדה לסימון מקובל ופשוט של מספר קבוע. בחישובים ניתן לרשום מספר π ברמת דיוק של 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית, בנוסף לשימוש באות π. במקרים אלה חשוב להדגיש כי מדובר בקירוב ולא בערך מדויק.	1. בכפר קטן, היה ילד בשם תומר. תומר אהב לרכב על אופניו ולחקור את הטבע שסביבו. הוא החליט לצאת למסע חדש ולגלות את האזור סביב הכפר שלו. לפני שהתחיל את המסע, הוא עמד ליד האופניים שלו והסתכל על הגלגלים. הוא תמיד תהה כיצד הגלגלים עוזרים לו לנוע במהירות ובקלות. בתור ילד סקרן, הוא החליט לבדוק את היקף אחד מהגלגלים.  תו תומר זכר מהמורה שלו בבית הספר למדה אותו שהגלגלים הם מעגלים, ולכן הוא יכול לחשב את ההיקף שלהם. הוא מדד את רדיוס של הגלגל וראה שהוא 30 ס"מ. תומר היה מרוצה מעבודתו.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	יש למדוד את היקפם של כמה מעגלים ולאמת באופן ניסיוני את העובדה שקיים יחס קבוע בין היקף מעגל לבין קוטרו. הערה: ככל שקוטר המעגל גדול יותר, כך שגיאת המדידה קטנה יותר באופן יחסי. מומלץ להדגים את חישוב הערך של π באחד מהאופנים הבאים: הבאות: א. קירובים בעזרת מצולעים (מדידות וחישובים). ב. באמצעות סימולציה ממוחשבת. יש לשלב חישובים מספריים וביטויים אלגבריים. יש ללמוד את הביטויים האלגבריים להיקף מעגל באמצעות הרדיוס והקוטר. שילוב של כלים טכנולוגיים.	"ההיקף של הגלגל הוא בערך ________ ס"מ!" 2. במעגל שרדיוסו 1 ס"מ חסמו משושה משוכלל כפי שמתואר בסרטוט.  א. מהן הזוויות במשולשים שבתוך המשושה. ב. מהו היקף המשושה? ג. האם היקף המעגל גדול, קטן או שווה להיקף המשושה? 4. סימולציה ממוחשבת 5. בשרטוט מתואר מסלול של משחק מכוניות המורכב מקטע ישר וממעגל. מהו בקירוב אורכו של המסלול?  i. 1.80 מ' ii. 2.5 מ' iii. 5 מ' iv. 5.80 מ'

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
שטח של עיגול	המחשת חישוב שטח עיגול שרדיוסו 1 באחד משני אופנים: 1. באמצעות קירובים של מצולעים וחישוב שטחם. 2. [באמצעות סימולציה ממוחשבת](#) . זיהוי מצבים בהם משתמשים בשטח עיגול בחיי היומיום. שילוב פעילויות חזותיות, שימוש במחוגה וסרטוטים, חיבור לבעיות מעשיות. שילוב דוגמאות שיש בהן הקשר מעשי. בחישובים יש להתייחס לעיגול התשובות לפי כללי העיגול.	<u>שאלות מחיי היום יום</u> 1.הסרטוט מתאר אצטדיון שמורכב מריבוע ששטחו 144 מ"ר ושני חצאי עיגולים. מהו שטחו והיקפו של האצטדיון?  2. נתונים שלושה ריבועים חופפים, שבתוך כל אחד מהריבועים סורטטו עיגולים חופפים המשיקים זה לזה. באיזה מהאיורים השטח הצבוע אפור הוא הגדול ביותר ומדוע? 

דוגמאות, יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
3. באיור הבא שטח העיגול הוא A. מה השטח של הצורה הצבועה בתוך העיגול?  4. בשרטוט שלפניכם עיגול החסום בריבוע ABCD. רדיוס העיגול הוא 6 ס"מ.  א. מה היקף ריבוע ABCD? i. 12π ס"מ ii. 36π ס"מ iii. 24 ס"מ iv. 48 ס"מ ב. בכמה גדול שטח ריבוע ABCD משטח העיגול החסום בו?		

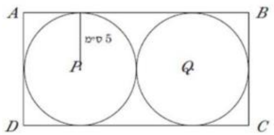
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		.5 להכנת עגילים, צורף חותך גזרות מדיסקיות כסף עגולות. הוא חותך כל דיסקית ממרכז העיגול לגזרות בזווית בנות 40° , כמתואר בשרטוט.  המשקל של כל דיסקית עגולה הוא 2.7 גרם. מה משקלה של גזרה אחת? נמקו את תשובתכם. .6 לפניכם שרטוט של מגרש מלבני שממדיו הם 150 מ' X 200 מ'. על חלק מהמגרש שתלו דשא. שטח הדשא מורכב ממלבן שמשני צידיו שני חצאי עיגול (השטח הלבן בשרטוט).  א. הסתמכו על הנתונים שבשרטוט והקיפו את התרגיל המתאים לחישוב שטח הדשא. (i) $4900\pi + 7000$ (iii) $612.5\pi + 7000$ (ii) $10000\pi + 7000$ (iv) $1225\pi + 7000$ ב. מעוניינים לרצף את השטח שמסביב לדשא (בשרטוט - השטח הצבוע באפור). מה יהיה שטחו של האזור המרוצף? (עגלו תשובתכם למספרים שלמים). ג. עלות הריצוף היא 40 שקלים למ"ר. האם תקציב של 750,000 שקלים יספיק לריצוף השטח המבוקש? הסבירו.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות

7.

המרובע ABCD הוא מלבן. המעגלים P, Q חסומים בתוך המלבן ומשיקים זה לזה.

רדיוס כל אחד מהם הוא 5 ס"מ. מהו שטח המלבן?



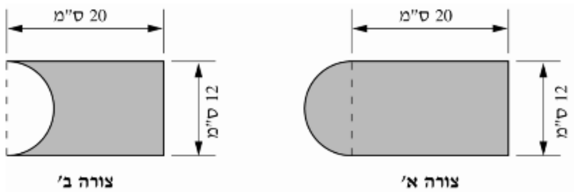
i. 50 סמ"ר   ii. 60 סמ"ר   iii. 100 סמ"ר   iv. 200 סמ"ר

8.

לפניכם שתי צורות:

צורה א' היא מלבן שהצמידו לו חצי עיגול.

צורה ב' היא מלבן שגזרו ממנו חצי עיגול.



א. סַמנו את הטענה הנכונה.

- ☐1 היקף צורה א' **קטן** מהיקף צורה ב'.
- ☐2 היקף צורה א' **שווה** להיקף צורה ב'.
- ☐3 היקף צורה א' **גדול** מהיקף צורה ב'.

ב. מה **השטח** של צורה א' בסמ"ר?

- ☐1 $12\pi + 240$
- ☐2 $18\pi + 240$
- ☐3 $24\pi + 240$
- ☐4 $36\pi + 240$

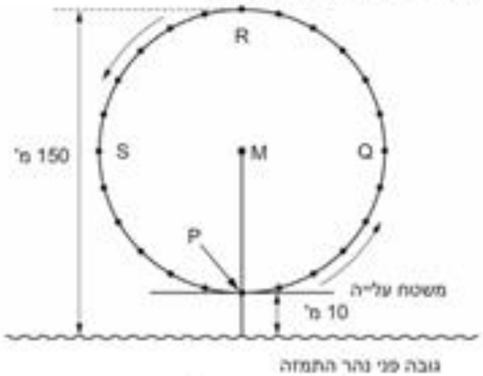
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>

9.

העין של לונדון

בלונדון, לצד נהר התמזה, ניצב גלגל ענק הנקרא *העין של לונדון*.

הביטו בתצלום ובתרשים שלפניכם.



הקוטר החיצוני של גלגל הענק הוא 140 מטרים, והנקודה הגבוהה ביותר שלו נמצאת בגובה 150 מטרים מעל גובה פני המים של נהר התמזה. החצים מציגים את כיוון הסיבוב של הגלגל.

העין של לונדון PM934Q01 - 0 1 9

האות M שבתרשים מציינת את מרכז הגלגל.

בכמה מטרים (מ') מעל לפני המים של הנהר נמצאת הנקודה M?

תשובה: .... מ'

</td></tr>
</table>

שאלת סיכום:

שם המשימה: "פארק המזרקה" – המכרז העירוני

עיריית "מי-ים" החליטה להקים פארק מים עירוני חדש בצורת עיגול במרכז העיר .הפארק יורכב משני מעגלים בעלי מרכז משותף (צורת "טבעת"):

1. המעגל הפנימי :בריכת מים גדולה ומזרקות.
2. הטבעת החיצונית :טיילת הליכה מרוצפת אבן המקיפה את הבריכה.
3. גדר בטיחות :תוצב מסביב למעגל הפנימי (כדי שילדים לא ייפלו למים) ומסביב למעגל החיצוני (תיחום הפארק).

נתונים כלכליים (מחירון הקבלן): כדי לזכות במכרז, עליכם לחשב עלויות במדויק. שימו לב להבדלי המחירים העצומים בין החומרים:

- 💧הקמת בריכת מים (איטום ומערכות) 1,000 ₪ למ"ר (יקר מאוד!).
- ריצוף אבן (טיילת) 100 ₪ למ"ר.
- ⛓️גדר בטיחות מעוצבת 50 ₪ למטר אורך.

השאלות

חלק א' – חישוב ותכנון (שליטה במיומנויות) האדריכלית הראשית הגישה תוכנית ראשונית:

- רדיוס בריכת המים (הפנימי) 5 = מטרים.
- רוחב הטיילת (הטבעת) 2 = מטרים (כלומר, הרדיוס החיצוני הכולל הוא 7 מטרים).

6. חישוב שטחים

   a. חשבו את שטח בריכת המים
   b. חשבו את שטח הטיילת בלבד (שטח הטבעת - ההפרש בין העיגול הגדול לקטן).

7. חישוב גדרות :מהו האורך הכולל של הגדרות הנדרשות לפרויקט? (שימו לב: יש לגדר גם את הבריכה הפנימית וגם את המעגל החיצוני).

חלק ב' – חשיבה כלכלית וקבלת החלטות

8. תקציב הפרויקט :חשבו את העלות הכוללת של הפארק לפי התוכנית הנוכחית. הציגו את חישוב העלות לכל מרכיב בנפרד (מים, ריצוף, גדר).

חלק ג' – חשיבה ביקורתית

9. ראש העיר אהב את הפרויקט ואמר: תקציב שלנו מאפשר להכפיל את הסכום להקמת הבריכה. בואו נכפיל את רדיוס הבריכה מ-5 מטרים ל-10 מטרים. לפי ההיגיון שלי, אם נכפיל את הרדיוס, גם עלות הבריכה תוכפל פי 2, וזה מסתדר לי בתקציב."

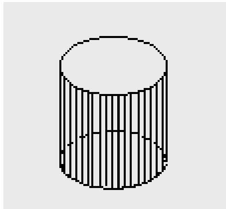
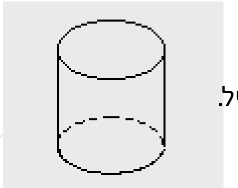
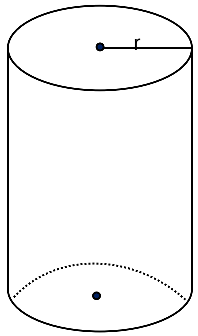
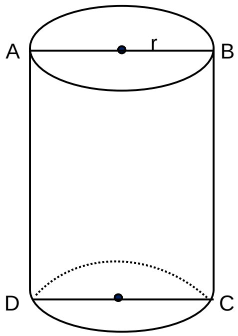
האם ראש העיר צודק בהערכתו הכלכלית?

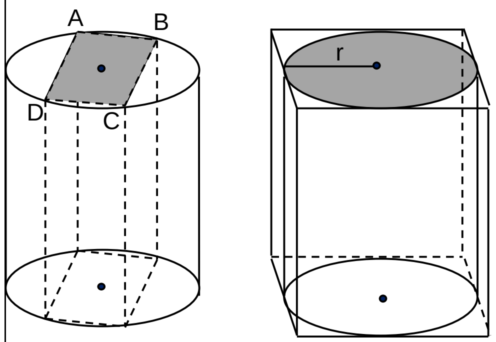
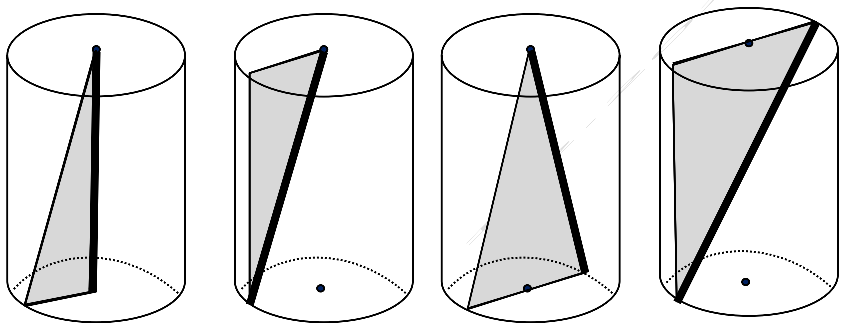
הוכיחו מתמטית (ללא חישוב מלא של כל הסכום, אלא באמצעות יחסי שטחים) פי כמה תגדל עלות הבריכה אם נכפיל את הרדיוס.

חלק ד' – יצירתיות ואופטימיזציה

10. אתגר "התקציב הקפוא :"בעקבות קיצוצים פתאומיים, העירייה דורשת להקטין את עלויות הפרויקט ב-30%, אך מתעקשת לא להקטין את שטחי הציבור כלומר, שטח הטיילת המרוצפת חייב להישאר בדיוק כפי שיצא לכם בסעיף 1ב.

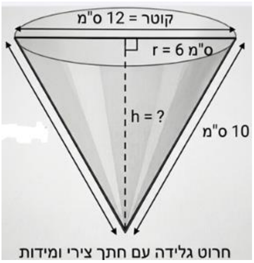
הציעו שינוי במידות הרדיוסים (של הבריכה או של הטיילת) שיביא לחיסכון בכסף, תוך שמירה על שטח הטיילת.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
גליל ישר חרוט ישר היכרות עם הגופים חישוב שטח פנים של גליל חישוב שטח מעטפת של גליל חישוב נפח של גליל ושל חרוט. פריסה של גליל. חתך צירי של גליל ושל חרוט.	גליל הוא גוף המורכב משני עיגולים חופפים הממוקמים במישורים מקבילים, ומכל הקטעים המחברים עיגולים אלה. לשני העיגולים קוראים בסיסי הגליל.   יש ללמוד כי לגליל הישר קיימת מעטפת שהיא בצורת מלבן. יש ללמוד לחשב את שטח הפנים, שטח המעטפת והנפח של גליל שממדיו נתונים, באמצעים מספריים ואלגבריים. יש לדון בהשתנות שטח פני הגליל כתוצאה משינויים חיבוריים וכפליים	1. חשבו את נפח הגלילים ושטחי המעטפת שלהם על פי הנתונים: א. r = 3 ס"מ h = 8 ס"מ ב. שטח ABCD הוא 60 סמ"ר, r = 5 ס"מ   2. נתון כלי בצורת גליל ששטח הבסיס שלו הוא 1000 סמ"ר וגובהו 20 ס"מ. ממלאים את הגליל ב- 4 ליטרים של מים. מה יהיה גובה פני המים לאחר המילוי?

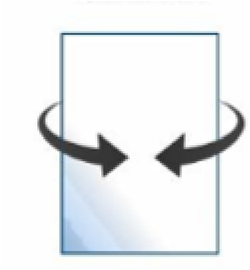
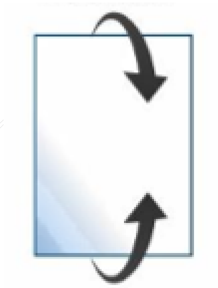
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	באורכי הגובה והרדיוס, למשל: במקרים שבהם אורכי הגובה והרדיוס מוכפלים פי 2. יש לדעת לסרטט פריסה של גליל. חרוט הוא גוף המורכב מעיגול ונקודה שמחוץ למישור העיגול וכל הקטעים המחברים את הנקודה עם נקודות הנמצאות על היקף העיגול (מעגל). הנקודה נקראת קדקוד החרוט, העיגול נקרא בסיס החרוט. כל הקטעים הנ"ל יוצרים מעטפת החרוט. בחרוט ישר הקטע שמחבר את הקודקוד עם מרכז העיגול הוא גובה של החרוט. חתך צירי של חרוט הוא משולש שווה שוקיים שקודקוד הראש שלו הוא קודקוד החרוט והבסיס שלו הוא הקוטר העיגול.	3. נתונים שני כלים. I גליל בתוך תיבה: r = 5 ס"מ, h = 12 ס"מ II תיבה ריבועית בתוך גליל: ABCD ריבוע שאורך צלעו 8 ס"מ h = 12 ס"מ חשבו את נפח הגליל ואת נפח התיבה של כל אחד מהכלים.  4. א. נתונים 4 גלילים שמידותיהם שוות. בתוך הגלילים משולשים שונים. באיזה מהמשטחים של המשולשים הצלע המובלטת היא הקצרה ביותר? הארוכה ביותר? נמקו. 

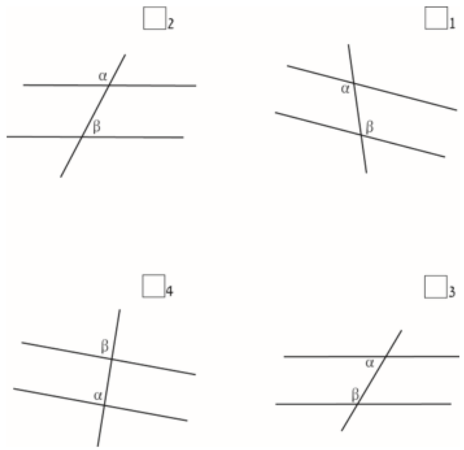
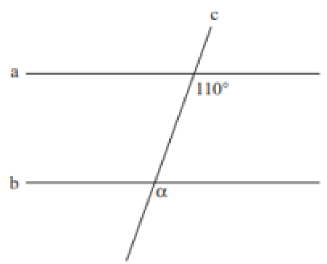
א ב ג ד

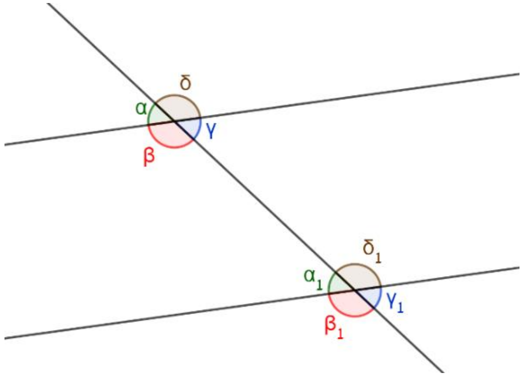
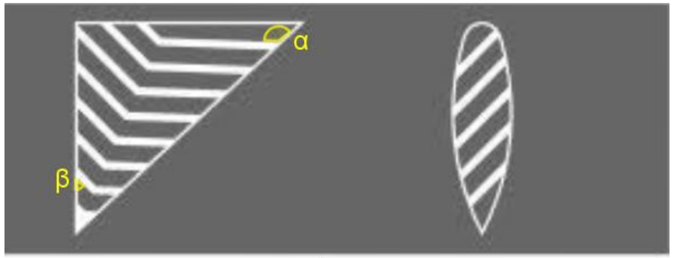
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	יש ללמד לחשב נפח חרוט ושטח חתך צירי. שילוב המרת מידות. יש ליישם את משפט פיתגורס בשאלות עם גליל וחרוט. חשוב להיעזר באמצעי המחשה. יש לעסוק בשאלות בהקשרים מציאותיים.	ב. נתוני הגליל: $r = 4$ ס"מ, $h = 10$ ס"מ חשבו את נפח הגליל; חשבו את שטחי המשולשים, ואת אורך הצלע המובלטת בכל משולש. 5. דרור רצה לקנות צנצנת דבש. בחנות למוצרי טבע שאליה הלך דרור, נמכר דבש בצנצנות שצורתן גליל. דרור מצא שני גדלים של צנצנות. צנצנת אחת הייתה גבוהה פי שניים מהשנייה, אבל קוטר בסיסה היה פי שניים קטן יותר. שתי הצנצנות היו מלאות בדבש. מחירה של הצנצנת הגבוהה הוא 13 שקלים ומחירה של הצנצנת הנמוכה הוא 20 שקלים. איזו צנצנת יבחר דרור, אם רצונו לקנות את הדבש במחיר הנמוך ביותר ליחידת נפח? הסבירו. 

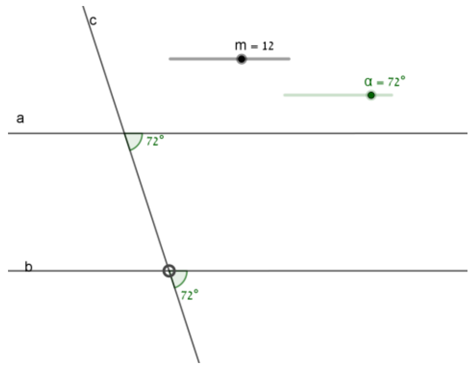
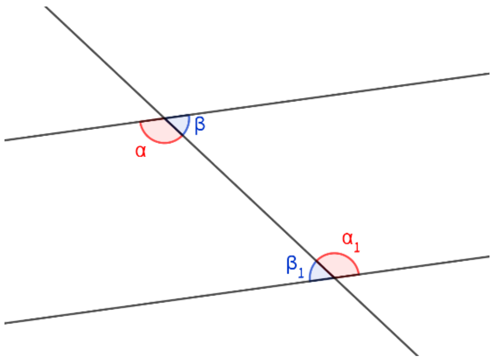
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		6. לכבוד פתיחת הקיץ, גלידרייה "הצורה המתוקה" השיקה גביע וופל חדש בצורת **חרוט** . המוכר טוען שהגביע החדש מכיל הרבה יותר גלידה מהגביע הסטנדרטי, אבל תלמידים שהגיעו למקום החליטו לבדוק את זה בעזרת המתמטיקה שלמדו. כדי שהגלידה לא תנזול, חשוב שהכדור הראשון ייכנס לפחות בחציו לתוך חלל החרוט. לכן, המידות המדויקות של הגביע הן קריטיות.  לפניכם נתונים של גביע ה"מיני-מקס" החדש (ראו איור): - רדיוס פתח הגביע 6 ס"מ. - אורך הוואפל מהשפה העליונה עד קודקוד הרוט (הקצה התחתון של הגביע) הוא 10 ס"מ. **א.** הגלידרייה צריכה לדעת מה גובה הגביע (h) כדי להתאים לו מתקני עמידה. התבוננו בחתך הצירי של הגביע. חשבו את גובה הגביע (h). היעזרו במשפט פיתגורס. **ב.** חשבו כמה סמ"ק גלידה יכולה להיכנס בתוך חלל הגביע (לא כולל הכדורים שבולטים מעל).

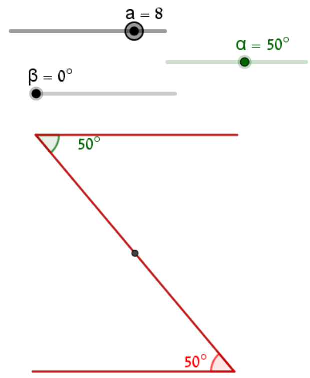
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		ג**.** בעל הגלידרייה רוצה להציע גביע "משפחתי" ענק. הוא מתלבט בין שתי אפשרויות: • **אפשרות א :**'להגדיל את **גובה** הגביע פי 2 ולהשאיר את הרדיוס ללא שינוי. • **אפשרות ב :**'להגדיל את **רדיוס** הגביע פי 2 ולהשאיר את הגובה שחישבתם בסעיף א' ללא שינוי. בעל הגלידרייה אומר: "בשתי האפשרויות הגדלתי מידה אחת פי 2, אז בשתיהן הנפח יגדל באותה מידה". האם הוא צודק? הסבירו . ד. חשבו את הנפח עבור אפשרות ב'. פי כמה הוא גדול מהנפח המקורי שמצאתם בסעיף ב'? (מומלץ לקיים דיון מדוע השינוי ברדיוס משפיע בצורה משמעותית יותר).

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		7. אורכו של דף נייר מלבני הוא 30 ס"מ, ורוחבו 21 ס"מ. א. מגלגלים את הדף למעטפת גליל, כך שרוחב הדף הוא בסיס הגליל.  מהו רדיוס הבסיס? מהו נפח הגליל? ב. מגלגלים את הדף למעטפת גליל, כך שאורך הדף הוא בסיס הגליל.  מהו רדיוס הבסיס? מהו נפח הגליל?

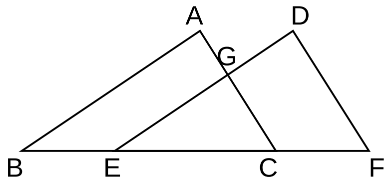
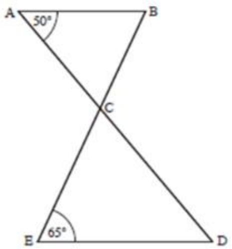
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
הגדרת ישרים מקבילים **זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים** **זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים** **זוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים**	הישרים המקבילים יוגדרו כישרים במישור שאין להם נקודות משותפות (בדומה להגדרה שניתנה בבית הספר היסודי) שני קטעים נקראים מקבילים אם הם נמצאים על ישרים מקבילים. נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך את שניהם. נוצרות 8 זוויות. יש ללמוד לזהות מבניהן זוגות של זוויות מתאימות ומתחלפות. <u>דגשים</u>: 1. ניתן להתמקד בזוויות מתחלפות פנימיות בלבד. 2. יש להציג דוגמאות של זוויות מתחלפות וזוויות מתאימות בין ישרים מקבילים וישרים שאינם מקבילים, ולמדוד זוויות במד-זווית.	<u>דוגמאות</u>: 1. באיזה סרטוט הזוויות α ו- β הן זוויות מתחלפות?  2. בסרטוט שלפניכם שני ישרים מקבילים a, b וישר שלישי c החותך אותם.  מהו גודל הזווית α?

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	3. התלמידים ידעו לזהות באופן חזותי זוויות מתאימות ומתחלפות בין קטעים מקבילים. בהינתן שני ישרים מקבילים, וישר שלישי החותך אותם, הזוויות שנמצאות באותו צד של החותך, ובאותו צד של הישרים המקבילים, נקראות זוויות מתאימות בין מקבילים. זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו. את שוויון הזוויות המתאימות בין ישרים מקבילים וישר חותך ניתן להראות באמצעים חזותיים, מדידות וגזירות נייר. התלמידים יתרשמו משוויון הזוויות המתאימות בין קטעים מקבילים, באמצעות הזזת המקבילים כך שזווית אחת תהיה מונחת בדיוק על הזווית האחרת. (דוגמה 5). התלמידים ידעו למצוא גודל של זווית על סמך ידע לגבי זווית מתאימה בין מקבילים.	3. בסרטוט: כל זוג זוויות המתוארות באותה אות יוונית הן זוויות מתאימות בין מקבילים.  4. לפניכם איי תנועה על הכביש המסומנים באמצעות פסים מקבילים בצבע לבן.  א. סמנו את הזוויות המתאימות לזווית α . ב. סמנו את הזוויות המתאימות לזווית β .

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	בהינתן שני ישרים מקבילים, וישר שלישי החותך אותם, הזוויות שנמצאות בצדדים שונים של החותך, ובצדדים שונים של הישרים המקבילים, נקראות זוויות מתחלפות בין מקבילים. זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו. את שוויון הזוויות המתחלפות בין ישרים מקבילים וישר חותך ניתן להראות או לנמק באמצעות שוויון הזוויות המתאימות ושוויון זוויות קודקודיות. התלמידים יתרשמו משוויון הזוויות המתחלפות בין קטעים מקבילים, באמצעות סיבוב המקבילים כך שזווית אחת תהיה מונחת בדיוק על הזווית האחרת. התלמידים ידעו לשלב ידע שנלמד בכיתה ז אודות זוויות צמודות, זוויות קודקודיות, וסכום הזוויות	5. פתחו את היישומון ופעלו על פי ההנחיות:  6. בסרטוט נתונים ישרים מקבילים. א. רשמו זוגות של זוויות מתחלפות בין מקבילים. ב. רשמו זוגות של זוויות חד צדדיות בין מקבילים. 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	במשולש עם הידע החדש לגבי זוויות מתאימות בין מקבילים וזוויות מתחלפות בין מקבילים. התלמידים יבינו שהזוויות החד צדדיות משלימות ל-180 מעלות. הדבר ייעשה על ידי שוויון של זוויות מתאימות והשלמה של שתי זוויות צמודות ל- 180 מעלות.	7. פתחו את [היישומון](#) ופעלו על פי ההנחיות:  א. בסרטוט מופיעים 3 קטעים היוצרים צורה הדומה לאות Z. הקטעים העליון והתחתון מקבילים זה לזה. זהו את הזוויות המתחלפות בין המקבילים בסרטוט. ב. האריכו או קצרו את הקטע האמצעי בעזרת גרירת הסרגל a. כיצד שינוי האורך משפיע על גודלן של הזוויות המתחלפות? ג. גרירת הסרגל β מסובבת את הצורה סביב אמצע הקטע האמצעי. האם ניתן לסובב את הצורה כך ששתי הזוויות תתלכדנה? מה זה אומר על הקשר ביניהן? ד. שנו את גודל הזווית, באמצעות הסרגל α . האם התשובות שלכם לסעיפים ב או ג משתנות?

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		8. משטח הגיהוץ שבתמונה מקביל לרצפה.  הרגלית של המשטח יוצרת זווית α עם הרצפה. היכן נמצאת הזווית המתחלפת שלה? 9. בתמונה מוצג שולחן פיקניקים.  א. סמנו זוג של זוויות מתחלפות בין מקבילים. ב. סמנו זוג של זוויות מתאימות בין מקבילים.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		10. בסרטוט הבא הנקודות B, E, C, F ממוקמות על ישר אחד. כמו כן: AB ∥ DE , AC ∥ DF, $\sphericalangle B = 40°$, $\sphericalangle F = 60°$. מהו גודלה של הזווית EGC?  11. בסרטוט שלפניכם נתון: AB ∥ ED $\sphericalangle CED = 65°$ $\sphericalangle BAC = 50°$  א. מִצְאוּ את הגודל של $\sphericalangle ABC$. תשובה: $\sphericalangle ABC =$ __________ רִשְׁמוּ את המשפט שבו נעזרתם: __________ __________ ב. חַשְּׁבוּ את הגודל של $\sphericalangle ACB$. תשובה: $\sphericalangle ACB =$ __________ שאלות אוריינות- [מרכז מורים]

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		שאלות אוריינות-מרכז מורים ישרים מקבילים זוויות בין מקבילים-יישומון

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr>
<td>סכום זוויות במשולש שווה ל- $180°$</td>
<td>
הנושא הוא המשך למה שנלמד בכיתה ז.
הנושא בכיתה ח נכנס רק לצורך הוכחה שסכום הזוויות במשולש שווה ל- $180°$ באמצעות הנושא של זוויות מתאימות בין המקבילים.

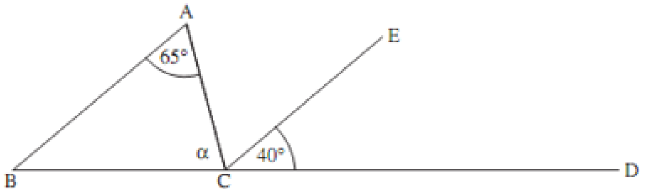
השאלות יהיו רק בהקשר לשילוב בין הנושא זוויות בין ישרים מקבילים לבין סכום זוויות במשולש.

1. יש לעסוק בחישובים ובתובנה כמו: אם המשולש ישר זווית אז סכום הזוויות החדות הוא $90°$, במשולש קהה זווית שתי הזוויות האחרות חדות וכו'.

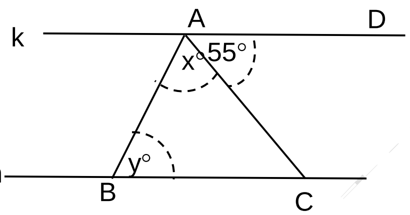
2. יש להרחיב את המושג 'חוצה זווית' שנלמד בפרק 'זוויות' ל'חוצה זווית במשולש', ולערוך מדידות וחישובים בעזרת חוצה הזווית.

3. יש לעסוק בסכום הזוויות במשולש באמצעים מספריים ואלגבריים, כולל פתרון משוואות.
</td>
<td>
<u>דוגמאות:</u>

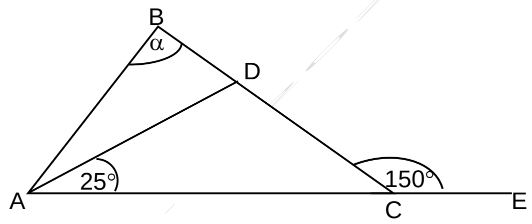
1. סרטטו משולשים שבהם הזוויות הן בנות: $30°$, $50°$, $100°$.

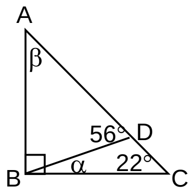
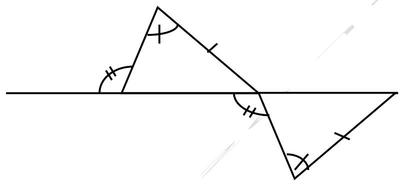
2. לפניכם סרטוט של המשולש ABC.
D נמצאת על המשך הצלע BC.
$AB \parallel EC$
$\measuredangle A = 65°$
$\measuredangle ECD = 40°$


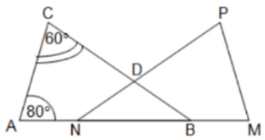
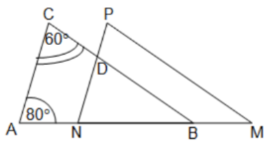
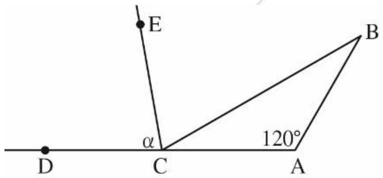
מהו גודל הזווית α המסומנת בסרטוט?
הַציגו את דרך החישוב ונַמקו כל שלב בפתרון.

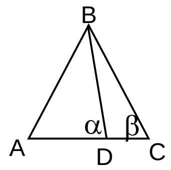
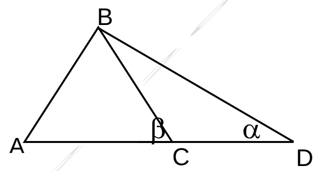
3. בסרטוט הישרים k ו- m מקבילים זה לזה. $\measuredangle DAC = 55°$.
מה הערך של $x + y$?


</td>
</tr>
</table>

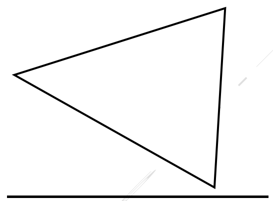
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	תוך כדי לימוד הנושא ופתרון בעיות יש לשים דגש על מיומנויות כגון, הסקת מסקנות, חשיבה ביקורתית והנמקה.	4. במשולש ABC נתון כי זווית A שווה ל- $100°$. איזו מבין הטענות הבאות <u>אינה נכונה</u>? א. הזווית B קטנה מזווית A. ב. זווית B קטנה מ-$90°$. ג. המשולש ABC הוא משולש קהה-זווית. ד. סכום הזוויות B ו-C גדול מזווית A. 5. נתון משולש ABC. CE הוא המשך הצלע AC (ראו סרטוט). AD הוא חוצה זווית BAC. נתון: $\sphericalangle DAC = 25°$, $\sphericalangle BCE = 150°$ מה גודלה של הזווית α? 

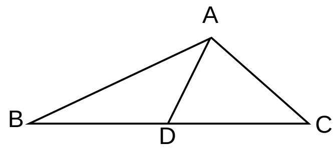
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
זווית חיצונית למשולש	**זווית חיצונית למצולע קמור היא זווית הצמודה לזווית פנימית.** זווית חיצונית למשולש משלימה ל $180°$ את הזווית הפנימית הצמודה לה, ולכן שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.	1. נתון משולש ישר זווית ABC. D נקודה על הצלע AC. א. חשבו את גודל הזוויות α, β על פי הנתונים בסרטוט. ב. נמקו כל שלב בחישוב.  2. נמקו מדוע המשולשים הנתונים חופפים. 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		3. בשרטוט המשולשים ABC ו- MNP חופפים זה לזה בהתאמה. ידוע ש- MN = AB. חשבו את ∢PDB.  4. בשרטוט המשולשים ABC ו- NMP חופפים זה לזה בהתאמה. ידוע ש- NM = AB. חשבו את ∢PDB.  5. המשולש ABC שלפניכם הוא משולש שווה-שוקיים (AB = AC).  הנקודה D נמצאת על המשך הצלע AC. CE הוא **חוצה זווית** DCB.

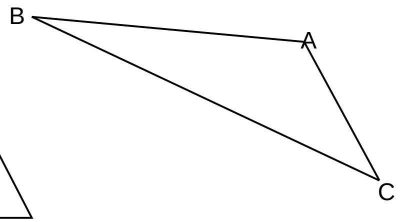
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		חַשבו את גודל הזווית α לפי הנתונים, וכִּתבו את דרך החישוב. 6. א. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.  D נקודה על הבסיס AC. הסבירו מדוע $\alpha > \beta$. ב. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.  D נקודה על המשך הבסיס AC. הסבירו מדוע $\alpha < \beta$.

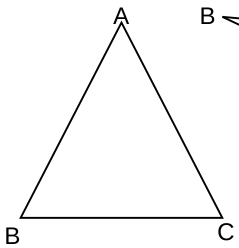
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
צלעות המשולש	**סכום שתי צלעות במשולש גדול מצלע שלישית.** הטענה תתקבל באמצעות שימוש במודלים כמו קשיות, ישרים משורטטים על שקף, סרטוט משולשים, וכשנתונים אורכים של צלעות. יש לשים לב כי במשולש ישר זווית היתר ארוך מכל אחד מהניצבים. יש להדגיש כי גודל הצלעות שבהן מדובר מתייחס לאורכן.	1. במשולש נתונות שתי צלעות: AB = 12ס"מ ו- 5 ס"מ = AC. איזו מבין הטענות הבאות <u>אינה אפשרית</u>? (ניתן להיעזר בסרטוט משולשים) א. המשולש ABC שווה שוקיים והבסיס שלו 5 ס"מ. ב. המשולש ABC שווה שוקיים והבסיס שלו 12 ס"מ. ג. המשולש ABC ישר זווית והצלעות AB ו- AC ניצבים שלו. ד. המשולש ABC ישר זווית ו- AB הוא היתר במשולש. 2. נתונים שלושה מקלות באורכים שונים. כמה משולשים שונים ניתן לבנות בעזרתם? אם שלושה האורכים שלהם הם: א. 3 ס"מ 4 ס"מ 5 ס"מ ב. 3 ס"מ 4 ס"מ 6 ס"מ ג. 3 ס"מ 4 ס"מ 7 ס"מ ד. 3 ס"מ 4 ס"מ 8 ס"מ 3. נתון חוט שאורכו 12 ס"מ. יש לגזור את החוט לשלושה חלקים כך ש: - ניתן יהיה ליצור משולש מהחלקים; - אי אפשר יהיה ליצור משולש מהחלקים.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
תיכון במשולש	**תיכון במשולש הוא קטע המחבר קודקוד לאמצע הצלע שמולו.** דגשים: 1. הקטע **תיכון** נוסף לקטעים **גובה** ו**חוצה זווית** שנלמדו בכיתה ז. 2. יש לעסוק בסרטוטים, מדידות וחישובים המשלבים את התיכון במשולש. 3. יש לנמק מדוע התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח.	דוגמאות: 1. גזרו משולש שונה צלעות גדול. קפלו אותו והדקו את הקיפול בשלוש דרכים: א. לאורך התיכון, באמצעות הצמדה של קודקוד לקודקוד. ב. לאורך חוצה הזווית, באמצעות הצמדה של צלע לצלע. ג. לאורך הגובה באמצעות קיפול אנך מול הקודקוד. 2. סרטטו את שלושת התיכונים של המשולש:  3. במשולש ABC, AD תיכון לצלע BC. הצלע AB גדולה מהצלע AC ב-2 ס"מ.

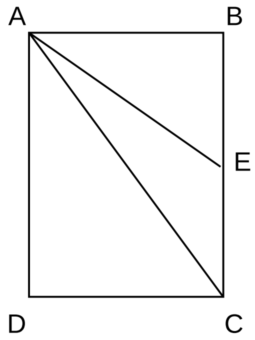
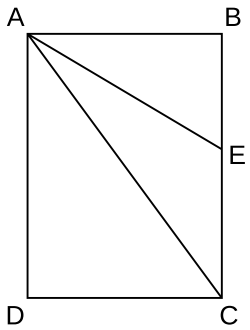
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>


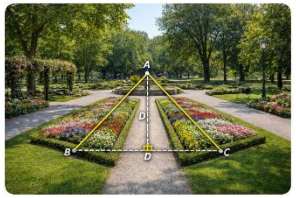
בבמה ס"מ גדול היקף משולש ABD מהיקף משולש ADC? נמקו.
למי משני המשולשים: ABD או ADC, שטח גדול יותר, ובבמה סמ"ר?

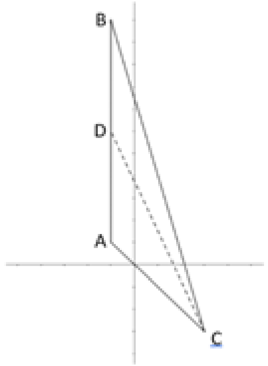
4. סרטטו את הקטעים הבאים במשולשים שלפניכם:
AD גובה לצלע BC.
AP חוצה זווית A.
AM תיכון לצלע BC.




5.האם תיכון בכל משולש מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים? נמקו.
</td></tr>
</table>

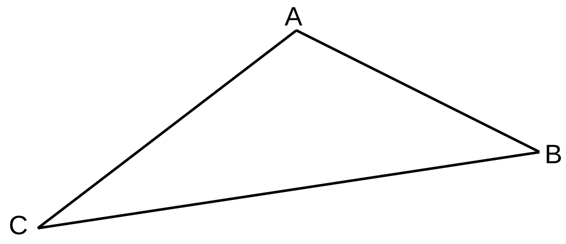
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		6. בסרטוט שלפניכם מלבן ABCD. AC אלכסון במלבן, ו-AE תיכון במשולש ABC. א. מה היחס בין שטחי המשולשים ABE ו-ADC? ב. איזה חלק משטח המלבן מהווה משולש AEC?  7. בסרטוט שלפניכם מלבן ABCD. AC אלכסון במלבן, ו-AE חוצה זווית CAB במשולש ABC. $\measuredangle EAC = \alpha$ הסבירו מדוע $\measuredangle AEB = 90^\circ - \alpha$. 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		8.בגן ציבורי יש משולש פרחוני בצורת ABC △. המנהל רוצה ליצור שביל מרכזי מהנקודה Aאל הצלע BC, כך שהשביל יחלק את הצלע BCלשני חלקים שווים. **שאלות:**  א. הסבירו מדוע השביל מהווה **תיכון במשולש**. ב. סמנו על הציור את הנקודה D כך ש AD-הוא התיכון. ג. הסיקו מסקנה לגבי הקטעים BDו.DC- מערכת צירים:

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		במערכת הצירים נתון משולש ABC. $B(-1,11)$. D אמצע הצלע AB. *הצלע* AB *מונחת על הישר* $x=-1$. $S_{BDC}=10$ *יח"ש ושיעור* x *של הנקודה* C *הוא 3*. • *השלימו את שיעורי הנקודה* A. • *שיפוע הישר* AC *הוא 1-*. *מצאו את שיעורי הנקודה* C. 

שאלה אוריינית – פתרונות מרובים ושיח כיתתי

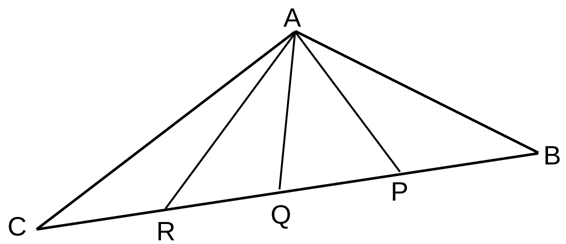
משימה: ירושת קרקע.



אב הוריש לארבעת בניו חלקת קרקע מישורית שצורתה משולש שקדקודיו הם A, B, C

וציווה עליהם לחלקה ביניהם לארבעה שטחים שווים.

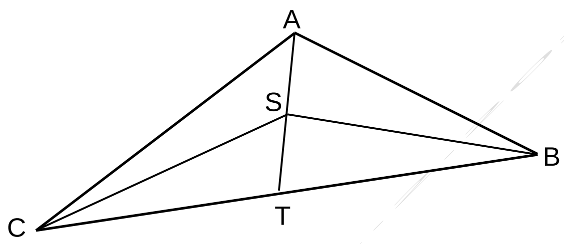
כל אחד מהבנים הציע דרך מקורית לחלוקת השטח.



א. ראובן הציע לחלק את הצלע BC לארבעה קטעים שווים. את נקודות החלוקה,

P, Q ו-R מחברים עם הקדקוד A כך שנוצרים ארבעה משולשים בתוך המשולש המקורי (ראה סרטוט).

קבעו האם הצעתו של ראובן מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



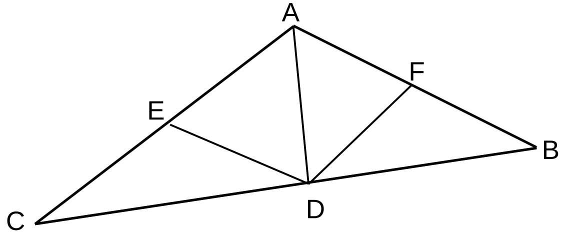
ב. שמעון הציע להעביר מהקדקוד A תיכון AT לצלע BC. מהנקודה S

שבמחצית התיכון AT מתח שמעון שני קווים לעבר הקדקודים B, ו-C

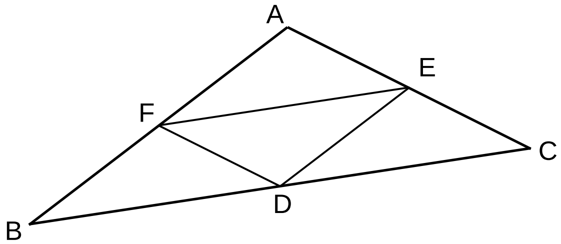
(ראו סרטוט).

קבעו האם הצעתו של שמעון מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.

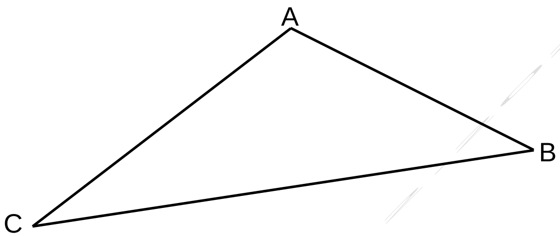
ג. לוי הציע לסרטט גובה AD לצלע BC, ושני תיכונים DE ו-DF לצלעות AC ו-AB. קבעו האם הצעתו של לוי מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



ד. יהודה הציע לחבר את שלושת אמצעי צלעות המשולש זה עם זה (ראו סרטוט).
קבעו האם הצעתו של יהודה מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



ה. האם לדעתכם יש עוד אפשרויות לחלוקה. אם כן הציעו את הפתרון.



<u>המעבר לגאומטריה היסקית – חפיפת משולשים</u>

במסגרת לימודי הגאומטריה נצבר ידע גאומטרי, נלמדות שיטות של היסק בגאומטריה, וכן דרכי כתיבה ותיעוד של היסק או הוכחה. המטרה העיקרית של חלק זה בתוכנית היא לימוד דרך ההיסק של השתלשלות דבר מתוך דבר. ללימוד ההיסק נלווה גם ידע גאומטרי שטוב להכירו, אולם לא הוא נמצא בליבת הפרק הזה. בפרק תופענה טענות גאומטריות לצורך תרגול הוכחתן יותר מאשר לטובת שינונם בעל פה. התלמידים יצטרכו להכיר את חלק מהטענות הגאומטריות, ולא את כולן.

באשר לרישום הוכחה:

הוכחה של חפיפת משולשים, והוכחת מסקנות מהחפיפה, תהיה **כתובה** לעיני התלמידים.

ישנן דרכים שונות לרישום הוכחת חפיפה, והתלמידים צריכים להיחשף באופן מאוזן למגוון הדרכים.

א. רישום בשתי עמודות של טענות ונימוקים

ב. רישום בעזרת תרשים זרימה של בועיות.

ג. רישום במלל שוטף ללא מבנה מוכתב מראש.

הוכחה של חפיפת משולשים, והוכחת מסקנות מהחפיפה במהלך כיתה ח תוכל להיעשות על ידי תלמידים בכתב , ובמצבים אחדים גם **בעל פה**.

אף שקיימת עדיפות לרישום הוכחה באחת מהדרכים (בהתאם לנוחיות התלמיד), תהיה במהלך כיתה ח אפשרות להסתפק בהסבר משכנע שניתן בעל פה.

ההיסק ילמד במספר שלבים הנבנים בהדרגה זה על גבי זה. בקבוצות עם תלמידים מתקשים יודגשו השלבים הראשונים, בעוד שבקבוצות אחרות יהיה מעבר מהיר לשלבים המתקדמים.

ההיסק של התלמידים יתבצע בעל פה או בכתב בהתאם ליכולותיהם.

1. בהינתן שני משולשים חופפים, מהם חלק מהשוויונות שאפשר להסיק מכך.
2. הוכחה של חפיפת משולשים, בעזרת אחד ממשפטי החפיפה.
3. הוכחה של נתון הדרוש לחפיפה בסעיף נפרד, והוכחת החפיפה עצמה בסעיף נפרד.
4. הוכחה של חפיפת משולשים, בעזרת אחד ממשפטי החפיפה, והיסק של שוויונות הנובעים מהחפיפה בסעיף נפרד.

5. הוכחה משולבת של נתון הדרוש לחפיפה, חפיפה, והיסק של שוויון הנובע מהחפיפה.

במקרים אחדים, הוכחת הנתון הדרוש לחפיפה, יכול להתבסס על חפיפה של משולשים אחרים, שהנתונים להם גלויים.

תיעוד ההוכחה בכתב בידי המורה יהיה מלא, מפורט ומדויק, באופן מאוזן ומגוון בין מודלים שונים לרישום הוכחה.

הדרישה לתיעוד הוכחה והבנת ההיסק בידי התלמיד תבוא באופן מדורג בהתאם ליכולות השונות של תלמידים שונים בשלבים שונים:

א. יכולת לעקוב ולהבין טיעונים חלקיים או הוכחה מלאה של גורם חיצוני (ספר, מורה או תלמיד אחר), להעיר ולהגיב לנאמר בה.

ב. יכולת להשלים פרטים חסרים בהוכחה שקיימת חלקית.

ג. הסבר בעל פה של הוכחה.

ד. כתיבה של הוכחה.

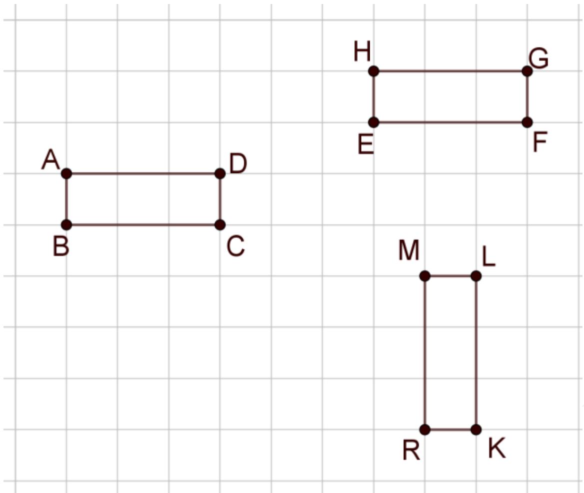
משפטי החפיפה יודגמו בשלב הראשון רק במצבים שבהם אף אחד מהם אינו מכסה חלקית את השני.

בהמשך עשוי להופיע כיסוי חלקי, וכן צורך בפירוק או הרכבה של צורות.

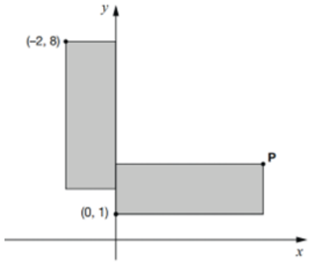
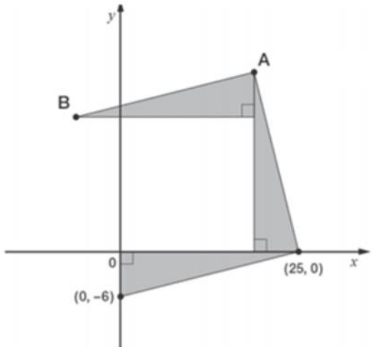
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td>חפיפה של צורות

מסקנות, הנובעות מחפיפה, לגבי שוויונות בין חלקים מתאימים (צלעות או זוויות)</td><td>כפי שנלמד בכיתה ז' שתי צורות (או יותר) במישור נקראות חופפות אם אפשר להניח את אחת מהן על האחרת כך שתכסה אותה בדיוק. ניתן להניח צורה אחת על גבי השנייה באמצעות הזזה או סיבוב או היפוך (שיקוף ביחס לישר) של אחת מהן, או הרכבה של הפעולות הללו.

יש להציג בפני התלמידים מצבים של חוסר חפיפה.

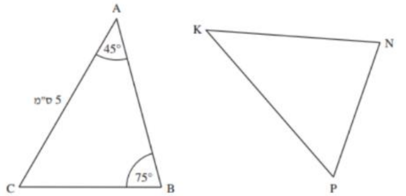
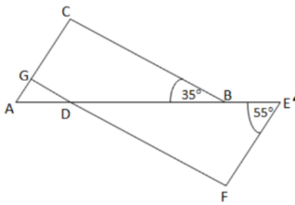
יש להסתייע בתוכנות כמו דסמוס או גאוגברה להדגמת חפיפה או חוסר חפיפה</td><td>1. כל הריבועים בעלי צלע באותו אורך – חופפים.
2. נברר האם המלבנים בסרטוט חופפים זה לזה:


א. המלבן EFGH חופף למלבן ABCD, כיוון שניתן לגזור אותו ולהניח אותו בדיוק על המלבן ABCD.
ב. המלבן EFGH הוא הזזה של המלבן ABCD.
ג. המלבן KLMR חופף למלבן ABCD, כיוון שניתן לגזור אותו ולהניח אותו בדיוק על המלבן ABCD.
ד. המלבן EFGH הוא סיבוב של המלבן ABCD, והזזה שלו.</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		3. על מערכת צירים סרטטו שני מלבנים חופפים. הצלע הארוכה של המלבן גדולה פי 3 מהצלע הקצרה.  חשבו את שיעורי נקודה P. 4. על מערכת צירים מסרטטים שלושה משולשים ישרי-זווית חופפים  חשבו את שיעורי נקודה A ושיעורי נקודה B.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		5. ידוע מלימודי היסודי שבכל זוויות כל המלבנים ישרות, ולכן חפיפת שני מלבנים תלויה רק בהתאמת אורכי 4 הצלעות. ידוע מלימודי היסודי שבכל זוג צלעות נגדיות במלבן שוות באורכן, ולכן חפיפת שני מלבנים תלויה רק בהתאמת שתי צלעות סמוכות בכל מלבן. תוצאה: כל שני מלבנים ששתי צלעות סמוכות שלהם שוות בהתאמה – ניתן להניח אחד מהם בדיוק על השני, ולכן הם חופפים. 6. האלכסון בכל המלבנים שאורכם שווה ורוחבם שווה – שווה באורכו (תוצאה של משפט פיתגורס). 7. שני מלבנים שהיקפם שווה, אינם בהכרח חופפים. 8. שני מלבנים ששטחם שווה, אינם בהכרח חופפים. 9. שני משולשים בעלי היקף שונה אינם חופפים. 10. שני ריבועים שאורך כל צלע בהם 5 ס"מ חופפים. לעומת זאת, שני מרובעים שאורך כל צלע בהם 5 ס"מ אך הזוויות שונות אינם חופפים בהכרח. 11. שני רדיוסים במעגל יוצרים משולש שווה שוקיים, אולם לא כל המשולשים הללו חופפים: א. כי הזווית בין השוקיים איננה קבועה ב. כי הבסיס של המשולש איננו באורך קבוע.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		12. הדגמת מצב של חפיפה בעזרת תוכנה: שני רדיוסים במעגל יוצרים משולש שווה שוקיים. כאשר, בנוסף, הבסיס הוא באורך הרדיוס נוצר משולש שווה צלעות. כל המשולשים שווי הצלעות בעלי צלע באותו אורך – חופפים. 13. הדגמת מצב של חוסר חפיפה בעזרת תוכנה: כאשר שני מעגלים נחתכים, נקודות החיתוך ומרכזי המעגלים יוצרים מרובע. מרובע כזה שבו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות שוות נקרא דלתון. לא כל הדלתונים הנוצרים בדרך זו חופפים.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
זיהוי חלקים מתאימים במשולשים חופפים	בהינתן משולשים חופפים, יש לדעת לזהות צלעות וזוויות מתאימות: יש לדעת לזהות כי מול צלעות שוות במשולש מונחות זוויות שוות. יש לדעת לזהות כי מול זוויות שוות במשולש מונחות צלעות שוות.	1. לפניכם סרטוט של שני משולשים חופפים: $\Delta ABC \cong \Delta KNP$. (החפיפה כתובה לפי סדר הקדקודים המתאימים.)  על סמך הנתונים שבסרטוט ענו על הסעיפים שלפניכם: א. איזו צלע במשולש KNP שווה ל- 5 ס"מ? ב. מהו גודל $\sphericalangle K$? ☐1 75° ☐2 70° ☐3 60° ☐4 45° 2. בשרטוט שלפניכם המשולשים ABC ו- EDF חופפים זה לזה לפי התאמת הקודקודים. הנקודה G נמצאת על המשך הקטע DF. מצאו את מידת הזווית $\sphericalangle$GDA? א. 35° ב. 55° ג. 25° ד. 45° הסבירו את תשובתכם. 

חפיפת משולשים

שני משולשים נקראים **חופפים** אם אפשר להניח את אחד מהם על האחר כך שיכסה אותו בדיוק (ולשם כך ניתן להזיז, לסובב ולהפוך את המשולשים).

מומלץ להסתייע בתוכנות דינאמיות להמחשה.

בהינתן משולשים חופפים, יש לדעת לזהות צלעות וזוויות מתאימות:

מול צלעות שוות בהתאמה מונחות זוויות שוות בהתאמה.

מול זוויות שוות בהתאמה מונחות צלעות שוות בהתאמה.

שני משולשים שיש להם שני נתונים שווים (למשל שתי צלעות או צלע וזווית) אינם בהכרח חופפים.

שני משולשים שזוויותיהם שוות בהתאמה אינם בהכרח חופפים.

שני משולשים שיש להם אותו היקף אינם בהכרח חופפים.

שני משולשים שיש להם אותו שטח אינם בהכרח חופפים.

יש לנמק בעזרת דוגמאות ובאמצעים מוחשיים, שזוג משולשים שלגבם יש חוסר בתנאים מספיקים לחפיפה, אינם בהכרח חופפים.

יש לזהות בעזרת דוגמאות (כולל מספריות) ובאמצעים מוחשיים, על סמך משפטי החפיפה שנלמדו בכל שלב, זוג משולשים שבוודאות חופפים, זוג משולשים שבוודאות אינם חופפים, וזוג משולשים שלגביו אין מספיק מידע כדי להכריע האם הם חופפים או שאינם חופפים.

יש לנמק את נכונות שלושת משפטי החפיפה באמצעים מוחשיים.

יש ללמוד לזהות משולשים חופפים על פי שלושה נתונים מתאימים, בהתאם למפורט במשפטי החפיפה.

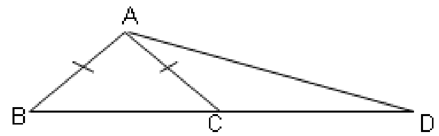
קיום חפיפה בין משולשים אינו תלוי באופן או בצורה בה הם נרשמים. יש להבדיל בין הצורה עצמה ובין מגוון האופנים בהם היא מתוארת. כך למשל, כל משולש חופף לעצמו גם כאשר יש רישום שונה של סדר הקודקודים. ברישום של חפיפה בין משולשים ההתאמה בין החלקים השונים (צלעות או זוויות) צריכה להיות מובלטת ללא תלות בסדר האותיות של קודקודי המשולשים. עם זאת, כאשר יש יתרון דידקטי, כדי לסייע לתלמידים בזיהוי ההתאמה בין צלעות וזוויות של המשולשים, יכול המורה להציג חפיפת משולשים תוך שמירה על סדר קודקודים תואם בכתיבה.

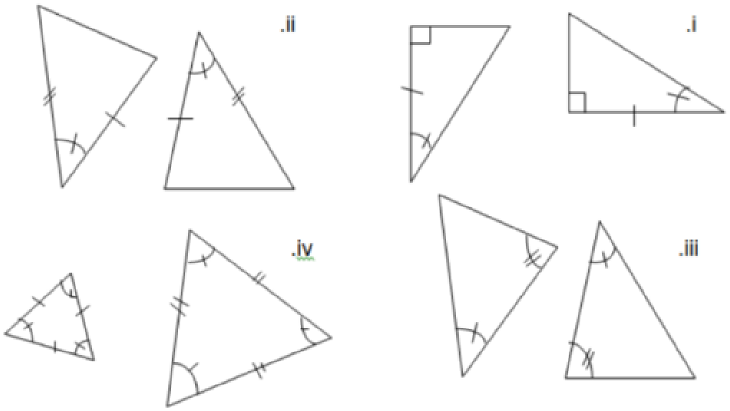
בהינתן שני משולשים חופפים, יש לזהות את החלקים המתאימים בין המשולשים במגוון מנחים הדדיים של המשולשים. המנחים ההדדיים יופיעו באופן מדורג ממצב שקל לזיהוי למצב שבו הזיהוי עשוי להיות מאתגר.

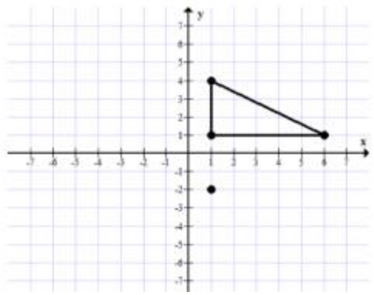
בהינתן שני משולשים חופפים עם נתונים מספריים חלקיים, יש לדעת למצוא את החלקים החסרים, כאשר זה אפשרי.

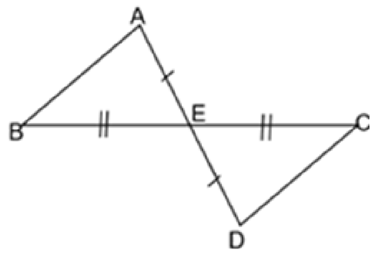
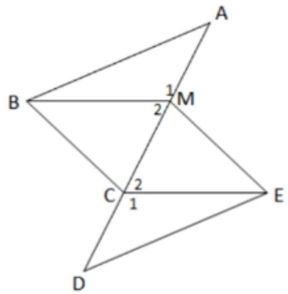
כיוון שמעגל נלמד בעבר, וכיוון שזהו הכלי הגאומטרי להשוואת אורכים, יש לתרגל חפיפת משולשים גם כאשר הנתון מוצג כך שחלק מהצלעות הן רדיוס של מעגל.

חלק מהשימושים של משפטי החפיפה הם בעלי חשיבות מבחינת רכישת ידע גאומטרי, בעוד החשיבות של האחרים היא בעצם תרגול ההיסק של משפט החפיפה ותו לא. התרגול של השתלשלות ההיסק לא חייבת להיות תמיד במסגרת של הוכחה רגילה, וניתן לגוון באמצעות שאלות מסוגים שונים כגון: נכון או לא, מי צודק במסגרת טענות, השלמה של שלד הוכחה וכו'.

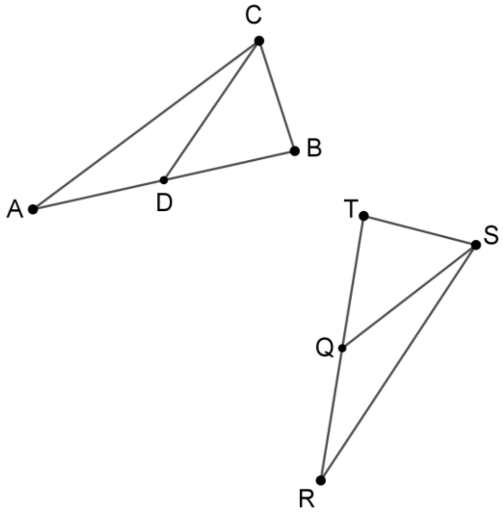
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
משפט חפיפה צלע-זווית-צלע	**אם שתי צלעות במשולש אחד שוות לשתי צלעות במשולש אחר, וגם הזוויות הכלואות בין הצלעות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים.** דגשים: 1. יש להדגים באופן מוחשי את העובדה שאם הזוויות השוות אינן כלואות בין הצלעות השוות אז המשולשים אינם בהכרח חופפים. 2. יש להראות ששוויון של זוג זוויות שאינן כלואות בין הצלעות השוות, עשוי להיות גם בין שני משולשים שאינם חופפים. 3. למשפט החפיפה ישנם שימושים חשובים הקשורים במישרין או בעקיפין למשולש שווה שוקיים. למרות זאת, ראוי שתרגול ההיסק באמצעות חפיפת משולשים יתבצע גם על משולשים שוני צלעות.	1. שני רדיוסים במעגל עם צלע שמול מרכז המעגל קובעים משולש שווה שוקיים. לא כל משולשים הללו חופפים כיוון שהזווית בין השוקיים איננה קבועה. ניתן להדגים זאת באמצעים מוחשיים או באמצעות תוכנה כגון גאוגברה או דסמוס. 2. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים: AC = AB. הנקודה D ממוקמת על המשך הצלע BC.  א. כתבו את כל השוויונות המתקיימים בין צלעות וזוויות במשולשים ABD ו- ACD. ב. המשולשים ABD ו- ACD אינם חופפים. האם אין פה סתירה למשפט החפיפה על סמך שתי צלעות וזווית? נמקו את תשובתכם.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	4. שני קטעים החוצים זה את זה, יוצרים משולשים חופפים. 5. יש להוכיח נתונים הדרושים לחפיפה בסעיפים מקדימים, ולייחד להוכחת החפיפה עצמה סעיף נפרד. 6. יש לרשום חלק מההוכחות בעזרת תרשים זרימה של בועיות. 7. התיכונים המתאימים במשולשים חופפים, שווים זה לזה. 8. יש לטפל במשולשים חופפים שנמצאים במנח שונה על הדף.	3. בסרטוט שלפניכם נתון: $AC = DF$, $\sphericalangle A = \sphericalangle D$  בעזרת איזו טענה מהטענות הבאות ניתן להוכיח ש- $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ א. $AB = DE$ ב. $AB = BC$ ג. $EF = BC$ ד. $DE = BC$ 4. לפניכם זוגות של משולשים.  א. איזה מהזוגות חופפים על-פי משפט חפיפה צ.ז.צ?

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		5. במערכת הצירים שלפניכם משורטט משולש.  א. רשמו שיעורי נקודות של משולש שאחד מקודקודיו הוא בנקודה (1,-2) כך ששני המשולשים חופפים. רשמו לפחות 2 דוגמאות של משולש כזה. ב. האם ניתן ליצור משולש נוסף חופף למשולש המקורי שנמצא ברביע 3? ג. חשבו את שטח המשולש המקורי. 6. התבוננו בסרטוט וקבעו: מהם זוגות הזוויות השוות בשני המשולשים?

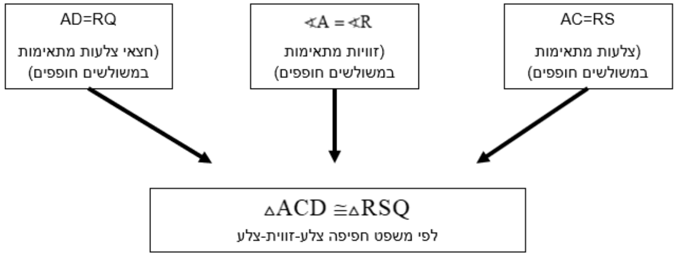
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		 נתון: BE = CE ,AE = DE 7. הנקודות A, M, C ו-D נמצאות על ישר אחד.  נתון: $\Delta ABM \cong \Delta DEC$ א. הסבירו מדוע EC=BM. ב. הסבירו מדוע $\angle M_2 = \angle C_2$. ג. הוכיחו כי $\Delta BMC \cong \Delta ECM$

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		EC=BM (הוכח בסעיף א) $\sphericalangle M_2 = \sphericalangle C_2$ (הוכח בסעיף ב) MC=MC (כי כל דבר שווה לעצמו) $\triangle BMC \cong \triangle ECM$ לפי משפט חפיפה צלע-זווית-צלע

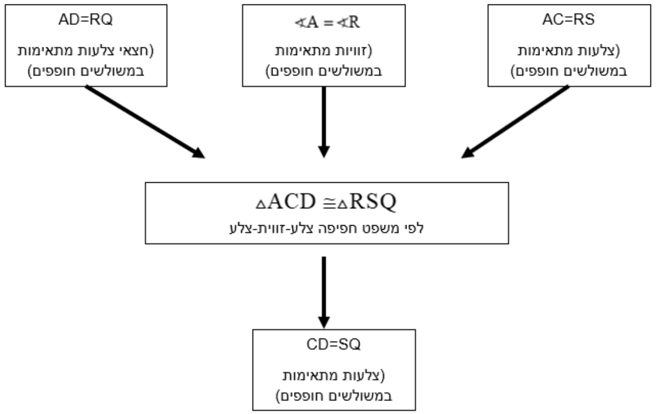
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		8. לפניכם סרטוט של שני משולשים חופפים: $\triangle ABC \cong \triangle RTS$ (החפיפה לפי סדר הקודקודים הרשומים). D אמצע הצלע AB, ו- Q אמצע הצלע RT.  א. רשמו את החלקים השווים בשני המשולשים. שימו לב שיש רכיב שהגודל שלו חוזר 4 פעמים.

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>

ב. הוכיחו בעזרת תרשים זרימה כי $\triangle ACD \cong \triangle RSQ$



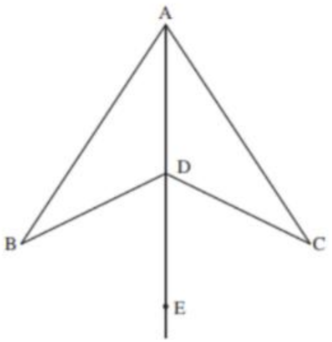
ג. הרחיבו את תרשים הזרימה, והוכיחו כי התיכונים CD ו- SQ שווים באורכם.

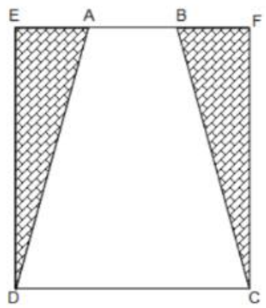
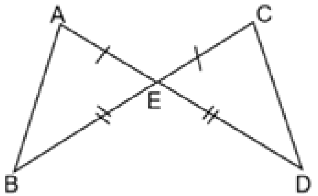
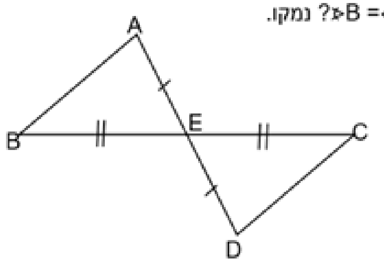


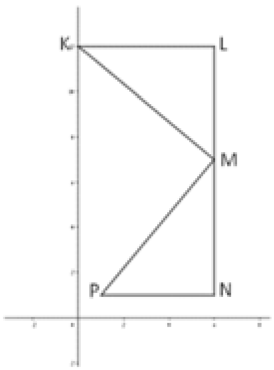
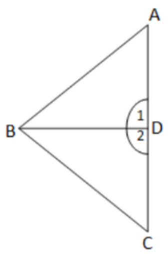
ד. הוכיחו שלא באמצעות תרשים זרימה, כי $\triangle BCD \cong \triangle TSQ$,
והסיקו מכך בדרך נוספת שהתיכונים שווים.

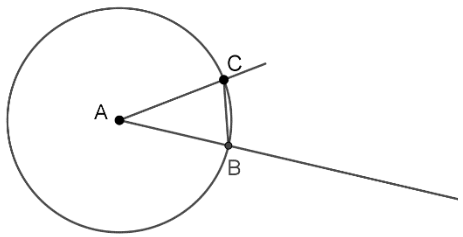
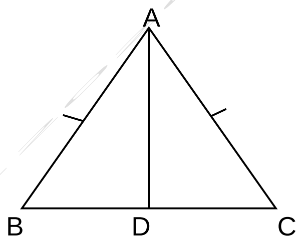
ה. האם אפשר ללמוד מכך שגם התיכונים אחרים שווים?
האם התיכון שיוצא מקודקוד B שווה באורכו לתיכון שיוצא מקודקוד T ?

</td></tr>
</table>

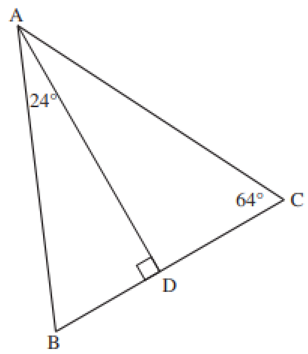
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		.9 לפניכם שני משולשים: ABD ו־ACD . הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD . $\sphericalangle BDE = \sphericalangle CDE = 64°$ **א.** מהו גודל $\sphericalangle ADB$? תשובה: $\sphericalangle ADB =$ ______° **ב.** נתון גם ש־ $BD = CD$. הסבירו מדוע המשולשים ABD ו־ACD חופפים. 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		.10 על מגרש מלבני (בשרטוט המלבן מסומן באותיות CDEF) בנו מבנה בצורת טרפז שווה שוקיים (בשרטוט המבנה מסומן באותיות ABCD). את החלק שאינו בנוי רצפו. נתון: FB = EA הסבירו מדוע החלקים המרוצפים חופפים זה לזה. האם החלקים המרוצפים שווי שטח? הסבירו.  .11 לפניכם שני שרטוטים. הנתונים כתובים מתחת לשרטוטים. באילו מהשרטוטים אפשר להסיק כי ∢D= ∢B? נמקו.  נתון: BE = DE ,AE = CE  נתון: BE = CE ,AE = DE לקוח ממיצ"ב תשס"ג.

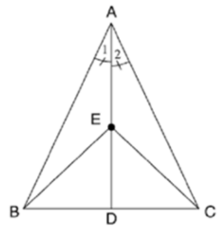
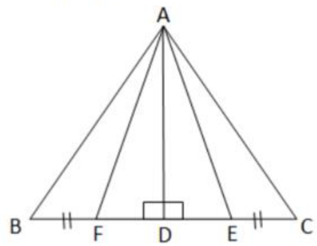
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		.12 במערכת הצירים נתונות הנקודות: $K(0,12)\ L(6,12)\ M(6,7)\ N(6,1)\ P(1,1)$. • נמקו מדוע: $\Delta PNM \cong \Delta MLK$. • נתון: $\measuredangle KML = 50^0$. חשבו את גודלה של $\measuredangle PMN$. • חשבו את אורך הקטע KM. • חשבו את היקף המרובע KLNP. 
משולש שווה שוקיים	משולש שווה שוקיים הוא משולש שבו שתי צלעות שוות באורכן. הצלעות השוות נקראות שוקיים. הזווית שבין השוקיים נקראת זווית הראש. הצלע השלישית נקראת בסיס. הזוויות שליד הבסיס נקראות זוויות בסיס. דגשים: 1. ההיכרות עם משולש שווה שוקיים קיימת מבית הספר היסודי.	.1 BD הוא תיכון ב- ΔABC . איזה מהנתונים הבאים צריך להתקיים כדי ש ΔABD יחפוף ל- ΔCBD א. $BD \perp AC$ ב. $\measuredangle A = \measuredangle D_2$ ג. $\measuredangle D_1 = 60°$ ד. 8 ס"מ = AB , 6 ס"מ = BC  .2 האם המשולש ABC שבסרטוט הוא משולש שווה שוקיים? הסבירו את תשובתכם.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	2. הלימוד על משולש שווה שוקיים יהיה מוגבל רק לתוצאות הנובעות ממשפט החפיפה צלע-זווית-צלע. 3. בהינתן זווית עם שתי שוקיים, ניתן להקצות (בעזרת מחוגה פיסית או מחוגה ב- Geogebra) על כל שוק נקודה שמרחקה מקודקוד הזווית הוא אורך נתון של צלע. א. ישנה צלע יחידה עם אורך יחיד (הצלע השלישית במשולש) המחברת בין שתי הנקודות שהוקצו על שתי שוקי הזווית. באופן זה מתקבל משולש שווה שוקיים. ב. הצלע השלישית (הבסיס) יוצרת עם כל אחת משתי הצלעות המונחות על שוקי הזווית הנתונה, זווית יחידה. הזווית נקראת זווית בסיס. ג. בהינתן שתי צלעות וזווית הכלואה ביניהן, יש משולש אחד ויחיד התואם לנתונים. 4. חוצה זווית הראש במשולש שווה שוקיים מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים. מכך נובעות מסקנות:	 AB ו- AC הם רדיוסים במעגל ולכן שוקיים במשולש שווה שוקיים. A היא זווית הראש. BC הוא הבסיס. הזוויות בקודקודים B ו-C הן זוויות הבסיס. 3. את הטענה בדגש 4 ואת המסקנות הנובעות ממנה יש להוכיח בפירוט. רצוי לגוון בדרכי ההוכחה. אפשר לסכם את הדברים בעזרת שאלת השלמה כדוגמת השאלה הבאה:  במשולש שווה השוקיים שלפניכם AC=AB ו-AD חוצה זווית A. $\measuredangle A = \alpha$ א. אילו משולשים חופפים זה לזה? מהו משפט החפיפה שלפיו קבעתם

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	א. חוצה זווית הראש חוצה את הבסיס, ולפיכך התיכון לבסיס מתלכד עם חוצה זווית הראש. ב. שתי זוויות הבסיס הן זוויות מתאימות במשולשים חופפים, ולפיכך זוויות הבסיס בכל משולש שווה שוקיים שוות זו לזו. ג. הזוויות שבין הבסיס לחוצה זווית הראש הן זוויות מתאימות במשולשים חופפים, ולפיכך שוות זו לזו. בנוסף, שתי הזוויות הן זוויות צמודות, ולכן כל אחת מהן היא זווית ישרה. לפיכך, חוצה זווית הראש במשולש שווה שוקיים, מאונך לבסיס ולכן מתלכד עם הגובה לבסיס. ד. גם במשולש שווה צלעות חוצה זווית מתלכד עם התיכון, ועם הגובה. בכך הוא יוצר שני משולשים ישרי זווית ששאר זוויותיהם 30° , 60°. אורך הצלע שמול הזווית הקטנה הוא מחצית מאורך היתר. 5. יש להדגים (בעזרת קיפולי נייר או בכל דרך אחרת) שבמשולשים שוני צלעות, התיכון, הגובה, וחוצה הזווית אינם מתלכדים.	שהמשולשים חופפים? ב. השלימו: ∢B = ______ ∢BDA = _______ = ____° BD = ________ השלימו את המשפט: במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש מתלכד עם _________________ ועם ה_________________________.

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td>6. במשולש שווה שוקיים, כל נקודה הנמצאת על חוצה זווית הראש (או המשכו), נמצאת במרחק שווה מקודקודי הבסיס.
7. משולש שבו התיכון והגובה מתלכדים הוא משולש שווה שוקיים.
8. במשולש שונה צלעות, התיכון, וגובה פנימי אינם מחלקים את המשולש לשני משולשים חופפים. אילו היו חופפים, אז המשולש המתקבל היה שווה שוקיים.</td><td>4.
לפניכם סרטוט של המשולש ABC.


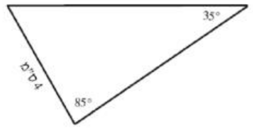
על־פי הנתונים שבסרטוט, האם AB = AC?</td></tr>
</table>

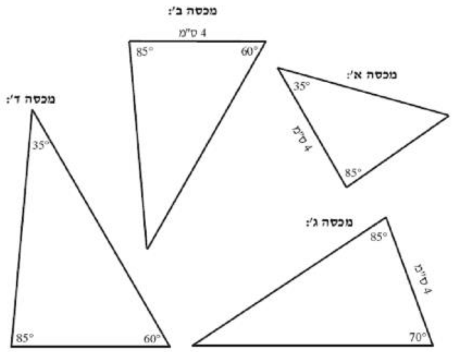
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		5. ABC הוא משולש שווה שוקיים (AB=AC). AD חוצה את הזווית BAC. הנקודה E נמצא על חוצה הזווית AD.  א. סמנו את הגדלים השווים, והוכיחו כי $\Delta ABE \cong \Delta ACE$. ב. הוכיחו כי BEC הוא משולש שווה שוקיים. ג. אילו הנקודה E הייתה מונחת במקום נמוך יותר לאורך חוצה הזווית, ומעל D, האם התוצאה הייתה משתנה? הסבירו. 6. נתון: ABC הוא משולש שווה שוקיים (AC = AB). $AD \perp BC$, הנקודות E ו- F נמצאות על הישר BC כך ש- CE = BF.  א. סמנו את הגדלים השווים, והוכיחו כי $\Delta ABF \cong \Delta ACE$ ב. הסיקו כי משולש AFE הוא משולש שווה שוקיים. ג. האם הקטע AD חוצה את הזווית FAE ?

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td>משפט חפיפה :
זווית-צלע-זווית</td><td>אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש אחר, וגם הצלעות הנמצאות בין הזוויות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים

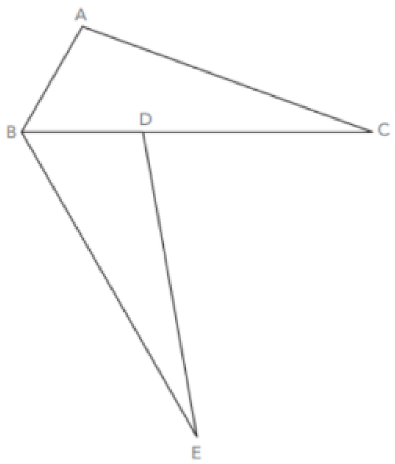
דגשים:
1. בכל מקרה, הוכחה בעל פה או בכתב, תכלול את המעבר למצב שבו הצלעות השוות כלואות בין שני זוגות זוויות שוות, ורק בהסתמך על כך ניתן להסיק כי המשולשים חופפים על יסוד משפט חפיפה זווית-צלע-זווית.

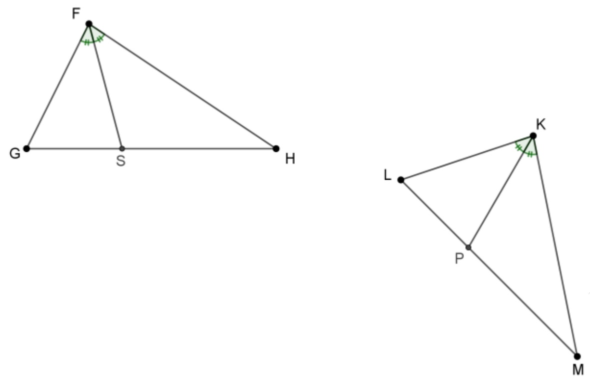
2. המנח ההדדי של המשולשים החופפים יכול להיות בלתי שגרתי, אך בשלב זה עדיין לא יהיה תרגול שבו לשני המשולשים החופפים יש חלק משותף.

3. במשולשים חופפים, חוצי הזווית המתאימים שווים זה לזה.</td><td>1.
לפניכם בסיס משולש של קופסת סוכריות:


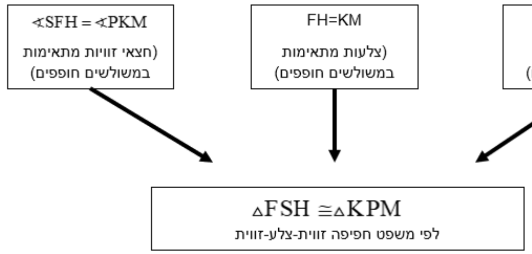
בסרטוטים הבאים מתוארים מכסים לקופסאות של סוכריות.
איזה מבין המכסים חופף בוודאות לבסיס הקופסה?
בחרו את המכסה המתאים לפי הנתון בסרטוטים, ורִשְׁמוּ באיזה משפט חפיפה נעזרתם כדי לבחור בו.


תשובה: המכסה המתאים הוא ________.</td></tr>
</table>

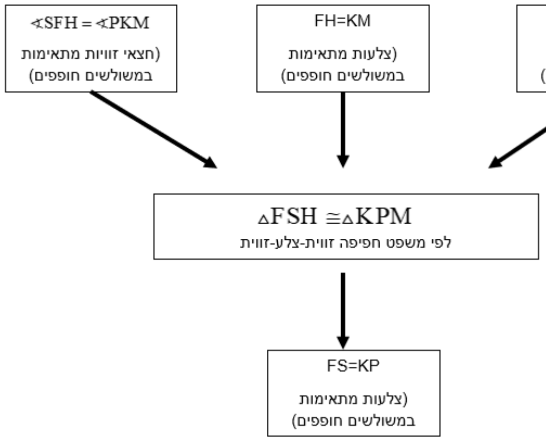
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	4. במשולשים חופפים, הגבהים המתאימים שווים זה לזה. (באמצעות שוויון הזווית השלישית).	2.  לפניכם סרטוט של שני משולשים. נתון: BC הוא **חוצה הזווית** ABE. $\angle C = \angle E$ $BC = BE$ א. הוכיחו: $\Delta ABC \cong \Delta DBE$ נתון גם: $\angle ABE = 120°$ $\angle EDC = 80°$ מהו גודל הזווית C? תשובה: $\angle C =$ ______ °

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		3. לפניכם סרטוט של שני משולשים חופפים: $\Delta FGH \cong \Delta KLM$ (החפיפה לפי סדר הקודקודים הרשומים). FS חוצה את הזווית GFH , ו- KP חוצה את הזווית LKM .  א. רשמו את החלקים השווים בשני המשולשים. שימו לב שיש רכיב שהגודל שלו חוזר 4 פעמים.

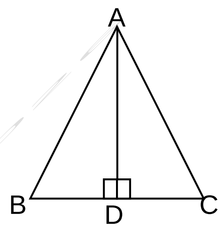
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
ב. הוכיחו בעזרת תרשים זרימה כי $\triangle FSH \cong \triangle KPM$

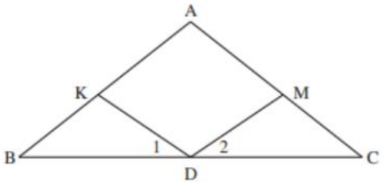
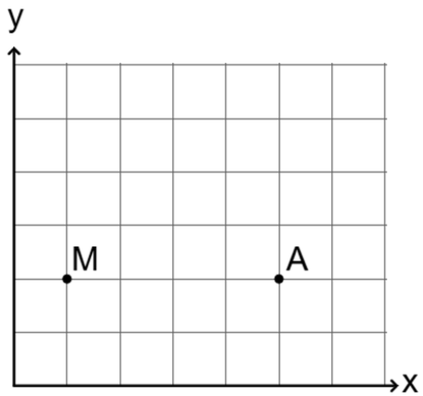


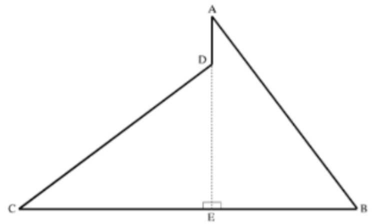
ג. הרחיבו את תרשים הזרימה, והוכיחו כי חוצי הזוויות FS ו- KP שווים באורכם.

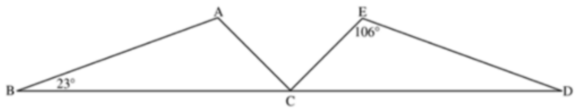
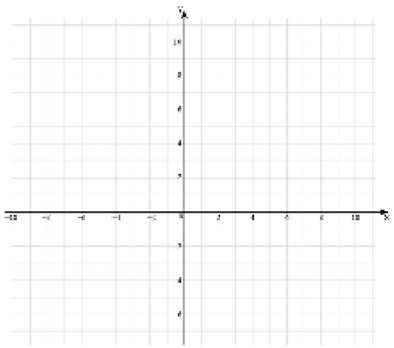


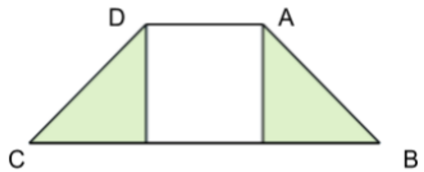
ד. האם אפשר ללמוד מכך שבכל זוגות המשולשים החופפים, חוצי הזוויות המתאימות שוות באורכן?
</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
משולש שווה שוקיים **- המשך**	דגשים: 1. ההיכרות עם משולש שווה שוקיים מבוססת על פרק קודם. 2. הלימוד על משולש שווה שוקיים בשלב זה, יהיה מוגבל רק לתוצאות הנובעות ממשפט החפיפה זווית-צלע-זווית. 5. משולש שבו חוצה זווית והגובה מתלכדים הוא משולש שווה שוקיים. 6. במשולש שונה צלעות, חוצה הזווית, וגובה פנימי אינם מחלקים את המשולש לשני משולשים חופפים. אילו היו חופפים, אז המשולש המתקבל היה שווה שוקיים. 7. משולש שבו שתי זוויות שוות הוא משולש שווה שוקיים. א. באמצעות העברת גובה ושוויון הזווית השלישית. ב. באמצעות העברת חוצה זווית ושוויון הזווית השלישית.	4. במשולש ABC הזוויות שבקודקודים שווֹת זו לזו. a. סרטטו את המשולש וסמנו את הזוויות השוות. b. העבירו חוצה זווית, לזווית שבקודקוד A. חוצה הזווית חותך את הצלע BC בנקודה D. סמנו זאת בסרטוט. c. רשמו שלושה זוגות של זוויות שוות, ונמקו את השוויונות. d. הוכיחו את החפיפה: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$. מהו משפט החפיפה שעליו הסתמכתם? e. הסיקו כי המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. 5. לפניכם משולש שווה שוקיים. AD גובה לבסיס BC. זוויות B ו-C שוות זו לזו וגודלן 72°.  א. מה גודלן של הזוויות DAB ו- DAC? ב. נמקו בעזרת חפיפת משולשים מדוע AD הוא גם תיכון למשולש.

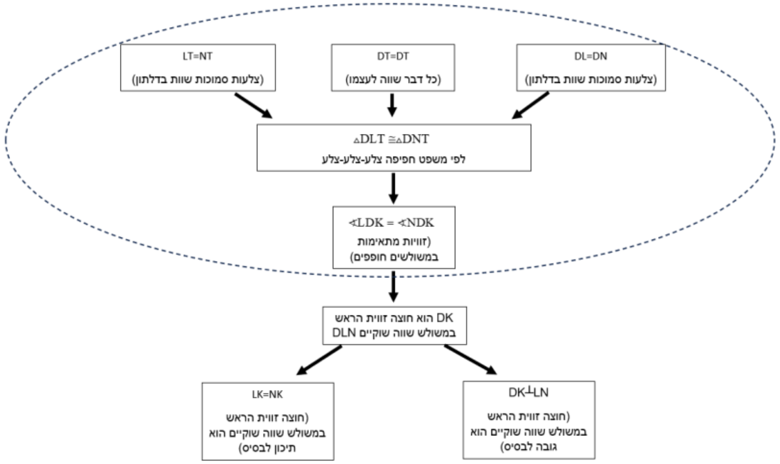
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		6. בסרטוט שלפניכם המשולש ABC הוא משולש שווה־שוקיים $(AB = AC)$. נתון: $\sphericalangle D_1 = \sphericalangle D_2$ $BD = CD$  הוכיחו שהמשולשים BKD ו־ CMD חופפים. נמקו בעזרת משפטים מתאימים. 7. בציור נתונות שתי נקודות A, M. יונתן מחפש נקודה P, כך ש MAP יהיה משולש שווה שוקיים. א. רשמו נקודה שיכולה להיות הנקודה ב. האם יש יותר מאפשרות אחת? נמקו. 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
משפט חפיפה : **צלע-צלע-צלע**	**אם שלוש צלעות במשולש אחד שוות לשלוש צלעות במשולש אחר אז שני המשולשים חופפים.** דגשים: 1. להדגמת המשפט, בהינתן 3 קטעים (באורכים מתאימים), ניתן להעתיק אותם בעזרת מחוגה לקבלת משולש יחיד. 2. את משפט החפיפה ניתן לנצל לזיהוי משולשים חופפים, וכן לזיהוי אורכי צלעות במשולשים שידוע לגביהם שהם חופפים. 3. בהינתן זווית, ניתן להעתיק אותה בעזרת העתקת משולש לאחר הקצאת קטעים על שוקי הזווית המקורית. 4. משפט חפיפה ניצב ויתר במשולש ישר זווית ותרגוליו, הם תוצאת שילוב בין משפט חפיפה צלע-צלע-צלע לבין משפט פיתגורס.	1. נתונים שני משולשים חופפים: $\Delta ABE \cong \Delta CDE$ הצמידו את המשולשים זה לזה, כפי שמתואר בשרטוט. נתון: EB = 3 ס"מ AE = 4 ס"מ AB = 5 ס"מ  א. חשבו את **היקף** המרובע ABCD (המרובע המודגש בסרטוט). הציגו את דרך החישוב: תשובה: ________ ס"מ ב. חשבו את **שטח** המרובע ABCD (המרובע המודגש בסרטוט). תשובה: ________ סמ"ב

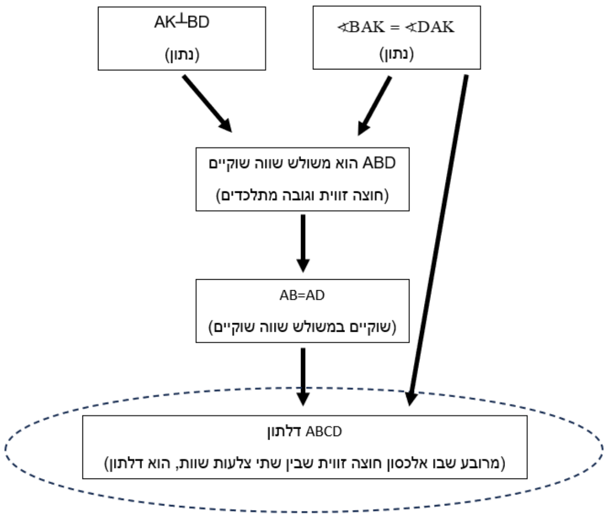
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		2. לפניכם סרטוט של שני משולשים חופפים: $\Delta ABC \cong \Delta EDC$. (החפיפה כתובה לפי סדר הקדקודים המתאימים).  א. השלימו **בסרטוט** את הגודל של כל הזוויות של המשולשים ABC ו- EDC לפי הנתונים. ב. סרטטו תיכון AK לצלע BC במשולש ABC. סרטטו גם תיכון ET לצלע CD במשולש EDC. ג. הסבירו בנפרד, בהסתמך על שני משפטי חפיפה שונים, מדוע המשולשים AKC ETC חופפים. 3. א. במערכת הצירים שלפניכם סרטטו את המשולש שקודקודיו בנקודות: A(8,3) , B(5,3),C(5,7) מה שטחו של המשולש ABC? מה היקפו של המשולש?  ב. סמנו את הנקודה D(-5,-4) ומִצאו שתי נקודות (G,ו- H) ברביע

דוגמאות ,יישומים וקישוריות	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	תוכן מתמטי
השלישי כך שמשולש DGH יהיה חופף למשולש ABC מסעיף א. ג. הצדיקו את חפיפת שני המשולשים **בשתי דרכים שונות**. 4. בסרטוט שלפניכם מוצגת תכנית של בריכה ושל מדשאות במרכז ספורט. הבריכה בצורת ריבוע, ומשני צדדיה יש מדשאות בצורת משולש כך ש AB=CD. הוכיחו כי שטחי המדשאות משני צידי הבריכה שווים (היעזרו בחפיפת משולשים)  		
1. בדלתון DT DLTN הוא האלכסון הראשי, LN הוא האלכסון המשני, K נקודת חיתוך האלכסונים. א. סרטטו את הדלתון על פי האמור, וסמנו בו את החלקים השווים.	דלתון הוא מרובע שבו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות שוות. קודקוד של הדלתון, שהוא נקודת חיתוך של שתי צלעות סמוכות השוות זו לזו ,נקרא קודקוד ראשי, והזווית בקודקוד זה נקראת זווית ראש. הזוויות בשני הקודקודים האחרים נקראות זוויות צד. האלכסון	**דלתון**

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td>המחבר שני קודקודים ראשיים בדלתון נקרא האלכסון הראשי. האלכסון האחר נקרא האלכסון המשני.

דגשים:
1. הדלתון מהווה דוגמה להיסק באמצעות משפטי חפיפה, מבלי שלמשולשים יש שטח משותף.
2. הוראת הדלתון בשלב זה נועדה לשימוש משולב במשפטי החפיפה.
3. ניתן לנצל את הנושא כדי ללמד את עיקרי הידע על דלתון, ואין צורך להדגים את מלוא התרגילים האפשריים אודותיו.
4. ניתן להדגים דלתון בעזרת שני מעגלים, מרכזיהם ונקודות החיתוך שלהם.
5. האלכסון הראשי בדלתון מחלק את הדלתון לשני משולשים חופפים.
6. תוצאות:</td><td>ב. הוכיחו כי האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני, ומאונך לו.


הערה: תלמיד יוכל לבטל את כל מה שבאליפסה,
ולנמק את הטיעון ש-DK חוצה את זווית הראש באופן הבא:
האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td>
א. האלכסון הראשי חוצה את שתי זוויות הראש.
ב. שתי זוויות הצד הן זוויות מתאימות במשולשים חופפים, ולפיכך שוות זו לזו.
ג. האלכסון הראשי בדלתון חוצה את האלכסון המשני (חוצה זווית הראש במשולש שווה שוקיים מתלכד עם התיכון לבסיס).
ד. האלכסון הראשי בדלתון מאונך לאלכסון המשני (חוצה זווית הראש במשולש שווה שוקיים מתלכד עם הגובה לבסיס).
לפיכך שני האלכסונים בדלתון מאונכים.
7. בהינתן קטע, ניתן לבנות אנך באמצעו בעזרת השלמת הקטע, כאלכסון משני, לדלתון שכל צלעותיו שוות (מעוין).
8. יש להכיר מגוון דרכים לזיהוי דלתון:
</td><td>
2. במרובע ABCD האלכסונים AC ו- BD נחתכים בנקודה K.
נתון: האלכסון AC חוצה את הזווית A של המרובע, ומאונך לאלכסון BD.
א. סרטטו את המרובע על פי האמור, וסמנו בו את החלקים השווים.
ב. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא דלתון.


הערה: מי שלא למד או שאינו זוכר את הנימוק שבאליפסה, יוכל לבצע היסק דומה לגבי שתי הצלעות האחרות של המרובע, וכך להגיע למרובע שבו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות שוות.
</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		3. על מערכת צירים סמנו את 4 הנקודות: (0,1) (-3,0) (0,-4) (3,0) חברו את הנקודות לפי הסדר לקבלת מרובע: א. הוכיחו כי המרובע הוא דלתון במספר הדרכים האפשרי הגדול ביותר. ב. מצאו את משוואות הישרים שעליהם מונחות צלעות המרובע. ג. מצאו את היקף המרובע ואת שטחו. 4. קבעו מי מהטענות הבאות נכונה תמיד. אם הטענה נכונה – הוכיחו אותה: - מרובע שבו אלכסון חוצה את שתי הזוויות בשני קצותיו, הוא דלתון. - מרובע שבו אלכסון חוצה זווית שבין שתי צלעות שוות, הוא דלתון. - מרובע שבו אלכסון חוצה זווית, ומאונך לאלכסון השני, הוא דלתון. - מרובע שבו אלכסון חוצה את האלכסון השני, ומאונך לו, הוא דלתון.
חפיפת משולשים	בחלק זה תתורגל חפיפת משולשים גם כאשר לשני המשולשים יש חלקים פנימיים משותפים.	הוכיחו: 1. התיכונים לשוקיים במשולש שווה שוקיים, שווים זה לזה. 2. הגבהים לשוקיים במשולש שווה שוקיים, שווים זה לזה. 3. חוצי זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים, שווים זה לזה. 4. האלכסונים במלבן שווים זה לזה.

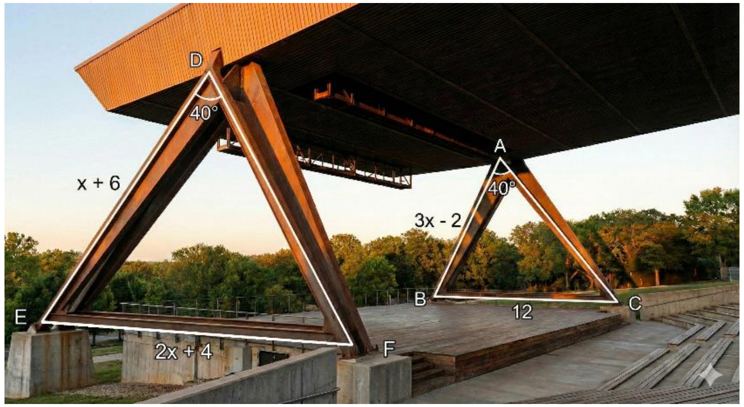
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		5. שני האלכסונים במלבן יוצרים עם אחת הצלעות זוויות שוות. 6. שני האלכסונים במלבן יוצרים 4 משולשים שווי שוקיים. 7. האלכסונים במלבן חוצים זה את זה. 8. שני האלכסונים במלבן מחלקים אותו לארבעה משולשים שווי שטח.
הנתון והתוצאה משמעות ניסוח של משפטים	דגשים: 1. יש ללמוד להבין מתוך ניסוח המשפט מהם הנתונים ואת מה צריך להוכיח. 2. יש לדעת להבחין בין שני משפטים הפוכים, שאחד מהם נכון, והשני איננו נכון בהכרח. 3. במקרה של משפט לא נכון יש להביא דוגמה נגדית.	איזו טענה נכונה ואיזו טענה אינה נכונה? נמקו. טענה א: אם שני משולשים חופפים, אז ההיקפים שלהם שווים. טענה ב: אם לשני משולשים אותו היקף, אז הם משולשים חופפים. תוצאה: אין זה מספיק שסכום 3 אורכי הצלעות יהיה שווה, אלא יש לדרוש שכל אורך בנפרד יהיה שווה לאורך המתאים במשולש השני. טענה ג: אם שני משולשים חופפים, אז השטחים שלהם שווים. טענה ד: אם לשני משולשים אותו שטח, אז הם משולשים חופפים. טענה ה: האלכסון הראשי בדלתון מחלק אותו לשני משולשים חופפים. טענה ו: אם אלכסון מחלק מרובע לשני משולשים חופפים, אז המרובע הוא דלתון.

שאלה מסכמת אוריינית: (שאלה יישומית עם הקשר אלגברי)

תכנון הגג של הבמה למופעים.

שם הבעיה: תמיכות הגג של הבמה.

בפארק עירוני חדש מוקם אזור מופעים פתוח. כדי להחזיק את גג ההצללה, המהנדסים תכננו קונסטרוקציית פלדה המורכבת משני משולשים תומכים גדולים משני צדי הבמה.



כדי שהגג יהיה יציב ומאוזן, ועל מנת שהעומס יתחלק בצורה שווה, חובה ששני המשולשים התומכים ABC ו- DEF, יהיו חופפים בדיוק.

המסגרת יוצרה במפעל והובאה לשטח. המהנדסת הראשית, דניאלה, בודקת את המידות לפני ההרכבה הסופית.

הנתונים שנמדדו הם כדלקמן (המידות במטרים):

במשולש ראשון ABC :

- אורך הצלע AB = 3x - 2
- אורך הצלע AC = 12 מ'
- הזווית הכלואה A היא 65°

במשולש השני DEF:

- אורך הצלע DE = x + 6
- אורך הצלע DF = 2x + 4
- הזווית הכלואה D היא 65°

באתר הבנייה התפתח ויכוח בין דניאלה המהנדסת לבין אייל, קבלן הביצוע.

אייל טען: "מדדתי בכל משולש את הזווית ושתי הצלעות. זה מספיק. אם נפתור את המשוואה ונמצא את x כך שהצלעות יהיו שוות, המשולשים בטוח חופפים ואפשר להתחיל לרתך".

דניאלה השיבה: " לפני שאנחנו ממשיכים, חייבים לוודא שהנתונים האלו באמת מבטיחים חפיפה לפי המשפטים המקובלים, ושהתוצאה הגיונית מבחינה פיזיקלית".

שאלות לתלמיד:

א. מצאו את ערך ה- x עבורו הצלע AB שווה לצלע DE.

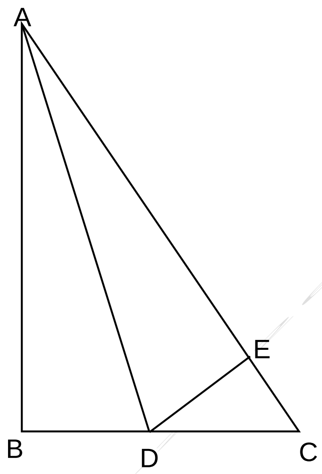
ב. חשבו את אורח הצלע EF.

ג. האם עבור ה- x שמצאתם, המשולשים חופפים? ואם כן, נסחו טענה מנומקת המסתמכת על משפטי החפיפה (ציינו איזה משפט חפיפה מתקיים: צ.ז.צ / ז.צ.ז / צ.צ.צ).

ד. הניחו כי במקום הנתון על צלע BC = 12 מ', היה נתון כי צלע AC = 12 מ'. אייל הקבלן טוען שגם במקרה זה, עבור אותו ערך x המשולשים בהכרח חופפים. האם אייל צודק? הסבירו את תשובתכם בעזרת סרטוט סכמתי או הסבר לוגי.

ה. מה לדעתכם היו אמורים להיות נתונים בשאלה כדי שהמשולשים יהיו בוודאות חופפים.

שאלה מסכמת אם אפשרות לדיון בכיתה:



נתון: ΔABC משולש ישר זווית $\measuredangle B = 90°$

AD חוצה זווית A

הנקודה E נמצאת על AC כך ש- AB = AE

א. הוכיחו: $DE \perp AC$

ב. סמנו בטבלה ליד כל טענה אם היא נכונה תמיד, אינה נכונה או נכונה לפעמים (כלומר, נכונה רק בתנאים מסוימים).

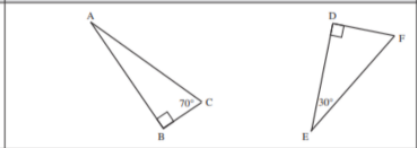
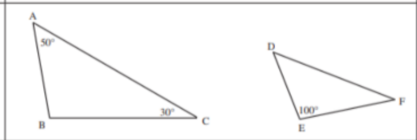
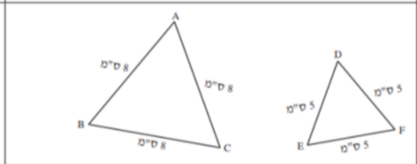
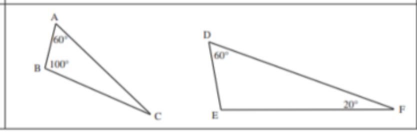
- נמקו את הטענות הנכונות תמיד.
- הסבירו את התנאים בהן הטענות הנכונות לפעמים מתקיימת.

הטענה	תמיד נכונה	תמיד לא נכונה	נכונה לפעמים
DE = DC			
DE = BD			
BD = DC			
DE = EC			

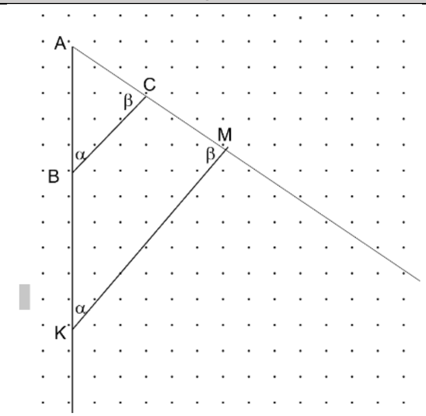
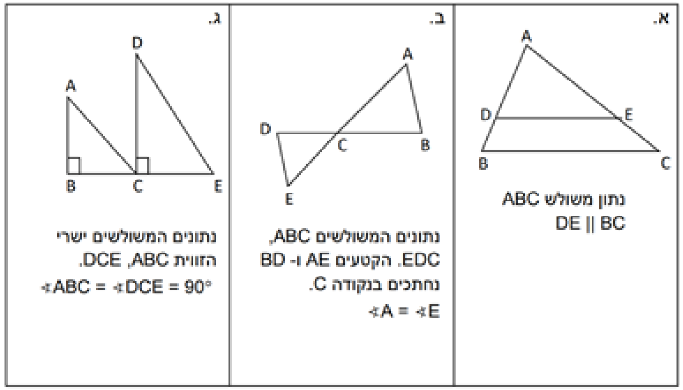
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr>
<td>דמיון משולשים

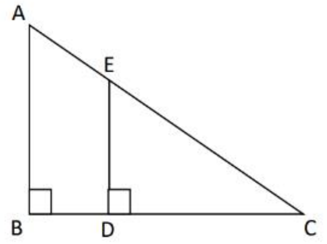
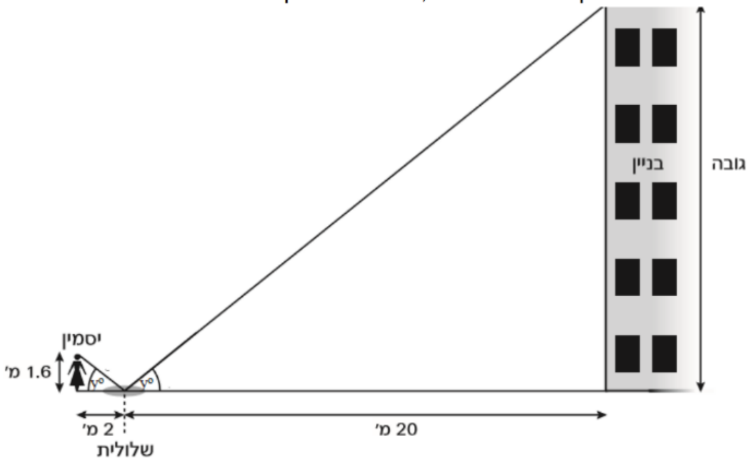
דמיון מצולעים בדגש על דמיון מלבנים</td>
<td>לימוד הדמיון משתלב עם לימוד יחס, פרופורציה וקנה מידה. דמיון משולשים הוא עבור התלמידים מקרה ראשון ליחס שקילות שאינו זהות.

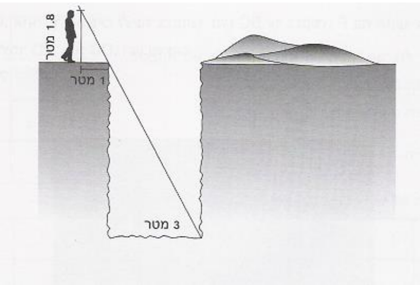
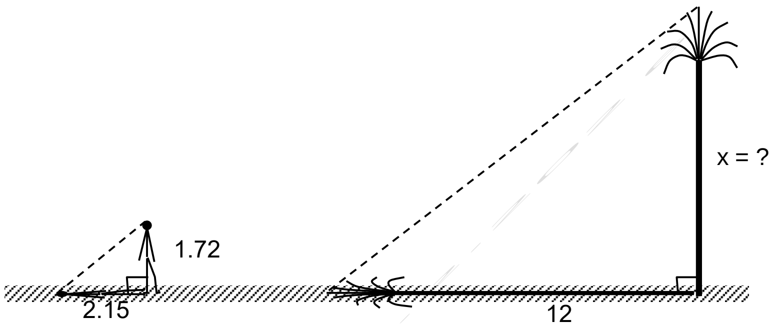
משולשים דומים הם משולשים שבהם לכל זווית במשולש אחד יש זווית ששווה לה במשולש האחר, וקיים יחס שווה בין שלושת זוגות הצלעות המתאימות (צלעות מתאימות נמצאות מול זוויות שוות).
יחס זה נקרא יחס הדמיון.

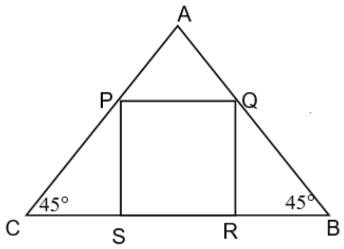
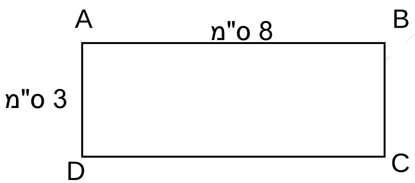
מצולעים דומים הם מצולעים שבהם לכל זווית במצולע אחד יש זווית מתאימה ששווה לה במצולע האחר, כך שהסדר בין הזוויות השוות נשמר, והיחס בין כל שתי צלעות במצולע אחד שווה ליחס שבין שתי הצלעות המתאימות במצולע האחר.
- דמיון משולשים יוצג תחילה בדרך אינטואיטיבית: הגדלה או הקטנה של מצולע בעזרת זכוכית</td>
<td>1. בכל שורה בטבלה שלפניכם מוצג זוג משולשים.
סַמנו אם המשולשים האלה דומים, אינם דומים או שאי־אפשר לקבוע זאת לפי הנתונים שבסרטוטים.
<table>
<tr><th></th><th>המשולשים</th><th>דומים</th><th>אינם דומים</th><th>אי־אפשר לקבוע זאת לפי הנתונים</th></tr>
<tr><td>.1</td><td>
</td><td>☐1</td><td>☐2</td><td>☐3</td></tr>
<tr><td>.2</td><td>
</td><td>☐1</td><td>☐2</td><td>☐3</td></tr>
<tr><td>.3</td><td>
</td><td>☐1</td><td>☐2</td><td>☐3</td></tr>
<tr><td>.4</td><td>
</td><td>☐1</td><td>☐2</td><td>☐3</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

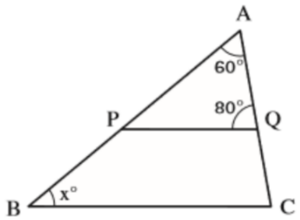
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
	מגדלת או מקטנת, הגדלה או הקטנה בצילום או הגדלה והקטנה באמצעות תוכנת מחשב. - מומלץ לשיים משולשים דומים לפי סדר ההתאמה בין הקודקודים. - היחס בין שטחם של שני משולשים דומים הוא ריבועו של יחס הדמיון ביניהם. התכונה תתקבל מתוך התבוננות במקרים פרטיים, וההכללה תיעשה ללא הוכחה פורמאלית. - אם לשני משולשים זוויות שוות, אז הם דומים, ומכאן שגם קיים יחס דמיון בין הצלעות. (ראה דוגמה 3) - יש ללמוד לזהות משולשים דומים. - יש ללמוד למצוא נתונים חסרים מתוך תכונת הדמיון ותוך שימוש בפרופורציה. - יש לעסוק בבעיות המשלבות בין דמיון משולשים ובין עובדות שנלמדו בכיתה ז ובתחילת כיתה ח'. - יש לשלב דוגמאות מחיי היומיום.	2. דוגמה לפעילות שתוביל להגדרה של משולשים דומים ולחלק מתכונותיהם: הפעילות כוללת בניית משולש מ- 4 עותקים של משולש נתון שונה צלעות, מ- 9 ומ- 16 עותקים של משולש נתון (פירוט הפעילות מופיע בנספח). במסקנה מפעילות זו, נקבל בבניות שתיארנו את שוויון הזוויות, את שוויון יחסי הצלעות ואת יחסי השטחים שבין המשולש הנתון לבין המשולשים המתקבלים מאותו משולש. 3. נתונות שתי קרניים היוצאות מהנקודה A, ונתון משולש ABC. שתיים מזוויותיו של משולש ABC הועתקו למשולש AKM. א. האם המשולש AKM דומה למשולש ABC? ב. העתיקו את הזוויות α ו- β על המשך הקרניים היוצאות מ- A. בדקו אם המשולש שהתקבל דומה למשולש ABC. בדקו אם המשולש שהתקבל דומה למשולש AKM. השלימו את המסקנה: אם לשני משולשים זוויות שוות אז הם ...

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
	- במצולעים בני ארבע צלעות או יותר, בשונה ממשולשים, שוויון זוויות איננו מבטיח דמיון.	 4. בכל משבצת משורטטים זוג משולשים. קבעו, על פי הנתונים, האם הם דומים. אם כן, הסבירו מדוע הם דומים וכתבו את הדמיון בכתיב מתמטי ובהתאמה לקדקודים. 

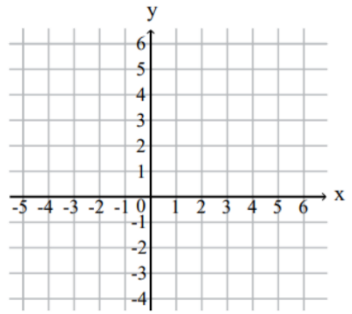
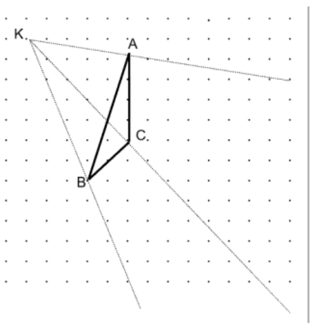
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		.5 נתונים המשולשים: ΔABC, ΔEDC $AB \perp BC$, $ED \perp DC$ $DC = 2BD$ א. נמקו מדוע המשולשים דומים ב. נתון גם: $BD = 2$ ס"מ, $AB = 4$ ס"מ חשבו את אורך הצלע ED ג. חשבו את שטח המשולש EDC.  .6 יסמין עומדת ליד שלולית, שבה היא יכולה לראות את ההשתקפות של ראש בניין שנמצא מולה. קו הראייה שלה יוצר זווית של $y°$ עם השלולית, ומשתקף באותה הזווית. לפי הגבהים והמרחקים המוצגים באיור, מה גובה הבניין? 

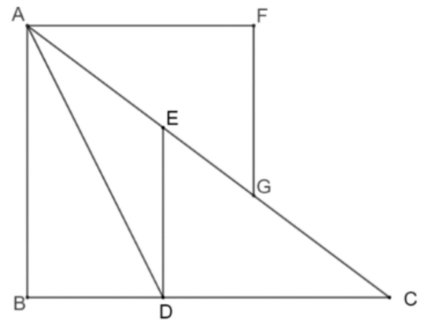
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		7. בסרטוט שלפניכם דניאל מתבונן בתחתית של בור (AD קו ישר).  א. הסבירו מדוע המשולשים דומים. ב. חשבו את עומק הבור. 8. אדם שגבהו 1.72 מטר עמד בשמש ליד דקל. אורך צלו של האדם היה 2.15 מטר ואורך צילו של הדקל באותו זמן היה 12 מטר. מה גובה הדקל? (קרני השמש יוצרות אותה הזווית עם הדקל ועם האדם.) 

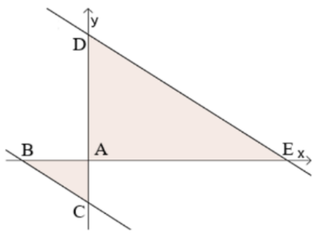
תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות, יישומים וקישוריות
		9. במשולש ABC חסום ריבוע PQRS.  א. חשבו את כל הזוויות שבסרטוט על סמך הנתונים. ב. ציינו את כל המשולשים ישרי הזווית שבסרטוט. ג. אילו מבין המשולשים האלה דומים ל-ΔACB? ד. מדדו (בעזרת סרגל) וחשבו את היחס שבין הצלעות של שניים מהמשולשים הדומים. ה. האם בין המשולשים האלה יש משולשים החופפים זה לזה? נמקו. 10. נתון מלבן ABCD, שמידותיו רשומות על גבי הסרטוט. סרטטו מלבן דומה KLMN שאורך אחת מצלעותיו היא 12 ס"מ. רשמו את אורכי הצלעות של המלבן KLMN. כמה מלבנים דומים כאלה יש? הסבירו. 

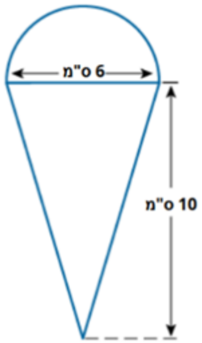
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות ,יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>11. לגבי כל אחת מהטענות הבאות קבעו האם היא נכונה; נמקו.
א. כל שני מלבנים דומים זה לזה.
ב. כל שני ריבועים דומים זה לזה.
ג. כל שני משושים דומים זה לזה.
ד. כל שני מתומנים משוכללים דומים זה לזה.
12.
הישרים PQ ו- BC מקבילים זה לזה.
לפי הנתונים שבשרטוט:
א. הוכיחו: $\Delta APQ \sim \Delta ABC$
ב. מה גודל הזווית המסומנת ב x?


13.
א. סמנו במערכת הצירים את הנקודות: (0,2) , (1,0 ,)
(0,0) וסרטטו את המשולש שנוצר.
ב. צרו משולש דומה למשולש כך שיחס הדמיון בין המשולש
שסרטטתם למשולש החדש יהיה 2:1 , ואחד מקודקודיו יהיה
בנקודה (0,2).</td></tr>
</table>

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		ג. צרו משולש דומה נוסף וקבעו מהו יחס הדמיון בין המשולש הנתון למשולש הו  14. מהנקודה K שבסרטוט יוצאות 3 קרניים. היעזרו בקרניים וסרטטו משולש EDF הדומה למשולש ABC ושיחס הדמיון הוא 2. 

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		.15 נתון: $AB \perp BC$, $ED \perp BC$. א. הוכיחו כי $\Delta ABC \sim \Delta EDC$.  ב. נתון כי: $BD =$ 2.4 ס"מ, $BC =$ 6.4 ס"מ , $AB =$ 4.8 ס"מ. (1 חשבו את DE. (2 חשבו את EC. ג. נתון כי: $GC = DE$ $AF \parallel BC$, $GF \perp AF$ (1 האם המשולשים ΔAFG ו- ΔEDC חופפים? אם כן, הוכיחו אם לא הסבירו איזה נתון נוסף נדרש להוכחה. (2 הוכיחו שמשולש ΔAED הוא שווה-שוקיים. ד. (1 חשבו את היקפו של המשולש ΔAED. (2 הציעו דרכים שונות לחישוב שטח המשולש ΔAED וחשבו את שטחו.

תוכן מתמטי	פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות	דוגמאות ,יישומים וקישוריות
		.16 א. נתון משולש (I) שאורכי צלעותיו הם 3 ,4 ,5 ס"מ. הוכיחו כי הוא משולש ישר זווית. ב. סרטטו משולש שדומה לו, ושיחס הדמיון בין המשולשים הוא 3. ג. אם נגדיל כל אחת מהצלעות של משולש (I) ב- 3 ס"מ, האם המשולש שיתקבל יהיה דומה למשולש (I)? נמקו. 17. במערכת צירים: שטח המשולש ABC הוא 3, ושיעורי הנקודה C הם (0,-2)  א. מצאו את שיעורי הנקודה B. ב. מצאו את משוואת הישר שעובר דרך BC. נתון כי: DE || BC

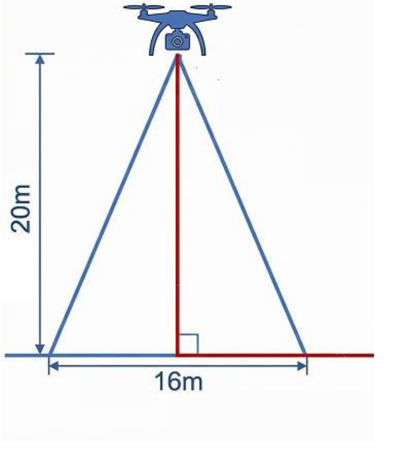
<table>
<tr><th>תוכן מתמטי</th><th>פיתוח מיומנויות והערות דידקטיות</th><th>דוגמאות, יישומים וקישוריות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
ג. D(0 ,6) הוא אחד מקודקודי המשולש ADE.
מצאו את שיעורי הנקודה E.
ד. חשבו את שטח המשולש ADE.
ה. הוכיחו כי משולש ABC דומה למשולש AED .
ו. מצאו את יחס הדמיון של המשולשים הדומים.
18. הלוגו של חנות גלידה מורכב מחצי עיגול המונח על משולש שווה-שוקיים. המידות מוצגות בסרטוט שלפניכם.


בחנות רוצים ליצור גרסה מוגדלת של הלוגו ובה משולש דומה שהגובה שלו 250 ס"מ.
מה יהיה הקוטר של חצי העיגול בגרסה המוגדלת?
תשובה: ____ ס"מ
</td></tr>
</table>

שאלה מסכמת אוריינית כולל חשיבה יצירתית והכללה:

רחפני צילום 🚁.

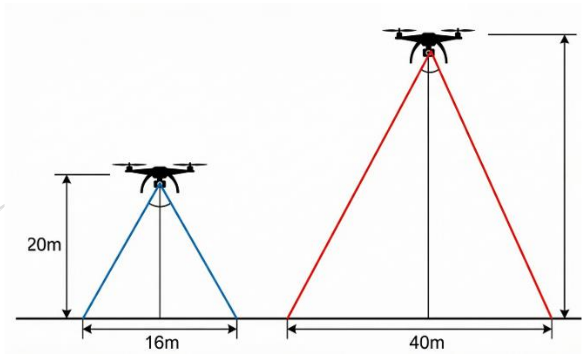
יחידת חילוץ מחפשת מטייל שאבד בשטח. הם משתמשים ברחפן המצויד במצלמה המכוונת כלפי מטה. כאשר הרחפן טס בגובה מסוים, המצלמה שלו "רואה" שטח קרקע מוגבל. הזווית של עדשת המצלמה היא קבועה, ולכן נוצרת צורה של **חרוט** (או משולש שווה שוקיים במבט מהצד). קודקודו של המשולש נמצא בעדשת הרחפן ובסיסו על הקרקע.



הנתונים (מבט צד - דו-ממדי):

1. כאשר הרחפן טס בגובה של **20 מטרים** מעל הקרקע, רוחב השטח שהוא מצלם הוא **16 מטרים**.
2. המפעיל קיבל דיווח שהמטייל נמצא באזור פתוח שרוחבו **40 מטרים**. הוא רוצה לצלם את כל רוחב האזור בתמונה אחת בודדת כדי לא לפספס כלום.

א. חישוב ותכנון (דמיון משולשים) לאיזה גובה צריך המפעיל להעלות את הרחפן כדי שרוחב הצילום יהיה **40 מטרים** בדיוק? הציגו את הדרך .



ב. חשיבה ביקורתית (מגבלות הטכנולוגיה) המפעיל הצליח להעלות את הרחפן לגובה שחישבתם, והתמונה אכן תפסה את כל רוחב השטח. אך כשהוא הסתכל במסך, הוא אמר: "יש בעיה. אני רואה את כל השטח, אבל אני לא מצליח להבחין אם הנקודה שם למטה היא המטייל או סתם שיח".

- הסבירו במילים שלכם: מה יכולה להיות סיבה לאיכות התמונה כשהרחפן עלה לגובה רב יותר?

ג. בהינתן המגבלה מהסעיף ב שהגובה פוגע באיכות, הציעו למפעיל **דרך** לסרוק את כל השטח (40 מטר רוחב) אך עדיין לשמור על חדות גבוהה .

ד. כזכור מסעיף א: בגובה 20 מטר, הרחפן "רואה" עיגול שקוטרו **16 מטר.**
חשבו את השטח הכולל (במ"ר) שמצלם הרחפן בכל אחד מהגבהים:

1. מהו שטח הצילום בגובה 20 מטר?
2. מהו שטח הצילום בגובה 50 מטר?

ה. מהו יחס השטחים ?

ו. הכללה (חשיבה מסדר גבוה). על סמך החישובים בסעיפים הקודמים, נסחו כלל:

- אם מגדילים את גובה הטיסה פי 2 פי כמה יגדל השטח המצולם?
- אם מגדילים את גובה הטיסה פי k, פי כמה יגדל השטח המצולם?